



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

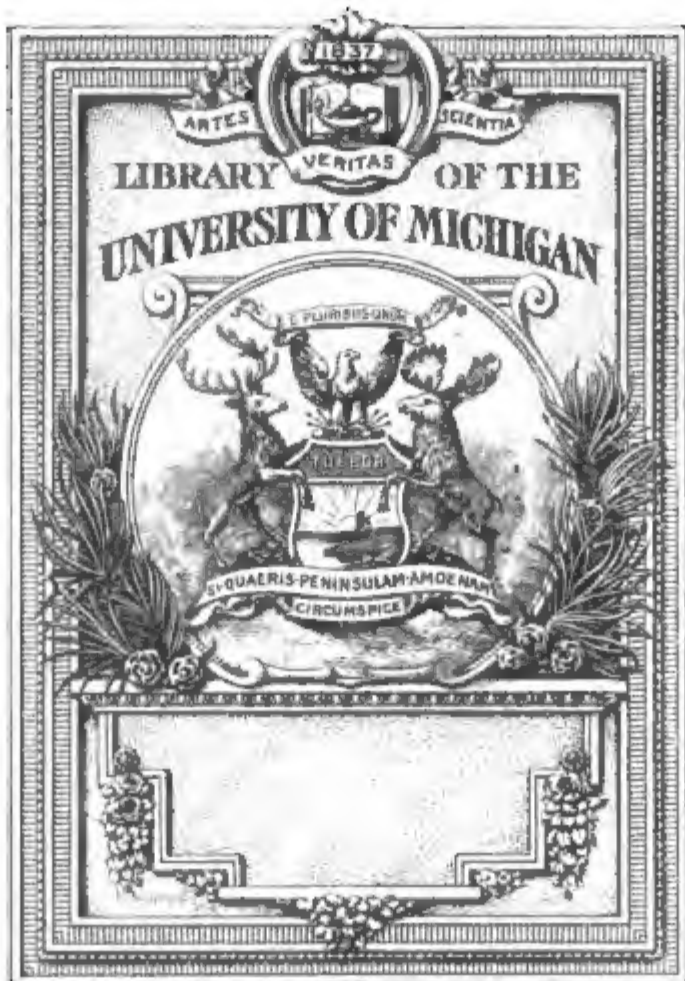
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

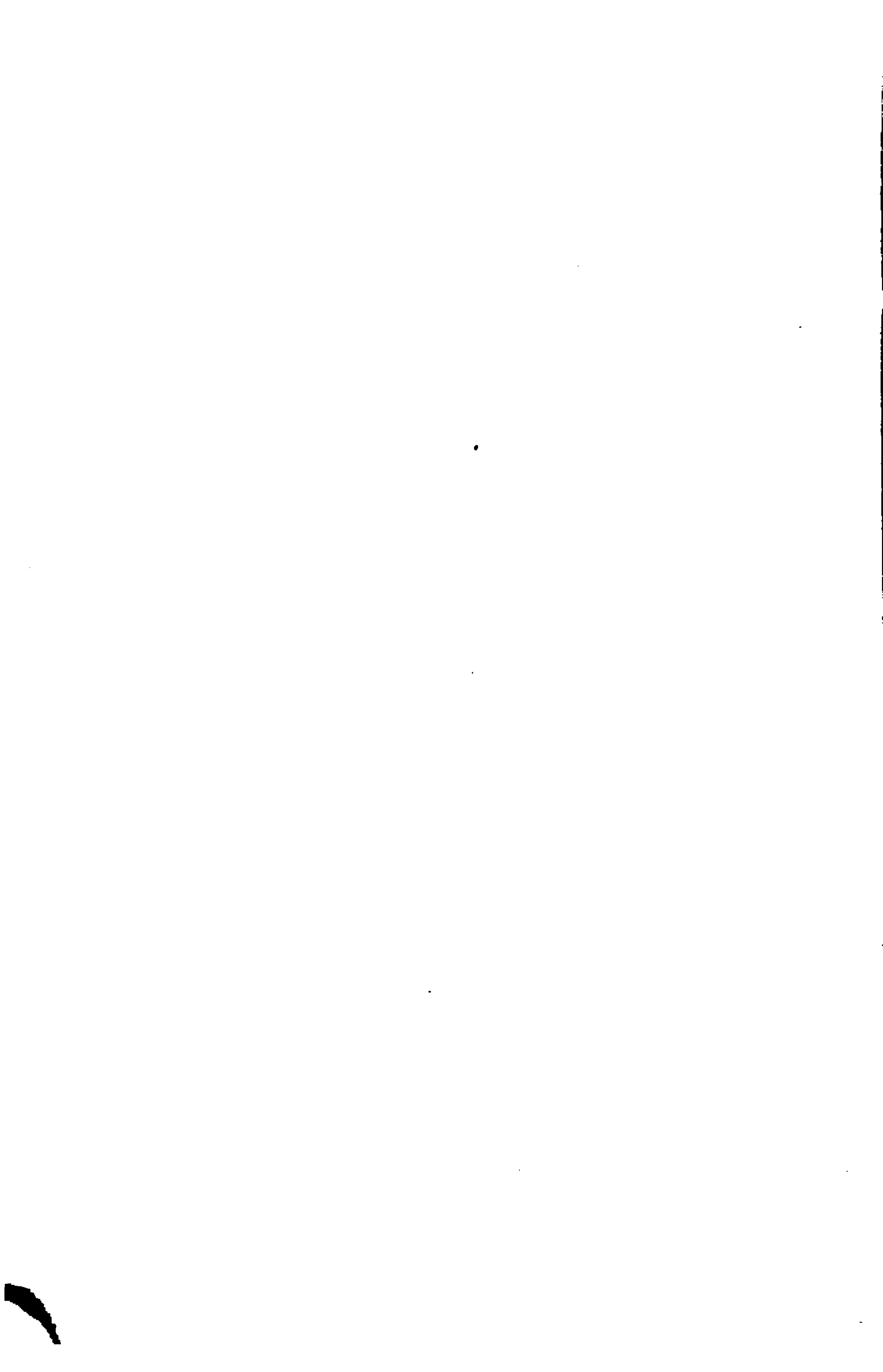


ΦA

31

A673

H4H65



ARCHIMEDIS  
OPERA OMNIA

54928

CUM COMMENTARIIS EUTOCHII.

---

E CODICE FLORENTINO RECENSUIT, LATINE UERTIT

NOTISQUE ILLUSTRUIT

**J. L. HEIBERG**

DR. PHIL.

VOLUMEN II.



LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCLXXXI.

LIPSIÆ: TYPIS B. G. TRUBNERI.

## PRAEFATIO.

Cum in uolumine primo satis, ut opinor, de consilio, genere adiumentisque huius editionis praefatus sim, huic praefationi nihil relinquitur, nisi ut pauca quaedam uel addam uel corrigam.

In adnotatione igitur critica uoluminis I haec addantur, de quibus postea demum, quam prodierat uolumen illud, ab Henrico Lebègue certior factus sum:

I p. 56, 17 etiam in *A* est περιφερείας; quare scrib. „corr. ed. Basil.“.

I p. 116, 2 post „ed. Basil.“ ponenda erat stellula (nam ubi stellula nomini editoris recentioris adponitur, hoc significatur, codices Parisinos denuo inspectos cum cod. Florentino congruere).

I p. 122, 7 post „uulgo“ stellula ponatur.

I p. 132, 13 deleatur „corr. ed. Basil.“ nam in omnibus codd. est τό (excepto Florentino).

I p. 132, 18 post „ed. Basil.“ ponatur stellula.

I p. 150, 3 post „ed. Basil.“ ponatur stellula.

I p. 190, 19 pro „corr. ed. Basil.“ scribatur „corr. *B* manu 2\*“.

I p. 216, 17 cod. *C* prorsus idem habet, quod *F*; in *B* ita scribitur: ἡ βδ πρὸς δχ· ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ κλ πρὸς λδ ἡ βδ πρὸς δχ· ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ κλ cet.

I p. 452, 20 οὔτε cum omnibus codd. Parisinis recipiendum erat.

postremum moneo, sicubi signum interrogationis scripturae cod. Florentini adponatur, hoc non significari, me de collatione mea dubitare, sed codicem ipsum lectu difficilem esse, ita ut prorsus certo dignosci ne-

queat, quae sit scriptura eius. unus tamen locus excipiendus est II p. 352, 19. ibi enim ad Torellii scripturam *τμάματος* nihil e cod. Florentino adnotavi; sed cum et ante et post in eadem pagina legamus *τμήμα*, non dubito, quin errauerim, et hoc quoque loco *η* in cod. Florentino reperiatur.

In uolumine altero p. 359 sq. recepi interpretationem Tartaleae librorum, qui sunt *περὶ ὀχουμένων*, quia intellexeram, Commandinum suo Marte plurima mutasse, ita ut forma genuina, in qua libri illi nobis traditi sunt, ex Tartalea solo cognosci possit. itaque cum liber eius satis rarus sit, interesse putavi, ut denuo cum fide ederetur quasi fundamentum hosce libros emendandi. sed hac ipsa re accidit, ut libri illi forma corruptissima et ita, ut interdum intellegi non possint, prodirent. sed cum intellexerim, eos tam fideliter e Graeco conuersos esse, ut pristina forma ubique fere adpareat, constitui, postea aliquando, si otium mihi contigerit, hos libros Graece conuertere. tum demum licebit de lacunis explendis et erroribus plurimis foedissimisque corrigendis seuerè cogitare. dum hoc fiat, habitu barbaro et dilacerato, quo ad nos peruenerunt, hic quoque prodeant. hoc loco interponere libet, quae Carolus Thurot u. d. ad emendandos libros illos contulit (*Recherches sur le principe d'Archimède. Revue archéologique 1868—69*).

II p. 356, 4: *ὠθεισθαι*] delet C. Thurot.

II p. 356, 6: *πάντων αὐτοῦ μερῶν*] *πάντα δὲ τὰ αὐτοῦ μέρη* idem.

II p. 357, 10: *ἰσοβαρῆ* iam suspicatus est Thurot.

II p. 358, 10: *καταβαίνωσι*] *καταβῶσι* idem.

II p. 358, 2: *ἰσοβαρῆ* iam Thurot.

praeterea in uerbis Tartaleae citandis saepe ea uel corrigit uel explicat additis Graecis, in quo saepe in



eadem incidit, quae ego in adnotationibus posui. de lacuna p. 369, 5 haec habet: peut-être y avait-il: en effet, si  $a$  n'était pas entièrement au-dessous de la surface, le volume du liquide égal à la portion plongée aurait un poids moindre que  $ad$ . idem uir doctus (Revue critique 1880 nr. 2) quaestionem obscuram ac difficilem, utrum Tartalea ipse codicem Graecum habuerit necne, ita soluere conatur, ut putet, libros illos Tartaleae causa ab homine Graecae linguae satis perito, sed qui mathematicam non calleret, e Graeco conuersos esse. praeterea consensum Thuroti (Recherches etc. p. 12 not. 2) de auctoritate editionis Tartaleae laetus commemoro, de qua ita iudicat: nous montrerons plus bas que cette publication est la seule base authentique qui puisse jusqu'ici servir à établir le texte de ce traité d'Archimède. — sero animaduerti, pro littera  $\chi$  usurpandam fuisse litteram  $\psi$ , ut fecit Commandinus; nam apud Tartaleam haec littera, quae saepius formam litterae  $x$  prae se fert, interdum tamen litterae  $\psi$  simillima est, ita ut ueri simile sit, Tartaleam semper hanc litteram reddi uoluisse.

De lemmatis hoc addendum uidetur, Mauritium Cantor (Vorlesungen über d. Gesch. der Math. p. 255—57) nuper pluribus de quibusdam eorum propositionibus egisse. quae Curtzius et Steinschneiderus de huius libri apud Arabes fatis disputauerunt, breui recensere in animo mihi est.

De codice Parisino problematis bouini e litteris Henrici Lebègue haec cognoui. codex Graecus 2448 inter alia hoc epigramma et id quidem tertio loco continet. de eo in Catalogo codd. mss. bibliothecae regiae II p. 504 haec leguntur:

MMCDXLVIII.

„— 3<sup>o</sup>. Archimedis supposititia ad Eratosthenem

epistola sive problema Alexandrinis versibus scriptum de bobus solis sacris —.

Codex bombycinus, olim Colbertinus.

Is codex saeculo decimo quarto exaratus videtur“. conspectus scripturae discrepantiae, in quo de accentibus et *ι* subscripto (quod saepe omittitur) tacui, hic est:

u. 4: *δασσαμένη*] *δασαμένη* cod. Paris. 2448.

u. 5: *ἀλάσσοντα*] alterum *σ* supra Paris. 2448.

u. 12: *τετράτω τε*] sic cod. Paris. 2448.

u. 13: *πᾶσιν*] sic. cod. Paris. 2448.

u. 16: *αὐτίς*] *αὐτούς*.

u. 16: *ἰσαζομένους*] *ἰδαιομένους*.

u. 19: *τετράτω*] sic.

u. 20: *τετράτω*] sic.

u. 22: *πάσης*] *πάσαις*.

u. 22: *ἐρχομένης*] *ἐρχομέναις*.

u. 23: *ἀγέλης*] *δ' ἀγέλης* (et sic Struuius).

u. 24: *τετραχῆ*] *τετραχεῖ*.

u. 27: *βοῶν*] *βόες*.

u. 29: *χρῶμα*] *χροιάν*.

u. 30: *λέγοι'*] *λέγοιο*.

u. 31: *ἐναρίθμιος*] sic.

u. 38: *ἀμβολάδην*] *ἀμβολάνδην*.

u. 40: *οὔτ' ἐπιλειπομένων*] *οὔτ' πιλειπομένων*.

u. 41: *πραπίδεσιν*] *πραπίδεσιν*.

u. 41: *ἀθροίσας*] *ἀθρήσας*.

u. 42: *ὦ ξένε*] *ξεῖνέ τά*.

u. 44: *ταύτη*] *ταύτης*.

hoc problema Archimedi re uera tribuendum esse, quamquam dubitari possit, an ipsi uersiculi ab eo conscripti non sint (quod ipse admiseram Quaest. Archim. p. 26 not. 1), etiam Krumbiegelius censet; quem de explicando uerbo *πλίνθου* u. 36 (si modo explicari potest) mecum consentire (l. l. p. 134) gaudeo. sed

in eo sententiam meam minus recte intellexit, quod putauit, me causis a me adlatis demonstrare uoluisse, Archimedes huius epigrammatis auctorem esse. nam hoc solum ostendere conatus sum, nihil esse, cur ab eo discederemus, quod traditum est, his uersibus contineri problema ab Archimede propositum. de re aptissime me monuit L. Oppermannus, eo quoque confirmari originem problematis Archimedeam, quod numeri tam scite electi sint, ut cito ad ingentes numeros perueniatur, in quo ipso auctor problematis praecipuam eius difficultatem inesse uoluerit. coniecturam meam in u. 24:

*ποικίλη ἰσάριθμον πλήθος ἔχουσ' ἐφάνη,*

quam palaeographice explicare posse uideor, tamen nunc improbaui, quia *ποικίλη* tum de grege vaccarum variarum, non de toto grege vario, accipiendum erat, quod fieri uix potest. — etiam iudicium Mauritii Cantor u. d. de hoc problemate adferre iuuat: Vorlesungen über d. Gesch. d. Math. I p. 268: Zu einem Ergebnisse kommen wir allerdings auch hier: dass nämlich ein Grund das Rinderproblem darum für untergescho-ben zu erklären, weil Archimed es nicht habe lösen können, in keiner Weise vorliegt.

Inter fragmenta catoptrorum recipere potueram Michaelis Pselli locum in synopsi mathemat. p. 73 ed. Xylandri: δυνατὸν μέντοι καὶ ἄλλως ἀπορία διόπτρας τῆ μεθόδῳ χρῆσασθαι, καθὰ δήπου καὶ Ἀρχιμήδης ὅς ποτέ τινων ἐρωμένων<sup>1)</sup> περὶ τῆς ὑπ' ὄψιν πυραμίδος, ὁπόση ἂν εἴη τὸ μέγεθος, τὴν ῥάβδου ἐτοίμως ὄρθιον πρὸς τὴν ἐξ ἡλίου τῆς πυραμίδος καταπήξας σκιάν, ὡς τὰς ἀμφοῖν τῆς τε ῥάβδου καὶ τῆς πυραμίδος ἐξ ἴσου συναποπερατοῦσθαι σκιάς. καὶ δύο ἐν-τεῦθεν ἀποτελέσας ἰσογώνια αὐτόθεν ἐπήγαγεν· ὃν λόγον ἢ ἐν ἐπιπέδῳ κειμένη σκιά τῆς ῥάβδου πρὸς αὐτὴν

1) ἐρωμένων Xylander.

ἔχει τὴν ῥάβδον, τὸν αὐτὸν καὶ ἡ ἐν ἐπιπέδῳ τῆς πυραμίδος σκιά πρὸς αὐτὴν ἔχει τὴν πυραμίδα. καὶ λοιπὸν τῇ διαμετρήσει τῆς σκιάς τῆς πυραμίδος τὸ τῆς πυραμίδος ὕψος τοῖς ἐρωτήσασιν δῆλον κατέστησεν. nam ueri simile est, hanc narratiunculam inde ortam esse, quod in catoptriciis Archimedis inueniebatur propositio aliqua de altitudinibus ex umbra dimetiendis, qualis est Euclidis optic. prop. 18.

ultimo loco adnotabo errores typographicos, quos quidem adhuc deprehenderim.

	Scriptum est:	Scribendum erat:
I p. 24, 15:	περιγράψαι	περιγράψαι.
I p. 46, 7:	ἰσοῦψη	ἰσοῦψη.
I p. 106, 9:	η	ἡ.
I p. 240, 20:	τμημα. ὡς	τμημα, ὡς
I p. 380, 25:	κορυφα	κορυφὰ
I p. 424, 5:	οὐδὲ	οὐδὲ
II p. 146, 20:	ἔχοντι	ἔχωντι; et in notis p. 147 addendum: „20. εχοντι F, uulgo.“

in figura I p. 360 littera Γ excidit, quae ponenda erat in dextra parte extrema parabolae. I p. 244 in figura ducatur linea AK.

praeterea non raro in accentibus more Doriensium ponendis erraui, uelut quod in futuri tertia personae num. sing. circumflexum non posui, et omnino in dialecto restituenda fortasse parum mihi constiti. sed huic rei aliquatenus mederi me posse spero, collectis omnibus dialecti Doricae uestigiis, quae apud Archimedes occurunt. hoc et materiam disputandi uberiorem et, ut arbitror, fructuosiore, certe mihi familiarior, quam praebet quaestio de codicibus aestimandis, praefationi uoluminis tertii sepono.

Scrib. Hauniae Cal. Februariis MDCCCLXXXI.

# DE LINEIS SPIRALIBUS.

---

*Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ χαίρειν.*

Τῶν ποτὶ Κόνωνα ἀποσταλέντων θεωρημάτων,  
ὑπὲρ ὧν αἰεὶ τὰς ἀποδείξιας ἐπιστέλλεις μοι γράψαι,  
τῶν μὲν πλείστων ἐν τοῖς ὑπὸ Ἡρακλείδα κομισθέν-  
5 τεσσιν ἔχεις γεγραμμένας, τινὰς δὲ αὐτῶν καὶ ἐν τῷδε  
τῷ βιβλίῳ γράψας ἐπιστέλλω τοι. μὴ θαυμάσης δέ,  
εἰ πλείονα χρόνον ποιησάντες ἐκδίδομες τὰς ἀποδείξιας  
αὐτῶν. συμβαίνει γὰρ τοῦτο γεγενῆσθαι διὰ τὸ βου-  
λέσθαι με πρότερον διδόμεν τοῖς περὶ τὰ μαθήματα  
10 πραγματευομένοις καὶ μαστεύειν αὐτὰ προαιρουμένοις.  
πόσα γὰρ τῶν ἐν γεωμετρίας θεωρημάτων οὐκ εὐμέθ-  
οδα ἐν ἀρχῇ φανέντα χρόνῳ τὰν ἐξεργασίαν λαμβά-  
νουσι; Κόνων μὲν οὖν οὐχ ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὰν μά-  
στευσιν αὐτῶν χρόνον μετάλλαξεν τὸν βίον· ἢ δῆλα  
15 ἐποίησέν κα ταῦτα πάντα εὐρών, καὶ ἄλλα πολλὰ ἐξ-  
ευρών ἐπὶ τὸ πλεῖον προάγαγεν γεωμετρίαν. ἐπιστά-  
μεθα γὰρ ὑπάρξασαν αὐτῷ σύνεσιν οὐ τὰν τυχοῦσαν  
περὶ τὸ μάθημα καὶ φιλοπονίαν ὑπερβάλλουσαν. μετὰ  
δὲ τὰν Κόνωνος τελευτὰν πολλῶν ἐτέων ἐπιγεγενη-  
20 μένων οὐδ' ὑφ' ἐνὸς οὐδὲν τῶν προβλημάτων αἰσθα-  
νόμεθα κεκινημένον. βουλόμαι δὲ καθ' ἐν ἕκαστον  
αὐτῶν προενεγκάσθαι· καὶ γὰρ συμβαίνει δύο τινὰ

1. Δοσιθεῳ F, vulgo. 2. θεωρηματων F. 3. ἀποδει-  
ξίας] scripsi, ut lin. 7; αποδειξ cum comp. ης F; ἀποδείξεις  
vulgo. 7. εκδιδομεν F, vulgo. 11. πόσα] Barrowius; ποια F,

## Archimedes Dositheo s.

Eorum theorematum, quae ad Cononem miseram, quorum demonstrationes semper me perscribere iubes, plerasque demonstrationes in iis libris perscriptas habes, quos Heraclides ad te pertulit, nonnullas autem etiam hoc libro perscriptas ad te mitto. neu miratus sis, si diutius moratus demonstrationes eorum edidi. hoc enim ea de causa factum est, quod prius ea uolui permittere mathematicis studiosis, et qui ipsi ea scrutari malint. quot enim geometriae theoremata, quae initio difficilia inuentu uidebantur, postea tandem confecta sunt? Conon igitur, antequam satis temporis ad ea perscrutanda ei contigit, mortuus est; alioquin ea illustrasset, his omnibus inuentis, et multis aliis insuper de suo inuentis geometriam amplificasset. sci- mus enim, ei fuisse et peritiam mathematices singularem et industriam praecipuam. sed multis iam post mortem Cononis annis interiectis nondum ullum problematum illorum quemquam adtigisse comperimus. singula autem hoc loco adferam. accidit enim, ut duo

---

uulgo. θεωρημάτων F. 12. τὰν] τὴν per comp. F; corr. Torellius. 13. οὖν] addidi; om. F, uulgo. 14. ἢ δὴλα] Maduigijs; ἀδηλα F, uulgo; καὶ ἄδηλα ed. Basil., Torellius. 15. κα] scripsi; καὶ F, uulgo. 16. ἐπὶ] scripsi; καὶ ἐπὶ F, uulgo. τὰν γεωμετρίαν? 17. συνεσ cum comp. ἦν F. 19. Κωνωνος F, uulgo.

αὐτῶν ἐν αὐτοῖς μὲν κεχωρισμένα, τέλος δὲ ποθεσό-  
 μενα, ὅπως οἱ φασμένοι μὲν πάντα εὐρίσκειν, ἀπό-  
 δεῖξιν δὲ αὐτῶν οὐδεμίαν ἐκφερόντες ἐλεγκῶνται οἷα  
 ποθωμολογηκότες εὐρίσκειν τὰ ἀδύνατα. ταῦτα δὴ  
 5 ποῖα τῶν προβλημάτων ἐντί, καὶ τίνων τὰς ἀποδειξίας  
 ἔχεις ἀπεσταλμένας, καὶ ποίων ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ  
 κομίζομες, δοκιμάζομες ἐμφανίξαι τοι. πρῶτον δὴ  
 τῶν προβλημάτων ἦν· σφαίρας δοθείσας ἐπίπεδον  
 χωρίον εὐρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας· ὃ δὴ  
 10 καὶ πρῶτον ἐγένετο φανερὸν ἐκδοθέντος τοῦ περὶ τὰν  
 σφαῖραν βιβλίου. δειχθέντος γάρ, ὅτι πάσας σφαίρας  
 ἅ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου  
 τῶν ἐν τᾷ σφαίρα, δῆλον, ὡς δυνατόν ἐστι χωρίον  
 ἐπίπεδον εὐρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας. δεύ-  
 15 τερον δέ· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου σφαῖραν εὐ-  
 ρεῖν ἴσαν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ. τρίτον δέ· τὰν  
 δοθείσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν ὥστε τὰ τμήματα  
 αὐτᾶς ποτ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν. τέταρ-  
 τον δέ· τὰν δοθείσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν ὥστε  
 20 τὰ τμήματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν  
 ποτ' ἄλλαλα. πέμπτον δέ· τὸ δοθὲν τμήμα σφαίρας  
 τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὁμοιώσαι. ἕκτον δέ·  
 δύο δοθέντων τμημάτων σφαίρας εἴτε τᾶς αὐτᾶς εἴτε

1. αὐτῶν] scripsi; των F, uulgo. ἐν αὐτοῖς] scripsi cum  
 Nizzio; εν αυτω F, uulgo; εὐλύτων retentis τῶν et μὴ Maduigi-  
 μέν] μη F; corr. ed. Basil.\* κεχωρασμένα F; corr. B\*; εἶμεν  
 κεχωρισμένα Torellius cum Barrowio. τέλος] Nizzius; τελους  
 F, uulgo. ποθεσόμενα] scripsi; ποτεσσομεν F, uulgo; ποθη-  
 σομεν Barrow; ἀποτενξόμενα Torellius; ἀποεσσόμενα uel οὐδε-  
 ποθ' ἐξόμενα Nizzius; fort. τελους δὲ ποτιδεόμενα. 2. φανοι  
 F. ευρισκ cum comp. ην F, ut lin. 4, 9, 14. 3. οἷα ποθω-  
 μολογηκότες] scripsi; αποθωμολογηκοτες F, uulgo; οἱ ποθ' ὁμο-  
 λογηκότες Barrow, Torellius. 5. αποδειξ cum comp. ης F.  
 6. βιβλίῳ] alterum β. supra manu 1 F. 7. κομίζοντες



quaedam eorum inter ea collocata sint, confici autem non possint, ut isti, qui se omnia inuenire dicitent, nullam autem demonstrationem eorum in medium proferant, aliquando redarguantur, quippe qui absurda etiam se inuenire posse professi sint. ea autem problemata qualia sint, et quorum demonstrationes perscriptas habeas, et qualium demonstrationes hoc libro adferamus, mihi uisum est tecum communicare. primum igitur problema hoc erat: data sphaera planum spatium inuenire superficiei sphaerae aequale [de sph. et cyl. II p. 190], id quod etiam primum palam factum est, edito de sphaera libro. cum enim demonstratum sit, superficiem sphaerae quadruplo maiorem esse circulo maximo sphaerae [de sph. et cyl. I, 33], adparet fieri posse, ut inueniatur spatium planum superficiei sphaerae aequale. secundum autem hoc erat: dato cono uel cylindro sphaeram inuenire cono uel cylindro aequalem [de sph. et cyl. II, 1]. tertium autem: datam sphaeram plano secare, ita ut segmenta eius inter se datam rationem habeant [ib. II, 4]. quartum autem: datam sphaeram plano secare, ita ut segmenta superficiei inter se datam rationem habeant [ib. II, 3]. quintum autem: datum segmentum sphaerae dato segmento sphaerae simile reddere [cfr. ib. II, 5]. sextum autem: datis duobus sphaerae segmentis siue

---

F; corr. Torellius. δοκιμάζομεν] scripsi; δοκιμαζοντες F, uulgo. ἐμφανίξω B; ἐμφανίσω Torellius; ἐμφανίσαι A, ed. Basil. 8. δοθεις cum comp. ης F; corr. Torellius. 10. τὰν σφαίραν] scripsi; τὴν (comp.) σφαίραν F, uulgo; τὰς σφαίρας Torellius. 15. εὐρ cum comp. ἦν F, ut lin. 17, 19, p. 6 l. 1 17. τμηματα F; corr. Torellius; sic semper in omnibus huius uerbi formis in hoc libro, nisi ubi contra adnotatum est. 18. αὐτης F; corr. Torellius. 21. πεπτον F.

ἄλλας εὐρεῖν τι τμᾶμα σφαίρας, ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν  
 ὁμοῖον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν  
 ἴσαν ἔξει τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμάματος. ἑβδομον·  
 ἀπὸ τᾷς δοθείσας σφαίρας τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ  
 5 ὥστε τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν  
 αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν ταχθέντα λόγον  
 ἔχειν μείζονα τοῦ, ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ δύο. τού-  
 των μὲν οὖν τῶν εἰρημένων πάντων τὰς ἀποδειξίας  
 Ἡρακλείδας ἐκόμιξεν. τὸ δὲ μετὰ ταῦτα κεχωρισμένον  
 10 ψεῦδος ἦν. ἔστι δέ· εἴ κα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῆ εἰς  
 ἄνισα, τὸ μείζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον διπλασίονα  
 λόγον ἔξει, ἢ ἂ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα.  
 ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, διὰ τῶν προαπεσταλμένων φα-  
 νερόν ἐστι. κεχωρίσται γὰρ ἐν αὐτοῖς τόδε· εἴ κα σφαῖρα  
 15 ἐπιπέδῳ τμαθῆ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν  
 ἐν τᾷ σφαίρα τᾷς μὲν ἐπιφανείας τὸ μείζον τμᾶμα ποτὶ  
 τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὃν τὸ τμᾶμα τὸ  
 μείζον τᾷς διαμέτρου ποτὶ τὸ ἔλασσον, τὸ δὲ μείζον  
 τμᾶμα τᾷς σφαίρας ποτὶ τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ δι-  
 20 πλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἂ μείζων ἐπιφάνεια  
 ποτὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. ἦν δὲ καὶ  
 τὸ ἔσχατον κεχωρισμένον τῶν προβλημάτων ψεῦδος,  
 ὅτι, εἴ κα σφαίρας τινὸς ἂ διάμετρος τμαθῆ ὥστε τὸ  
 ἀπὸ τοῦ μείζονος τμάματος τετράγωνον τριπλάσιον  
 25 εἴμεν τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τμάμα-

7. μη μείζονα F; corr. Nizzius. 8. οὖν] per comp. F;  
 om. ed. Basil. ἀποδειξίς F, uulgo. 9. ἐκομισε F, uulgo.  
 10. τμηθῆ F; corr. Torellius; et sic per totum hunc librum in  
 omnibus huius uerbi formis (etiam in compositis), ubi nihil ad-  
 notatum est. 15. ποτ'] πρὸς per comp. F; corr. Torellius.  
 16. τᾷς μὲν ἐπιφανείας] addidi Neue Jahrb. Suppl. XI p. 397;  
 om. F, uulgo. ποτὶ τὸ ἔλασσον — 19. τὸ δὲ μείζον τμᾶμα

eiusdem siue alius segmentum sphaerae inuenire, quod ipsum alteri segmento aequale sit, superficiem autem alterius segmenti superficiei aequalem habeat [ib. II, 6]. septimum: a data sphaera segmentum plano abscindere, ita ut segmentum ad conum basim eandem habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem datam rationem habeat maiorem quam 3 : 2 [ib. II, 7]. horum igitur omnium, quae nominauimus, problematum demonstrationes Heraclides ad te pertulit. sed quod deinde positum erat, falsum erat. est autem huiusmodi: si sphaera plano in partes inaequales secatur, maius segmentum ad minus duplicem rationem habet, quam maior superficies ad minorem. hoc autem falsum esse ex iis, quae antea ad te missa sunt, apparet. in iis enim hoc positum est: si sphaera in partes inaequales secatur plano ad diametrum aliquam sphaerae perpendiculari, superficiei segmentum maius ad minus eandem habebit rationem, quam maior pars diametri ad minorem, sphaerae autem segmentum maius ad minus minorem quam duplicem rationem habet, quam maior superficies ad minorem, maiorem uero quam sesquialteram [ib. II, 8]. uerum etiam problema ultimo loco positum falsum erat: si alicuius sphaerae diametrus ita secatur, ut quadratum partis maioris triplo maius sit quadrato partis minoris, et per hoc punctum<sup>1)</sup> planum ad diametrum perpen-

---

1) Sc. in quo diametrus ita diuisa est.

---

delet Nizzius.  
 σορ] om. F V.  
 Torellius.

18. δέ] scripsi ibid.; γαρ F, uulgo. 19. ἔλασ-

21. ποτὶ τάν] πρὸς (comp.) τὴν (comp.) F; corr.

23. ἡ F; corr. Torellius.

τος, καὶ διὰ τοῦ σαμείου τούτου ἐπίπεδον ἀχθὲν ποτ' ὀρθὰς τᾶ διαμέτρῳ τέμνη τὰν σφαῖραν, τὸ τοιοῦτον τῷ εἶδει σχῆμα, οἷόν ἐστι τὸ μείζον τᾶς σφαίρας τμᾶμα, μέγιστόν ἐστι τῶν ἄλλων τμαμάτων τῶν ἐχόντων ἴσαν  
 5 τὰν ἐπιφάνειαν. ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, δῆλον διὰ τῶν προαπεσταλμένων θεωρημάτων. δεδείκται γάρ, ὅτι τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμαμάτων. μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τοῦ κώνου προβεβλημένα ἐστὶ τάδε· εἴ κα ὀρθο-  
 10 γωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς διαμέτρου περιενεχθῆ, ὥστε εἴμεν ἄξονα τὰν διάμετρον, τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κωνοειδὲς καλείσθω. καὶ εἴ κα τοῦ κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύη, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο  
 15 ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμη τι τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον, κορυφὰ δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος. εἴ δέ κα τὸ εἰρημένον σχῆμα ἐπιπέδῳ τμαθῆ ποτ' ὀρθὰς τῷ  
 20 ἄξονι, ὅτι μὲν ἅ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, δῆλον· ὅτι δὲ τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ. καὶ εἴ κα τοῦ κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὅπως οὖν ἀγμένοις, ὅτι  
 25 μὲν οὖν αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, δῆλον, εἴ κα τὰ ἀποτέμνοντα ἐπίπεδα μὴ ὀρθὰ ἔωντι ποτὶ τὸν ἄξονα· ὅτι δὲ τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τοῦ-

1. σημείου F; corr. Torellius; et sic per totum librum, ubi nihil adnotatum est. τούτου] scripsi; το F, uulgo; τι? 2. τὰν] την F; corr. Torellius. 3. εἶδη F. 12. της (comp.) . . . τομης F; corr. Torellius. 16. ἀποτμαθέντος] sic F.

diculare ducatur et sphaeram secet, figura talis specie, quale est maius segmentum sphaerae, maxima est omnium segmentorum aequalem superficiem habentium. hoc autem falsum esse, ex iis theorematibus, quae antea ad te missa sunt, adparet. ibi enim demonstratum est, hemisphaerium maximum esse segmentorum aequali superficie sphaerae comprehensorum [ib. II, 9]. deinde de cono<sup>1)</sup> haec erant proposita: si sectio cono rectanguli manente diametro circumuoluitur, ita ut diameter sit axis, figura sectione cono rectanguli comprehensa conoides uocetur [cfr. de conoid. p. 274]. et si planum conoides contingit, et aliud planum contingenti parallelum segmentum aliquod conoidis abscindit, segmenti abscisi basis uocetur planum abscindens, uertex autem punctum, in quo alterum planum conoides contingit. sin autem figura, quam commemorauimus, plano ad axem perpendiculari secatur, sectionem circulum fore, adparet; sed segmentum abscisum dimidia parte maius futurum esse cono basim eandem habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem, demonstrandum est [de conoid. 21]. et si a conoide duo segmenta planis quouis modo ductis abscinduntur, sectiones conorum acutangulorum sectiones futuras esse, si plana abscindentia ad axem perpendicularia non sint, adparet [de conoid. 12]; segmenta autem eam inter se rationem

---

1) Uidendum est, ne scribendum sit τοῦ κωνοειδέος lin. 9.

17. κορυφή F, uulgo.

scripsi; και F, uulgo.

Cr.

18. δέ] δη F; corr. ed. Basil.\* κα]

25. ὀξυγωνίου κώνου Nizzius cum C,

26. αποτεμν (cum comp. ον) τα FC.

τον ἔξοῦντι τὸν λόγον, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλά-  
 λας αἰ ἀπὸ τᾶν κορυφᾶν αὐτῶν ἀγμέναι παρὰ τὸν  
 ἄξονα μέχρι ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα τὰ τέμνοντα, δεῖξαι δεῖ.  
 τούτων δ' αἰ ἀποδειξίεις οὐπω τοι ἀποστελλόνται. μετὰ  
 5 δὲ ταῦτα περὶ τᾶς ἕλικος ἦν προβεβλημένα ταῦτα·  
 ἐντὶ δὲ ὡσπερ ἄλλο τι γένος προβλημάτων οὐδὲν ἐπι-  
 κοινωνεόντων τοῖς προειρημένοις· ὑπὲρ ὧν ἐν τῷδε  
 τῷ βιβλίῳ τὰς ἀποδειξίας γεγραφήκαμές τοι. ἔστιν δὲ  
 τάδε· εἴ κα εὐθεία γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ μένοντος τοῦ  
 10 ἑτέρου πέρατος ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῆ  
 πάλιν, ὅθεν ὄρμασεν, ἅμα δὲ τᾶ γραμμᾶ περιφερομένα  
 φερήται τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἐαυτῷ κατὰ τᾶς εὐ-  
 θείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον  
 ἕλिका γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. φαμὶ δὴ τὸ περιλαφθὲν  
 15 χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἀποκατα-  
 σταθείσας, ὅθεν ὄρμασεν, τρίτον μέρος εἶμεν τοῦ  
 κύκλου τοῦ γραφέντος κέντρῳ μὲν τῷ μένοντι σαμεῖῳ,  
 διαστήματι δὲ τᾶ εὐθείᾳ τᾶ διανυσθείσα ὑπὸ τοῦ σα-  
 μείου ἐν τᾶ μιᾶ περιφορᾷ τᾶς εὐθείας. καὶ εἴ κα τᾶς  
 20 ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεία κατὰ τὸ πέρασ τᾶς ἕλικος  
 τὸ ἔσχατον γενόμενον, ἄλλα δέ τις εὐθεία τᾶ περι-  
 αχθείσα καὶ ἀποκατασταθείσα γραμμᾶ ποτ' ὀρθὰς ἀχθῆ  
 ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος αὐτᾶς, ὥστε ἐμπεσεῖν τᾶ  
 ἐπιψανούσα, φαμὶ τὰν ποταχθείσαν εὐθείαν ἴσαν εἶμεν  
 25 τᾶ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ. καὶ εἴ κα ἅ περιαγομένα  
 γραμμὰ καὶ τὸ σαμεῖον τὸ φερόμενον κατ' αὐτᾶς πλει-

1. ἔχοντι] scripsi; εχωντι F, uulgo. 3. ἐπὶ τὰ] scripsi;  
 τα F, uulgo. τὰ τέμνοντα] scripsi; τὰ om. F, uulgo. 4. ἀπο-  
 δεῖξ cum comp. ης F; ἀποδείξεις uulgo. οὐπω] Torellius et  
 Nizzius; ουτω F, uulgo. 5. ελικας F; corr. BD. 6. ἐπι-  
 κοινωνεόντων] scripsi; ἐπικοινωνοντα F, uulgo; ἐπίκοινων  
 ἔχοντα Barrowius; ἐπίκοινων ἐχόντων Torellius; „communi-

habitura esse, quam habeant quadrata linearum, quae a uerticibus eorum usque ad plana abscindentia axi parallelae ducantur, demonstrandum est [ib. 24]. horum autem demonstrationes nondum ad te mittuntur, post haec autem de linea spirali haec proposita erant; sunt autem quasi aliud problematum genus, quae cum iis, quae adhuc commemorauimus, nihil commune habent; de quibus hoc libro demonstrationes tibi perscripsimus. sunt autem haec: si linea recta, manente altero termino, in plano aequabiliter circumacta rursus in eum locum restituitur, unde coepta est moueri, et simul dum linea circumagitur, punctum aliquod aequabiliter sibi ipsi in linea promouetur a termino manente incipiens, punctum in plano spiralem describet. dico igitur, spatium comprehensum spirali et linea in eum locum restituta, unde moueri coepta est, tertiam partem esse circuli, cuius centrum sit terminus manens, radius autem linea a puncto in una lineae circumuolutione permeata [prop. 24]. et si linea in extremo termino spiralis spiralem contingit, alia autem linea a termino manente ad lineam circumactam et in suum locum restitutam perpendicularis ducitur, ita ut in lineam contingentem incidat, dico, lineam ita [ad contingentem] ductam circuli ambitui aequalem esse [prop. 18]. et si linea, quae circumagitur, et punctum, quod in ea mouetur, pluribus

---

cans“ Cr. 8. γεγραφηκαμεν F, uulgo. τοι] Torellius; σοι F, uulgo. 9. περι ελικων F mg. 16. ωρμησεν F. 23. πέρας αὐτᾶς] περι το αυτο F; corr. Torellius. 24. φημι F; corr. Torellius. <sup>ο</sup>πραχθεισαν F; corr. Torellius; fort. προαχθεισαν.

όνας περιφορὰς περιενεχθέωντι καὶ ἀποκατασταθέωντι  
 πάλιν, ὄθεν ὄρμασεν, φανὶ τοῦ χωρίου τοῦ ἐν τᾷ  
 δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος ὑπὸ τὰς ἑλικος τὸ  
 μὲν ἐν τᾷ τρίτᾳ ποτιλαφθὲν διπλάσιον ἐσσεῖσθαι, τὸ  
 5 δὲ ἐν τᾷ τετάρτᾳ τριπλάσιον, τὸ δὲ ἐν τᾷ πέμπτᾳ  
 τετραπλάσιον, καὶ αἰεὶ τὰ ἐν ταῖς ὕστερον περιφοραῖς  
 ποτιλαμβανόμενα χωρία κατὰ τοὺς ἐξῆς ἀριθμοὺς πολ-  
 λαπλάσια ἐσσεῖσθαι τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτι-  
 λαφθέντος· τὸ δὲ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθὲν  
 10 χωρίου ἕκτον μέρος εἴμεν τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ  
 ποτιλαφθέντος χωρίου. καὶ εἰ καὶ ἐπὶ τᾷς ἑλικος τᾷς  
 ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθέωντι,  
 καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπιζευχθέωντι εὐθείαι ἐπὶ τὸ μεμενακὸς  
 πέρασ τᾷς περιενεχθείσας γραμμᾶς, καὶ κύκλοι δύο  
 15 γραφέωντι κέντρῳ μὲν τῷ μεμενακῷ σαμείῳ, διαστη-  
 μάτεσσι δὲ ταῖς ἐπιζευχθείσαις ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρασ  
 τᾷς εὐθείας, καὶ ἂ ἐλάσσων τᾶν ἐπιζευχθεισᾶν ἐπεκβλη-  
 θῆ, φανὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τε τᾷς τοῦ μείζονος  
 κύκλου περιφερείας τᾷς ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ἑλικι μεταξὺ τᾶν  
 20 εὐθειᾶν εἰσᾶσ καὶ τᾷς ἑλικος καὶ τᾷς εὐθείας τᾷς ἐκ-  
 βληθείσας ποτὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τε τᾷς τοῦ  
 ἐλάσσονος κύκλου περιφερείας καὶ τᾷς αὐτᾶς ἑλικος καὶ  
 τᾷς εὐθείας τᾷς ἐπιζευγνούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν τοῦτον  
 ἔξειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἂ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσ-  
 25 σονος κύκλου μετὰ δύο τριταμορίων τᾷς ὑπεροχᾶς, ἢ  
 ὑπερέχει ἂ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾷς  
 ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ

2. παλ cum comp. ην F. 10. τοῦ] τα F; corr. B.  
 11. ελικας F; corr. B. 15. γραφέωντι] scripsi; γεγραφεωντι  
 F, uulgo. 19. τᾷ] addidi; om. F, uulgo. 21. περιληφθεν F.  
 23. αὐτᾶν] αὐταν supra scripto compendio ων uel circum-



circumuolutionibus circumaguntur et rursus in eum locum restituuntur, unde moueri coepta est [linea recta], dico, spatium in secunda circumuolutione a spirali adiecto duplo maius fore spatium in tertia adiectum, triplo autem maius spatium in quarta adiectum, quadruplo autem spatium in quinta adiectum, et omnino spatia in sequentibus circumuolutionibus adiecta multiplicia fore, quam spatium in secunda circumuolutione adiectum, secundum numerorum insequentium seriem; spatium uero in prima circumuolutione comprehensum<sup>1)</sup> sextam partem esse spatii in secunda adiecti [prop. 27]. et si in spirali in una circumuolutione descripta duo puncta sumuntur, et ab iis ad manentem terminum lineae circumactae ducuntur lineae, et duo circuli describuntur, quorum centrum est punctum manens, radii autem lineae ad manentem terminum lineae ductae, et minor linearum ductarum producitur, dico, spatium comprehensum eo ambitu circuli maioris, qui in eadem parte est, in qua est spiralis, inter lineas positus, et spirali et linea producta ad spatium comprehensum ambitu circuli minoris et eadem spirali et linea terminos earum iungenti eam habiturum esse rationem, quam habeat radius circuli minoris cum duabus partibus excessus, quo radius circuli maioris radium minoris circuli excedat, ad radium circuli minoris cum tertia parte eiusdem excessus [prop. 28]. horum

---

1) Puto scribendum esse: περιλαφθέν lin. 9.

---

flexu F. 24. εξει F, uulgo. 25. ᾗ] ας F; corr. Torellius.  
 26. μείζονος κύκλου — p. 14, 1: κέντρον τοῦ om. F; corr. Torellius, nisi quod om. alterum τοῦ lin. 27.

τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ ἐνὸς τριταμορίου τᾶς εἰρημένης ὑπεροχᾶς. τούτων δὴ μοι καὶ ἄλλων περὶ τᾶς ἑλικος αἱ ἀποδείξεις ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γραφόνται. προκείνται δέ, ὡς καὶ τῶν ἄλλων τῶν  
 5 γεωμετρομένων, τὰ χρεῖαν ἔχοντα εἰς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῶν. λαμβάνω δὲ καὶ ἐν τούτοις, ὡς ἐν τοῖς πρότερον ἐκδοδομένοις βιβλίοις, λῆμμα τόδε· τᾶν ἀνίσαν γραμμᾶν καὶ τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχάν, ἧ ὑπερέχει τὸ μείζον τοῦ ἐλάσσονος, αὐτὰν ἑαυτᾶ συν-  
 10 τιθεμένην δυνατὸν εἶμεν παντὸς ὑπερίσχειν τοῦ προτεθέντος τῶν ποτ' ἄλλαλα λεγομένων.

α'.

Εἴ κα κατὰ τινος γραμμᾶς ἐνεχθῆ τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον, καὶ λαφθέωντι ἐν αὐτᾶ  
 15 δύο γραμμαί, αἱ ἀπολαφθείσαι τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον ποτ' ἄλλάλας, ὅνπερ οἱ χρόνοι, ἐν οἷς τὸ σαμεῖον τὰς γραμμὰς ἐπορεύθη.

ἐνηνέχθω γάρ τι σαμεῖον κατὰ τᾶς  $AB$  γραμμᾶς ἰσοταχέως, καὶ λελάφθωσαν ἐν αὐτᾶ δύο γραμμαὶ αἱ  
 20  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta E$ . ἔστω δὲ ὁ χρόνος, ἐν ᾧ τὰν  $\Gamma\Delta$  γραμμᾶν τὸ σαμεῖον διεπορεύθη, ὁ  $ZH$ , ἐν ᾧ δὲ τὰν  $\Delta E$  ὁ  $H\Theta$ . δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἅ  $\Gamma\Delta$  γραμμὰ ποτὶ τὰν  $\Delta E$  γραμμᾶν, ὃν ὁ χρόνος ὁ  $ZH$  ποτὶ τὸν  $H\Theta$ .

συγκείσθωσαν γὰρ ἐκ τᾶν  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta E$  γραμμᾶν αἱ  
 25  $A\Delta$ ,  $\Delta B$  γραμμαὶ καθ' ἀντινοῦν σύνθεσιν οὕτως, ὥστε ὑπερέχειν τὰν  $A\Delta$  τᾶς  $\Delta B$ . καὶ ὁσάκις μὲν συγκείται ἅ  $\Gamma\Delta$  γραμμὰ ἐν τᾶ  $A\Delta$ , τοσαντάκις συγ-

1. μετ' ed. Basil., Torellius. 3. αποδειξ cum comp. ης F; ἀποδείξεις vulgo. 4. πρόκειται Nizzius. 6. ὡς] scripsi; των per comp. F, vulgo. 7. λῆμμα τόδε] scripsi; λημα ταδε

igitur [theorematum] et aliorum quorundam de spirali demonstrationes hoc libro a me perscribuntur. praemittuntur autem, ut etiam in ceteris scriptis geometricis, quae ad ea demonstranda utilia sunt. et hic quoque, sicut in libris antea editis<sup>1)</sup>, hoc lemma sumo: excessum linearum uel spatiorum inaequalium, quo maius excedat minus, sibi ipsi adiectum excedere posse quamuis magnitudinem datam earum, quae inter se comparari possunt.

## I.

Si in linea aliqua punctum aliquod sibi ipsi aequaliter fertur, et in ea duae lineae sumuntur, lineae sumptae eandem rationem habebunt, quam tempora, quibus punctum lineas permeauit.

feratur enim aequaliter punctum aliquod in linea  $AB$ , et in ea duae lineae  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta E$  sumantur. tempus autem, quo punctum lineam  $\Gamma\Delta$  permeauit, sit  $ZH$ , et quo lineam  $\Delta E$ , sit  $H\Theta$ . demonstrandum est, esse  $\Gamma\Delta : \Delta E = ZH : H\Theta$ .

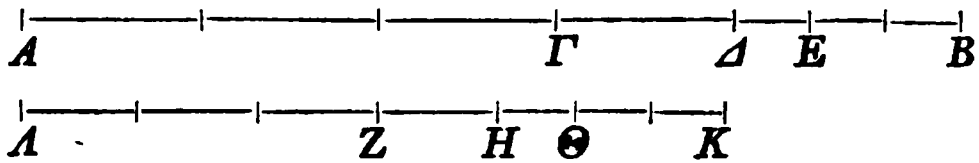
componantur enim ex lineis  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta E$  lineae  $A\Delta$ ,  $\Delta B$ ; quotiescunque sumuntur lineae illae, ita ut linea  $A\Delta$  lineam  $\Delta B$  excedat.<sup>2)</sup> et quoties linea  $\Gamma\Delta$  in linea  $A\Delta$  continetur, toties contineatur tempus  $ZH$

1) H. e. *περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου* (I λαμβ. 5 p. 10) et *τετραγ. παραβ.* praef. (Quaest. Arch. p. 45).

2) Hoc fieri potest per lemma illud lin. 7—11.

F, supra scripto  $\mu$  et  $\tau\alpha$  manu prima (et sic uulgo); *λημμάτων τούδε* Nizze. 18. *ηνεχθω* F, uulgo. 22. *ἔχοντι*] scripsi; *εχωντι* F, uulgo.  $\Gamma\Delta$ ]  $A\Delta$  F; corr. Torellius;  $\alpha\gamma$  ed. Basil.; „cd“ Cr. 24 *των — γραμμων* (comp.) F; corr. Torellius.

κείσθω ὁ χρόνος ὁ  $ZH$  ἐν τῷ χρόνῳ τῷ  $\Lambda H$ . ὁσάνκις δὲ συγκείται ἅ  $\Delta E$  γραμμὰ ἐν τῷ  $\Delta B$ , τοσαντάκις



συγκείσθω ὁ  $\Theta H$  χρόνος ἐν τῷ  $KH$  χρόνῳ. ἐπεὶ οὖν ὑποκείται τὸ σημεῖον ἰσοταχέως ἐνηνέχθαι κατὰ τῆς  
 5  $AB$  γραμμᾶς, δῆλον, ὡς, ἐν ὅσῳ χρόνῳ τὰν  $\Gamma\Delta$  ἐνηνέκται, ἐν τοσοῦτῳ καὶ ἐκάσταν ἐνηνέκται τῶν ἴσων τῶ  $\Gamma\Delta$ . φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ συγκειμέναν τὰν  $\Lambda\Delta$  γραμμὰν ἐν τοσοῦτῳ χρόνῳ ἐνηνέκται, ὅσος ἐστὶν ὁ  $\Lambda H$  χρόνος, ἐπειδὴ τοσαντάκις συγκείται ἅ τε  $\Gamma\Delta$   
 10 γραμμὰ ἐν τῷ  $\Lambda\Delta$  γραμμᾷ, καὶ ὁ  $ZH$  χρόνος ἐν τῷ  $\Lambda H$  χρόνῳ. διὰ ταῦτὰ δὴ καὶ τὰν  $B\Delta$  γραμμὰν ἐν τοσοῦτῳ χρόνῳ τὸ σημεῖον ἐνηνέκται, ὅσος ἐστὶν ὁ  $KH$  χρόνος. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἅ  $\Lambda\Delta$  γραμμὰ τῆς  $B\Delta$ , δῆλον, ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ τὸ σημεῖον τὰν  
 15  $\Delta A$  διαπορευέται γραμμὰν, ἢ τὰν  $B\Delta$ . ὥστε ὁ χρόνος ὁ  $\Lambda H$  μείζων ἐστὶ τοῦ  $KH$  χρόνου. ὁμοίως δὲ δειχθησέεται, καὶ εἴ κα ἕκ τῶν χρόνων τῶν  $ZH$ ,  $H\Theta$  συντεθέωντι χρόνοι καθ' ἀντινοῦν σύνθεσιν, ὥστε ὑπερέχειν τὸν ἕτερον τοῦ ἑτέρου, ὅτι καὶ τῶν ἐκ τῶν  
 20 γραμμῶν τῶν  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta E$  κατὰ τὰν αὐτὰν σύνθεσιν συντεθεισῶν ὑπερέξει ἅ ὁμόλογος τῷ ὑπερέχοντι χρόνῳ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον ἅ  $\Gamma\Delta$  ποτὶ τὰν  $\Delta E$ , ὃν ὁ χρόνος ὁ  $ZH$  ποτὶ τὸν χρόνον τὸν  $H\Theta$ .

1. οσακ cum comp. ης F, ut lin. 2, 9. 6. τωσουτω F.  
 εκαστ cum comp. ην F; corr. Torellius. 11. τὰ αὐτά Torellius.  
 17. αἴκα Torellius, ut fere semper.

in tempore  $\Delta H$ . quoties autem linea  $\Delta E$  in linea  $\Delta B$  continetur, toties contineatur tempus  $\Theta H$  in tempore  $KH$ . iam quoniam suppositum est, punctum in linea  $AB$  aequabiliter ferri, adparet, quo tempore lineam  $\Gamma\Delta$  permeat, eo etiam singulas lineae  $\Gamma\Delta$  aequales permeare. manifestum igitur est, punctum illud etiam lineam compositam  $A\Delta$  eo tempore permeare, quantum est tempus  $\Delta H$ , quoniam, quoties linea  $\Gamma\Delta$  in linea  $A\Delta$  continetur, toties continetur tempus  $ZH$  in tempore  $\Delta H$ . eadem igitur de causa etiam lineam  $B\Delta$  eo tempore permeat punctum, quantum est tempus  $KH$ . iam quoniam  $A\Delta > B\Delta$ , adparet, punctum longiore tempore lineam  $\Delta A$  permeare quam lineam  $B\Delta$ . quare erit  $\Delta H > KH$ . et eodem modo demonstrabimus, etiam si ex temporibus  $ZH$ ,  $H\Theta$  tempora componantur, quotiescumque in iis illa tempora contineantur, ita ut alterum excedat alterum, etiam linearum ex lineis  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta E$  toties sumptis, quoties tempora  $ZH$ ,  $H\Theta$ , compositarum eam excedere alteram, quae tempori excedenti respondeat. adparet igitur, esse  $\Gamma\Delta : \Delta E = ZH : H\Theta$  [Eucl. V def. 5].

β'.

Εἴ κα δύο σαμείων ἑκατέρου κατὰ τινος γραμμᾶς ἐνεχθέντος μὴ τᾶς αὐτᾶς ἰσοταχέως αὐτοῦ ἑαυτῷ φερομένου λαφθέωντι ἐν ἑκατέρῃ τῶν γραμμῶν δύο γραμμαί, ἂν αἷ τε πρώται ἐν ἴσοις χρόνοις ὑπὸ τῶν σαμείων διανυέσθων καὶ αἱ δευτέραι, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον ποτ' ἀλλάλας αἱ λαφθείσαι γραμμαί.

ἔστω κατὰ τᾶς  $AB$  γραμμᾶς ἐνηνεγμένον τι σαμείον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, καὶ ἄλλο κατὰ τᾶς  $KL$ .  
 10 λελάφθωσαν δὲ ἐν τᾷ  $AB$  δύο αἱ  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta E$  γραμμαί, καὶ ἐν τᾷ  $KL$  αἱ  $ZH$ ,  $H\Theta$ , ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ τὸ κατὰ τᾶς  $AB$  γραμμᾶς ἐνηνεγμένον σαμείον τὰν  $\Gamma\Delta$  γραμμῶν διαπορευέσθω, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον κατὰ τᾶς  $KL$  ἐνηνεγμένον τὰν  $ZH$  ὁμοίως καὶ τὰν  $\Delta E$  γραμμῶν  
 15 ἐν ἴσῳ διαπορευέσθω τὸ σαμείον, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον τὰν  $H\Theta$ . δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἂ  $\Gamma\Delta$  ποτὶ τὰν  $\Delta E$ , ὃν ἂ  $ZH$  ποτὶ τὰν  $H\Theta$ .

ἔστω δὴ ὁ χρόνος, ἐν ᾧ τὰν  $\Gamma\Delta$  γραμμῶν διεπορεύετο τὸ σαμείον, ὁ  $MN$ . ἐν τούτῳ δὴ τῷ χρόνῳ  
 20 καὶ τὸ ἕτερον σαμείον διαπορευέται τὰν  $ZH$ . πάλιν δὲ καί, ἐν ᾧ τὰν  $\Delta E$  γραμμῶν διεπορεύετο τὸ σαμείον, ἔστω ὁ  $NΞ$  χρόνος. ἐν τούτῳ δὴ καὶ τὸ ἕτερον σαμείον διαπορευέται τὰν  $H\Theta$ . τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἐξοῦντι ἂ τε  $\Gamma\Delta$  ποτὶ τὰν  $\Delta E$  γραμμῶν, ὃν  
 25 ὁ χρόνος ὁ  $MN$  ποτὶ  $NΞ$ , καὶ ἂ  $ZH$  ποτὶ τὰν  $H\Theta$ , ὃν ὁ χρόνος ὁ  $MN$  ποτὶ τὸν  $NΞ$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἂ  $\Gamma\Delta$  ποτὶ τὰν  $\Delta E$ , ὃν ἂ  $ZH$  ποτὶ τὰν  $H\Theta$ .

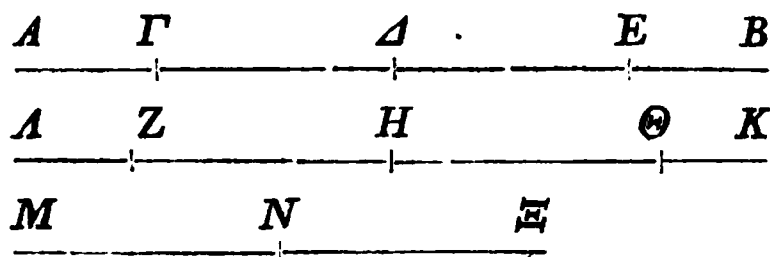
3. αὐτοῦ] scripsi; αυτω F, vulgo. 4. λαφθενωντι F.  
 5. ἂν] addidi; om. F, vulgo. σαμείων] sic F. 9. εαυτο F.

## II.

Si duo puncta in sua quodque linea sibi ipsa aequabiliter feruntur, et in utraque linea duae lineae sumuntur, quarum linearum et priores et posteriores aequalibus temporibus a punctis permeentur, lineae sumptae eandem inter se rationem habebunt.

feratur in linea  $AB$  punctum aliquod sibi ipsum aequabiliter, et in linea  $KA$  aliud punctum eodem modo. sumantur autem in linea  $AB$  duae lineae  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta E$ , et in linea  $KA$  lineae  $ZH$ ,  $H\Theta$ , et punctum, quod in linea  $AB$  fertur, eodem tempore lineam  $\Gamma\Delta$  permeet, quo alterum punctum, quod in linea  $KA$  fertur, lineam  $ZH$  permeat. et eodem modo etiam lineam  $\Delta E$  eodem tempore permeet punctum, quo alterum lineam  $H\Theta$  permeat. demonstrandum est, esse  $\Gamma\Delta : \Delta E = ZH : H\Theta$ .

tempus igitur, quo punctum lineam  $\Gamma\Delta$  permeavit, sit  $MN$ . itaque hoc tempore alterum punctum lineam  $ZH$  permeat. rursus autem tempus, quo punctum lineam  $\Delta E$  permeavit, sit  $NΞ$ . hoc igitur tempore etiam alterum punctum lineam  $H\Theta$  permeat. erit



igitur  $\Gamma\Delta : \Delta E = MN : NΞ$  et  $ZH : H\Theta = MN : NΞ$  [prop. 1]. adparet igitur, esse  $\Gamma\Delta : \Delta E = ZH : H\Theta$ .

10.  $\tau\tilde{\alpha}$ ]  $\tau\omega$  F; corr. B. 14.  $\acute{\epsilon}\nu\eta\eta\epsilon\gamma\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\nu$ ] scripsi;  $\eta\eta\epsilon\gamma\mu\epsilon\upsilon\omicron\nu$  F, vulgo. 15.  $\sigma\alpha\mu\epsilon\iota\omicron\nu$ ] sic F, ut lin. 12. 21.  $\delta\acute{\epsilon}$ ] Torellius;  $\delta\eta$  F, vulgo. 25.  $\pi\omicron\tau\iota$ ] (prius)  $\pi\rho\sigma$  per comp. F; corr. Torellius. 26.  $NΞ$ ]  $MΞ$  F. 27.  $\epsilon\chi\omega\nu\tau\iota$  F.

γ'.

Κύκλων δοθέντων ὀποσωνοῦν τῷ πλήθει δυνατὸν ἔστιν εὐθείαν λαβεῖν μείζονα ἐοῦσαν τᾶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν.

5 περιγραφέντος γὰρ περὶ ἕκαστον τῶν κύκλων πολυγώνου δῆλον, ὡς ἢ ἐκ πασῶν συγκειμένα τᾶν περιμέτρων εὐθεῖα μείζων ἔσσειται πασῶν τᾶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν.

δ'.

10 Δύο γραμμᾶν δοθεισᾶν ἀνισᾶν, εὐθείας τε καὶ κύκλου περιφερείας, δυνατὸν ἔστι λαβεῖν εὐθείαν τᾶς μὲν μείζονος τᾶν δοθεισᾶν γραμμᾶν ἐλάσσονα, τᾶς δὲ ἐλάσσονος μείζονα.

ὁσάκις γὰρ ἂ ὑπεροχά, ἄ ὑπερέχει ἂ μείζων γραμμὰ  
 15 τᾶς ἐλάσσονος, αὐτὰ ἑαυτᾶ συντιθεμένα ὑπερέξει τᾶς εὐθείας, εἰς τόσαῦτα ἴσα διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας τὸ ἐν τμᾶμα ἔλασσον ἔσσειται τᾶς ὑπεροχᾶς. εἰ μὲν οὖν κα ἢ ἂ περιφέρεια μείζων τᾶς εὐθείας, ἐνὸς τμήματος ποτιτεθέντος ποτὶ τὰν εὐθείαν τᾶς μὲν ἐλάσσονος τᾶν  
 20 δοθεισᾶν δῆλον ὡς μείζων ἔσσειται, τᾶς δὲ μείζονος ἐλάσσων. εἰ δὲ κα ἐλάσσων, ἐνὸς τμήματος ποτιτεθέντος ποτὶ τὰν περιφέρειαν ὁμοίως τᾶς μὲν ἐλάσσονος μείζων ἔσσειται, τᾶς δὲ μείζονος ἐλάσσων. καὶ γὰρ ἂ ποτικειμένα ἐλάσσων ἔστι τᾶς ὑπεροχᾶς.

2. ὀποσ cum comp. ων et οὖν F. 3. ουσαν F, uulgo.  
 6. πασων F, uulgo. συγκειμενη των F, uulgo. 7. ἔσσειται] scripsi; ἔσται per comp. F; uulgo. 11. λαβ cum comp. ην F. 15. αὐτὰ ἑαυτᾶ] scripsi; αυτα F, uulgo. 16. εἰς] scripsi; και. εις F, uulgo. 17. ἔσσειται] scripsi cum B; ἔσται per comp. F, uulgo. 18. κα ἢ] scripsi; και F, uulgo. 20. μείζων] scripsi; μειζον F, uulgo. μειζον cum comp. ας F. 21. εἰ δὲ κα usque ad μείζονος ἐλάσσων lin. 23 addidi; om. F, uulgo.



## III.

Datis circulis quotlibet numero fieri potest, ut sumatur linea maior, quam ambitus circulorum. circumscripto enim circum singulos circulos polygono adparet, lineam ex omnibus eorum perimetris compositam maiorem futuram esse, quam omnes ambitus circulorum [de sph. et. cyl. I, 1].

## IV.

Datis duabus lineis inaequabilibus, recta linea et circuli ambitu, fieri potest, ut sumatur linea recta minor maiore linearum datarum, minore autem maior.

nam quoties excessus, quo maior linea minorem excedit, sibi ipse adiectus lineam rectam excedet<sup>1)</sup>, in tot partes aequales diuisa linea recta una pars minor erit excessu. iam si ambitus maior est linea recta, adparet, si unam partem ad lineam rectam adiciamus, summam maiorem fore minore linearum datarum, minorem uero maiore. sin minor est [ambitus quam linea recta], si unam partem ad ambitum adicimus, summa rursus minore linea maior erit, maiore autem minor. nam quae adicitur, minor est excessu.<sup>2)</sup>

1) Hoc fieri potest per lemma p. 14.

2) Sit  $p$  ambitus,  $l$  linea recta; erit igitur, si  $p > l$ ,

$$n(p-l) > l : p-l > \frac{1}{n}l, p > l + \frac{1}{n}l; \text{ quare } p > l + \frac{1}{n}l > l.$$

$$\text{sin } l > p, \text{ erit: } n(l-p) > l : l-p > \frac{1}{n}l, l > p + \frac{1}{n}l;$$

$$\text{quare } l > p + \frac{1}{n}l > p.$$

ε'.

Κύκλου δοθέντος καὶ εὐθείας ἐπιφανούσας τοῦ κύκλου δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγαγεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιφανούσαν, ὥστε τὰν με-  
 5 ταξὺ τᾶς ἐπιφανούσας καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ ἂ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἂ μεταξὺ τᾶς ἀφᾶς καὶ τᾶς διαχθείσας ποτὶ τὰν δοθείσαν ὁποιαοῦν κύκλου περιφέρειαν.

- 10 δεδόσθω κύκλος ὁ  $ABΓ$ , κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ  $K$ , καὶ ἐπιφανέτω τοῦ κύκλου ἡ  $ΔΖ$  κατὰ τὸ  $B$ . δεδόσθω δὲ καὶ κύκλου περιφέρεια ὁποιαοῦν. δυνατόν δὴ ἐστι τᾶς δοθείσας περιφερείας λαβεῖν τινα εὐθεῖαν μείζονα, καὶ ἔστω ἡ  $E$  εὐθεῖα μείζων τᾶς δοθείσας περι-  
 15 φερείας. ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ  $K$  κέντρου παρὰ τὰν  $ΔΖ$  ἡ  $AH$ , καὶ κείσθω ἡ  $HΘ$  ἴσα τᾷ  $E$  νεύουσα ἐπὶ τὸ  $B$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $K$  κέντρου ἐπὶ τὸ  $Θ$  ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἔχει ἡ  $ΘΖ$  ποτὶ τὰν  $ΘΚ$ , ὃν ἡ  $BΘ$  ποτὶ τὰν  $ΘΗ$ . ἡ ἄρα  $ZΘ$  ποτὶ τὰν  
 20  $ΘΚ$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἡ  $BΘ$  περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθείσαν περιφέρειαν, διότι ἡ μὲν  $BΘ$  εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς  $BΘ$  περιφερείας, ἡ δὲ  $ΘΗ$  μείζων τᾶς δοθείσας περιφερείας. ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει καὶ ἡ  $ZΘ$  ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου, ἢ ἡ  $BΘ$   
 25 περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθείσαν περιφέρειαν.

2. επιφανουσης F; corr. Torellius. 12. δὴ] scripsi; δε F, uulgo. 15. ἀπό] διά? 17. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 19. ἡ] (alt.) scripsi; η F, uulgo. 20. ὃν ἔχει ἡ suspicatur Torellius.

V.

Dato circulo et linea circulum contingenti fieri potest, ut a centro circuli ad contingentem linea ducatur, ita ut linea inter contingentem et ambitum circuli posita ad radium eam rationem habeat, quam ambitus circuli inter punctum contactus et lineam productam positus ad quemlibet datum ambitum circuli.

datus sit circulus  $AB\Gamma$ , et centrum eius sit  $K$ , et  $\Delta Z$  circulum in  $B$  contingat. datus sit etiam quilibet ambitus circuli. fieri igitur potest, ut sumatur linea aliqua dato ambitu maior [prop. 3]; et sit  $E$  dato ambitu maior. ducatur autem a centro  $K$  lineae  $\Delta Z$  parallela linea  $AH$ , et ponatur  $H\Theta$  linea lineae  $E$  aequalis ad punctum  $B$  uergens<sup>1)</sup>, et [linea] a  $K$

puncto ad  $\Theta$  ducta produca-  
tur. erit igitur

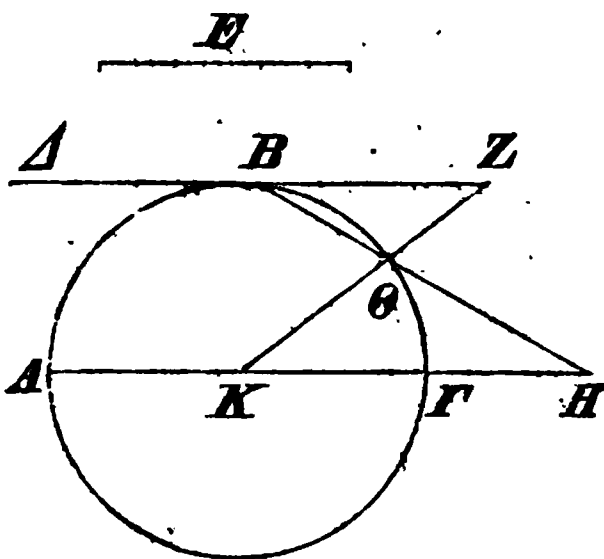
$$\Theta Z : \Theta K = B\Theta : \Theta H.^2)$$

itaque  $Z\Theta : \Theta K$  minorem rationem habet, quam ambitus  $B\Theta$  ad datum ambitum, quia linea  $B\Theta$  minor est ambitu  $B\Theta$  [de sph. et cyl. I λαμβ. 1 p. 8], et linea  $\Theta H$  [quia

lineae  $E$  aequalis est] maior ambitu dato [cfr. Eucl. V, 8]. itaque  $Z\Theta$  ad radium minorem rationem habet, quam ambitus  $B\Theta$  ad datum ambitum.

1) Quod quo modo fieri possit, Archimedes non dicit; cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 66 nr. 3.

2) Nam cum  $\Delta Z \neq AH$ , erit  $\angle BZ\Theta = \Theta KH$ ; et  $\angle B\Theta Z = K\Theta H$ ;  
quare  $B\Theta Z \sim K\Theta H$ ; tum u. Eucl. VI, 4.

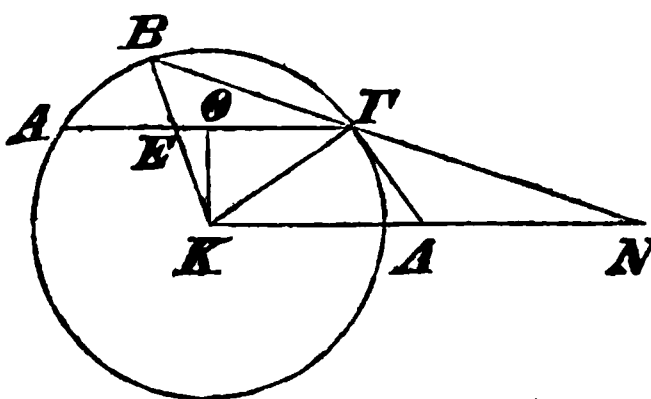


5'.

Κύκλου δοθέντος καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσ-  
 σονος τᾶς διαμέτρου δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ  
 κύκλου ποτὶ τὰν περιφέρειαν αὐτοῦ ποτιβαλεῖν εὐ-  
 5 θείαν τέμνουσαν τὰν ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένην γραμ-  
 μάν, ὥστε τὰν ἀπολαφθεῖσαν εὐθείαν μεταξὺ τᾶς  
 περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδο-  
 μένας ποτὶ τὰν ἐπιξευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς  
 10 ποτιπεσούσας τοῦ ἐπὶ τᾶς περιφερείας ποτὶ τὸ ἕτερον  
 πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας εὐθείας τὸν ταχ-  
 θέντα λόγον ἔχειν, εἴ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἢ  
 τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας  
 ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμένην.

δεδόσθω κύκλος ὁ  $ΑΒΓ$ , κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ  $Κ$ ,  
 15 καὶ ἐν αὐτῷ δεδόσθω εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου  
 ἡ  $ΓΑ$ , καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἡ  $Z$  ποτὶ  $H$ , ἐλάσσων τοῦ,  
 ὃν ἔχει ἡ  $ΓΘ$  ποτὶ τὰν  $ΚΘ$ , κάθετου εἰσούσας τᾶς  $ΚΘ$ .  
 ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου παρὰ τὰν  $ΑΓ$  ἡ  $ΚΝ$ , καὶ

20  $Z$  ——— .  
 $H$  ——— .



25

τᾶς  $ΚΓ$  ποτ' ὀρθᾶς ἡ  $ΓΑ$ .  
 ὁμοῖα δὴ ἐστὶ τὰ  $ΓΘΚ$ ,  
 $ΓΚΑ$  τρίγωνα. ἐστὶν οὖν,  
 ὡς ἡ  $ΓΘ$  ποτὶ τὰν  $ΚΘ$ ,  
 οὕτως ἡ  $ΚΓ$  ποτὶ τὰν  $ΓΑ$ .  
 ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει  
 ἡ  $Z$  ποτὶ τὰν  $H$ , ἢ ἡ  $ΚΓ$   
 ποτὶ τὰν  $ΓΑ$ . ὃν δὴ λόγον  
 ἔχει ἡ  $Z$  ποτὶ τὰν  $H$ , τοῦτον ἔχέτω ἡ  $ΚΓ$  ποτὶ μεί-  
 ζονα τᾶς  $ΓΑ$ . ἔχέτω ποτὶ τὰν  $ΒΝ$ . κείσθω δὲ ἡ  $ΒΝ$   
 μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας διὰ τοῦ  $Γ$ .

10. πέρας] μέρος F; corr. Torellius.  
 F, vulgo. ἡ] scripsi; ην F, vulgo.

11. κα] scripsi; και  
 18. αγμενων F; corr.

## VI.

Dato circulo et in circulo linea minore, quam diameter est, fieri potest, ut a centro circuli ad ambitum eius ponatur linea lineam in circulo datam secans, ita ut linea inter ambitum et lineam in circulo datam comprehensa ad lineam, quae ducitur ab eo termino lineae ad ambitum ductae, qui in ambitu est, ad utrumvis terminum lineae in circulo datae datam rationem habeat, si ratio data minor est ea, quam habet dimidia pars lineae in circulo datae ad lineam a centro ad eam perpendicularem ductam.

sit datus circulus  $AB\Gamma$ , et centrum eius  $K$ , et in eo data sit linea  $\Gamma A$  minor diametro, et ratio, quam habet  $Z : H$ , minor ea, quam habet  $\Gamma\Theta : K\Theta$ , perpendiculari ducta linea  $K\Theta$ . ducatur autem a centro linea  $KN$  lineae  $A\Gamma$  parallela, et linea  $\Gamma A$  ad  $K\Gamma$  perpendicularis. erit igitur  $\Gamma\Theta K \sim \Gamma K A$  [Eucl. I, 29]. quare  $\Gamma\Theta : \Theta K = K\Gamma : \Gamma A$  [Eucl. VI, 4]. erit igitur  $Z : H < K\Gamma : \Gamma A$ . itaque quam rationem habet  $Z : H$ , eam habebit  $K\Gamma$  ad lineam maiorem lineam  $\Gamma A$  [Eucl. V, 10]. habeat ad lineam  $BN$ . et ponatur linea  $BN$  per punctum  $\Gamma$ <sup>1)</sup> inter ambitum et lineam  $[KN]$ .<sup>2)</sup> fieri enim potest, ut ita secetur.<sup>3)</sup> et cadet

1) Cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 66 not.

2) Per τὰς εὐθείας lin. 29 uidetur significari lineam  $A\Gamma$ . quod cum ferri nequeat, fortasse addendum τὰς  $KN$ .

3) Hoc problema eodem fere redit, quo problema p. 28 not. 1 commemoratum.

Torellius. 16. ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius. 17. ουσας F, vulgo. 18. δὲ καί B, ed. Basil. 19. τη F, vulgo. 27. ἐχέτω ἄ] ἔξει ἄ? ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius. 28. ποτί] om. F; corr. Torellius; fort. del. ἐχέτω.

δυνατὸν δέ ἐστιν οὕτως τεμείν· καὶ πεσεῖται ἔκτός,  
 ἐπεὶ μείζων ἐστὶν τᾶς ΓΔ. ἐπεὶ οὖν ἅ ΚΒ ποτὶ ΒΝ  
 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἅ Ζ ποτὶ Η, καὶ ἅ ΕΒ  
 ποτὶ ΒΓ τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὃν ἅ Ζ ποτὶ Η.

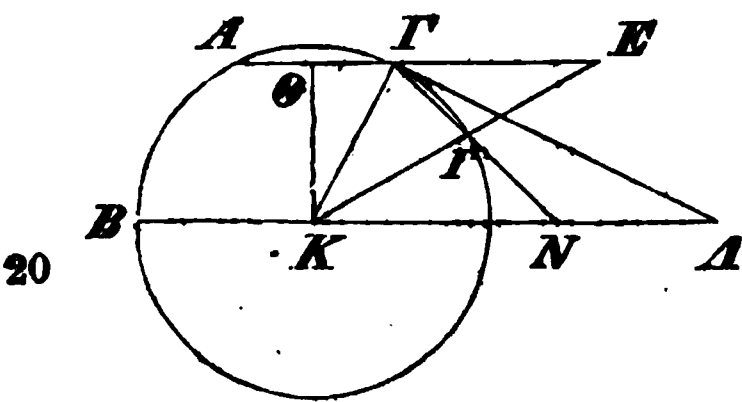
5

ξ'.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐ-  
 θείας ἐκβεβλημένας δυνατὸν ἐστὶν ἀπὸ τοῦ κέντρου  
 ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, ὥστε τὰν μεταξὺ  
 τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας ποτὶ τὰν ἐπι-  
 10 ζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἐναπολαφθείσας ποτὶ  
 τὸ πέρας τᾶς ἐκβεβλημένας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν,  
 εἰ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ἢ τοῦ, ὃν ἔχει ἅ ἡμίσεια  
 τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέν-  
 τρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

15

δεδοσθῶ τὰ αὐτὰ, καὶ ἔστω ἅ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ



20

ἐκβεβλημένα, ὁ δὲ δοθεὶς  
 λόγος ἔστω, ὃν ἔχει ἅ Ζ  
 ποτὶ τὰν Η, μείζων τοῦ,  
 ὃν ἔχει ἅ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ.  
 μείζων οὖν ἐσσεῖται καὶ  
 τοῦ, ὃν ἔχει ἅ ΚΓ ποτὶ ΓΔ.  
 ὃν δὴ λόγον ἔχει ἅ Ζ ποτὶ  
 Η, τοῦτον ἔξει ἅ ΚΓ ποτὶ  
 ἐλάσσονα τᾶς ΓΔ. ἐχέτω

25

ποτὶ ΙΝ νεύουσιν ἐπὶ τὸ Γ· δυνατὸν δέ ἐστιν οὕτως  
 τέμνειν· καὶ πεσεῖται ἐντὸς τᾶς ΓΔ, ἐπειδὴ ἐλάσσων  
 ἐστὶ τᾶς ΓΔ. ἐπεὶ οὖν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἅ ΚΓ

2. ΚΒ] ΚΒΓ ex puncta Γ F; ΚΓ BC\*; ΓΚ VD; ΒΚ ed. Basil., Torellius. ποτί] προς per comp. F; corr. C\*. 8. τὰν Η ed. Basil., Torellius. 8. εὐθείαν ποτί susp. Torellius;

extra [lineam  $\Gamma\Lambda$ ] <sup>1)</sup>, quia maior est linea  $\Gamma\Lambda$ . iam quoniam  $KB : BN = Z : H$  [nam  $KB = K\Gamma$ ], erit etiam  $EB : B\Gamma = Z : H$  [nam  $KB : BN = EB : B\Gamma$ ; Eucl. VI, 2].

## VII.

Iisdem datis et linea in circulo posita producta fieri potest, ut a centro ad lineam productam ponatur linea, ita ut linea inter ambitum et lineam productam ad lineam, quae a termino lineae [in circulo] comprehensae ad terminum productae ducitur, datam rationem habeat, si data ratio maior est ea, quam habet dimidia pars lineae in circulo datae ad lineam a centro ad eam perpendicularem ductam.

eadem data sint, et linea in circulo posita producat, et data ratio sit  $Z : H$ , maior quam  $\Gamma\Theta : \Theta K$ . quare etiam  $Z : H > K\Gamma : \Gamma\Lambda$ . <sup>2)</sup> quam igitur rationem habet  $Z : H$ , eam habebit  $K\Gamma$  ad lineam minorem linea  $\Gamma\Lambda$  [Eucl. V, 10]; habeat ad lineam  $IN$  ad punctum  $\Gamma$  uergentem. fieri autem potest, ut ita secetur. <sup>3)</sup> et intra lineam  $\Gamma\Lambda$  cadet, quoniam

1) Puto, haec uerba audiri posse, neque necesse esse cum Nizzio scribere:  $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\epsilon\iota\nu$ , καὶ πρῶτος ἐκτὸς τῆς  $\Gamma\Lambda$  lin. 1.

2) Nam  $K\Gamma\Theta \sim K\Gamma\Lambda$ ; quare  $\Gamma\Theta : \Theta K = K\Gamma : \Gamma\Lambda$  (Eucl. VI, 4).

3) U. prop. 5 p. 23 not. 1.

probat Nizzius. 10.  $\epsilon\nu\alpha\pi\omicron\lambda\eta\varphi\theta\epsilon\iota\sigma\alpha\varsigma$  F. 12. κα] scripsi; και F, uulgo. 15. εἶπω per comp., addito στε F; εἶπώτε C. 21. ποτὶ] πρὸς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 22, 23, 25, p. 28 lin 1 (ter). 26.  $\tau\epsilon\mu\nu$  cum comp.  $\eta\nu$  F. της F; corr. Torellius. 27. της per comp. F; corr. Torellius.

ποτὶ  $IN$ , ὃν ἄ  $Z$  ποτὶ  $H$ , καὶ ἄ  $EI$  ποτὶ  $IG$  τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὃν ἄ  $Z$  ποτὶ τὰν  $H$ .

η'.

Κύκλου δοθέντος καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσ-  
 5 σονος τᾶς διαμέτρου καὶ ἄλλᾶς ἐπιψανούσας τοῦ κύκλου  
 κατὰ τὸ πέρασ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας δυνατὸν  
 ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν τινα εὐθεῖαν  
 ποτὶ τὰν εὐθεῖαν, ὥστε τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπ' αὐτᾶς  
 μεταξὺ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας καὶ τᾶς ἐν τῷ  
 10 κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν  
 ἀπὸ τᾶς ἐπιψανούσας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ  
 καὶ ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἢ τοῦ, ὃν ἔχει ἄ ἡμίσεια  
 τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέν-  
 τρου τοῦ κύκλου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

15 ἔστω κύκλος δεδομένος ὁ  $ABΓΔ$ , καὶ ἐν τῷ κύκλῳ  
 εὐθεῖα δεδρόσθω ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἄ  $ΓΑ$ , καὶ  
 ἄ  $ΞΑ$  ἐπιψανέτω τοῦ κύκλου κατὰ τὸ  $Γ$ , καὶ λόγος,  
 ὃν ἔχει ἄ  $Z$  ποτὶ  $H$ , ἐλάσσων τοῦ, ὃν ἔχει ἄ  $ΓΘ$  ποτὶ  
 $ΘΚ$ . ἔσσειται δὴ ἐλάσσων καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἄ  $ΓΚ$   
 20 ποτὶ  $ΓΑ$ , εἴ καὶ παράλληλος ἀχθῆ ἄ  $ΚΑ$  τᾶ  $ΘΓ$ . ἐχέτω  
 δὴ ἄ  $ΚΓ$  ποτὶ  $ΓΞ$  τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἄ  $Z$  ποτὶ  $H$ .  
 μείζων δὴ ἐστὶν ἄ  $ΞΓ$  τᾶς  $ΓΑ$ . γεγράφθω κύκλου  
 περιφέρεια περὶ τὰ  $Κ$ ,  $Α$ ,  $Ξ$ . ἐπεὶ οὖν ἐστὶ μείζων ἄ  
 $ΞΓ$  τᾶς  $ΓΑ$ , καὶ ποτ' ὀρθᾶς ἐντι ἀλλάλαις αἱ  $ΚΓ$ ,  
 25  $ΞΑ$ , δυνατὸν ἐστὶ τᾶ  $ΜΓ$  ἴσαν ἄλλαν θέμεν τὰν  $IN$

2. εἴσουσι F; corr. Torellius. 8. ποτὶ τὰν εὐθεῖαν errore  
 om. Rivaltus; prob. Torellius. ἀποληφθεῖσαν F; corr. To-  
 rellius, ut lin. 10. 11. τᾶς] της τας FC. 12. ἦ] scripsi;  
 ἐστι F, vulgo. 18. ποτὶ (bis)] προς per comp. F; corr. Torellius,  
 ut lin. 20, 21 (bis); p. 30, 2, 3, 5, 9, 10, 11, 12, 13, 14 (bis).  
 H] H ἔστω BC, ed. Basil., Torellius. 20. ἄ] η F; corr. To-



minor est linea  $\Gamma A$ . iam quoniam est  $K\Gamma : IN = Z : H$ , erit etiam  $EI : I\Gamma = Z : H$ .<sup>1)</sup>

## VIII.

Dato circulo et in eo linea, quae minor est diametro, et alia linea circulum in termino lineae in circulo datae contingenti, fieri potest, ut a centro circuli ad lineam [datam] linea ponatur, ita ut ea pars eius, quae inter ambitum circuli et lineam in circulo datam abscinditur, ad partem contingentis lineae abscisam datam rationem habeat, si data ratio minor est ea, quam habet dimidia pars lineae in circulo datae ad lineam a centro ad eam perpendicularem ductam.

datus sit circulus  $AB\Gamma A$ , et in circulo data sit linea  $\Gamma A$  minor diametro, et linea  $\Xi A$  circulum in puncto  $\Gamma$  contingat, et [data sit] ratio  $Z : H$ , minor ea, quam habet  $\Gamma\Theta : \Theta K$ . erit igitur etiam

$$Z : H < \Gamma K : \Gamma A,$$

si  $K A$  lineae  $\Theta \Gamma$  parallela ducitur.<sup>2)</sup> sit igitur

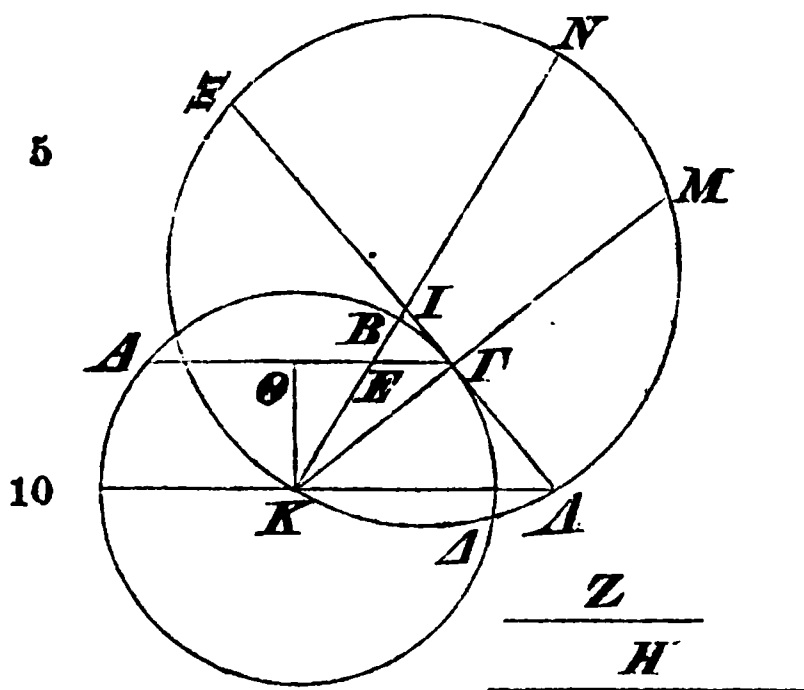
$$K\Gamma : \Gamma \Xi = Z : H.$$

itaque erit  $\Xi \Gamma > \Gamma A$  [Eucl. V, 10]. describatur ambitus circuli per puncta  $K$ ,  $A$ ,  $\Xi$ . iam quoniam  $\Xi \Gamma > \Gamma A$ , et  $K\Gamma \perp \Xi A$ , fieri potest, ut ponatur

1) Nam  $\Gamma I E \sim K I N$ ; quare  $K I : I N = E I : I \Gamma$ ; sed  $K I = K \Gamma$ .

2) Nam  $K \Theta \Gamma \sim K \Gamma A$ ; tum u. Eucl. VI, 4.

νεύουσαν ἐπὶ τὸ  $K$ . τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  
 $\Xi I$ ,  $I \Lambda$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $KE$ ,  $I \Lambda$  τὸν αὐτὸν ἔχει



λόγον, ὃν ἂ  $\Xi I$  ποτὶ  
 $KE$ , καὶ τὸ ὑπὸ τῶν  
 $KI$ ,  $IN$  ποτὶ τὸ ὑπὸ  
 τῶν  $KI$ ,  $\Gamma \Lambda$  τὸν αὐτὸν  
 ἔχει λόγον, ὃν ἂ  $IN$   
 ποτὶ  $\Gamma \Lambda$ . ὥστε καὶ ἂ  
 $IN$  ποτὶ  $\Gamma \Lambda$  ἐστίν, ὡς  
 ἂ  $\Xi I$  ποτὶ  $KE$ . ὥστε  
 καὶ ἂ  $\Gamma M$  ποτὶ  $\Gamma \Lambda$ ,  
 καὶ ἂ  $\Xi \Gamma$  ποτὶ  $K \Gamma$  καὶ  
 ποτὶ  $KB$  ἐστίν, ὡς ἂ  $\Xi I$

ποτὶ  $KE$ , καὶ λοιπὰ ἂ  $I \Gamma$  ποτὶ  $BE$  τὸν αὐτὸν ἔχει  
 15 λόγον, ὃν ἂ  $\Xi \Gamma$  ποτὶ τὰν  $\Gamma K$ , καὶ ὃν ἂ  $H$  ποτὶ  $Z$ .  
 πέπτωκεν οὖν ἂ  $KN$  ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἔχει  
 ἂ μεταξὺ τῆς περιφερείας καὶ τῆς εὐθείας ἂ  $BE$  ποτὶ  
 τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τῆς ἐπιψαυούσας τὸν αὐτὸν  
 λόγον, ὃν ἂ  $Z$  ποτὶ τὰν  $H$ .

20

θ'.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων καὶ τῆς ἐν τῷ κύκλῳ δε-  
 δομένης γραμμῆς ἐκβεβλημένης δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέν-  
 τρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημένην  
 εὐθεῖαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τῆς περιφερείας καὶ τῆς  
 25 ἐκβεβλημένης ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τῆς ἐπι-

1. τῶν] του F; corr. Torellius. 2.  $\Xi I \Lambda$  F; corr. AB.  
 τῶν] των F; corr. Torellius. 4. τῶν] των per comp. F; corr.  
 Torellius, ut lin. 6. 5.  $KIN$  F; corr. ed. Basil. 6. τὸν αὐ-  
 τὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ  $IN$  ποτὶ  $\Gamma \Lambda$ ] om. F; corr. Commandi-  
 nus. 8. ἂ] η F; corr. Torellius, ut lin. 10, 11, 12, 13, 14.  
 14. λοιπη F, vulgo. 15.  $Z$ ] scripsi; το Z F, vulgo. 18.

linea  $IN$  lineae  $MG$  aequalis ad punctum  $K$  uergens.<sup>1)</sup> erit igitur  $\Xi I \times IA : KE \times IA = \Xi I : KE$ , et  $KI \times IN : KI \times IA = IN : IA$ . quare erit  $IN : IA = \Xi I : KE$ .<sup>2)</sup> quare etiam

$$GM : IA = \Xi I : KE$$

[nam  $IN = GM$ ], et

$$\Xi \Gamma : K \Gamma = \Xi \Gamma : KB \text{ [nam } K \Gamma = KB] = \Xi I : KE$$
<sup>3)</sup>

et  $I \Gamma : BE = \Xi \Gamma : \Gamma K$ <sup>4)</sup> =  $H : Z$ .

itaque linea  $KN$  ad lineam contingentem ducta est, et linea inter ambitum et lineam  $[A \Gamma]$  posita, h. e.  $BE$ , ad partem lineae contingentis  $[a KN]$  abscisam  $[h. e. I \Gamma]$  eandem rationem habet quam  $Z : H$ .

## IX.

Iisdem datis et producta linea in circulo data fieri potest, ut a centro circuli ad lineam productam ponatur [linea], ita ut linea inter ambitum et lineam productam posita ad eam partem lineae contingentis,

1) Quod quo modo per sectiones conicas fieri possit, ostendit Pappus I p. 298 (cfr. p. 272) duobus lemmatis praemissis; de cuius loci emendatione u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIII p. 117 sq.; Baltzer apud Hultsch: Papp. III p. 1231 sq.

2) Nam  $\Xi I \times IA = KI \times IN$  (Eucl. III, 35),  
et  $KE \times IA = KI \times IA$ ,  
quia  $E \Gamma \neq KA$  (tum u. Eucl. VI, 2).

3) Nam  $GM : IA = \Xi \Gamma : K \Gamma$  (Eucl. III, 35).

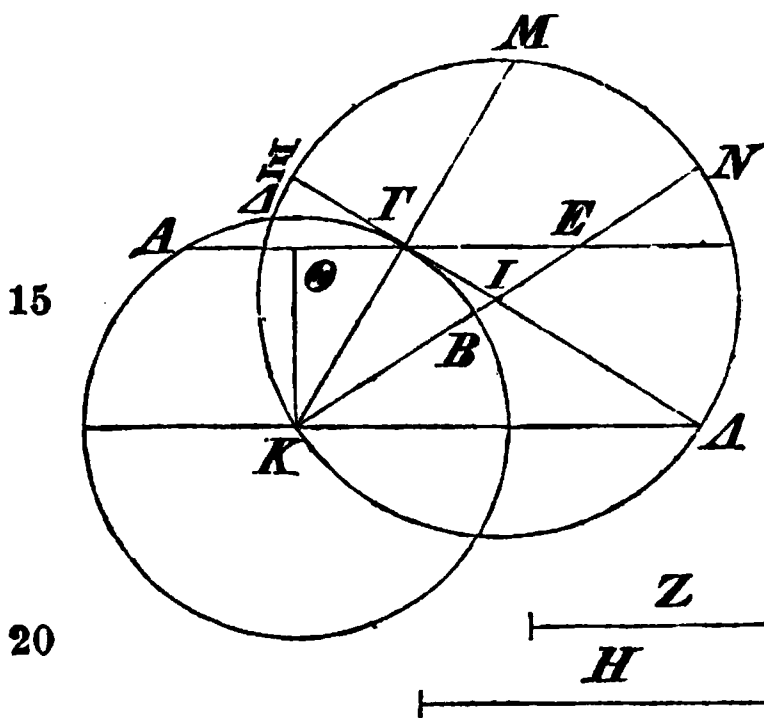
4) Nam cum sit  $\Xi \Gamma : KB = \Xi I : KE$ , erit  $\acute{\epsilon}\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$   
 $\Xi \Gamma : \Xi I = KB : KE$ ,  
unde  $\acute{\alpha}\nu\alpha\sigma\tau\rho\acute{\epsilon}\psi\alpha\nu\tau\iota$   $\Xi \Gamma : I \Gamma = KB : BE = \Gamma K : BE$ ; tum  $\acute{\epsilon}\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$   $\Xi \Gamma : \Gamma K = I \Gamma : BE$ .

$\alpha\pi\omicron\lambda\eta\phi\theta\epsilon\iota\sigma\alpha\nu$  F; corr. Torellius.  
Torellius. 19.  $\acute{\omicron}\nu$   $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$  Torellius.  
deleni.

$\alpha\nu\tau\omicron\nu$   $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$   $\lambda\omicron\gamma\omicron\nu$  F; corr.  
 $H$   $\lambda\omicron\gamma\omicron\nu$  F, uulgo;  $\lambda\omicron\gamma\omicron\nu$

ψανούσας ποτὶ τὰν ἀφὰν τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ἢ τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομένην.

5 δεδόσθω κύκλος ὁ  $ΑΒΓΔ$ , καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἡ  $ΓΑ$  διάχθω, καὶ ἐπιφανέτω τοῦ κύκλου ἡ  $ΞΓ$  κατὰ τὸ  $Γ$ , καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἡ  $Ζ$  ποτὶ τὰν  $Η$ , μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $ΓΘ$  ποτὶ τὰν  $ΘΚ$ . ἔσσειται δὴ μείζων καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $ΚΓ$   
10 ποτὶ τὰν  $ΓΔ$ . ἐχέτω οὖν ἡ  $ΚΓ$  ποτὶ τὰν  $ΓΞ$  τὸν



20

αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ  $Ζ$  ποτὶ τὰν  $Η$ . ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν αὐτὰ τᾶς  $ΓΔ$ . πάλιν δὴ γεγράφθω κύκλος διὰ τῶν  $Ξ, Κ, Δ$  σημείων. ἐπεὶ οὖν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ  $ΞΓ$  τᾶς  $ΓΔ$ , καὶ ποτ' ὀρθᾶς ἐντι ἀλλάλαις αἱ  $ΚΜ, ΞΓ$ , δυνατὸν τᾶ  $ΓΜ$   
25 ἴσαν θέμεν τὰν  $ΙΝ$  νεύουσαν ἐπὶ τὸ  $Κ$ . ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΞΙ, ΙΔ$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΑΙ, ΚΕ$  ἐστὶν, ὡς  $ΞΙ$  ποτὶ  $ΚΕ$ , ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν  $ΞΙ, ΙΔ$  ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΚΙ, ΙΝ$ , τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν  $ΑΙ, ΚΕ$  ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΚΙ, ΓΔ$  διὰ τὸ εἶμεν, ὡς τὰν  $ΚΕ$  ποτὶ  $ΙΚ$ , οὕτως τὰν  $ΑΓ$  ποτὶ  $ΑΙ$ , καὶ ὡς ἄρα ἡ  $ΞΙ$  ποτὶ  $ΚΕ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΚΙ, ΙΝ$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΚΙ, ΓΔ$ , τουτέστιν ὡς  $ΝΙ$  ποτὶ  $ΓΔ$ , τουτέστιν ἡ  $ΓΜ$  ποτὶ  $ΓΔ$ .

2. ἢ] scripsi; om. F, vulgo; ἢν Torellius. 6. διηχθω F; corr. Torellius. 9. ἔσσειται] scripsi; ἔσται per conp. F, vulgo.

quae ad punctum tactionis uersus abscinditur, datam rationem habeat, si data ratio maior est ea, quam habet dimidia pars lineae in circulo datae ad lineam a centro ad eam perpendicularem ductam.

datus sit circulus  $AB\Gamma\Delta$ , et in circulo linea  $\Gamma A$  ducatur minor diametro, et circulum in puncto  $\Gamma$  contingat linea  $\Xi\Gamma$ , et [data sit] ratio  $Z:H$  maior ea, quam habet  $\Gamma\Theta:\Theta K$ . erit igitur etiam

$$Z:H > K\Gamma:\Gamma A.$$

sit igitur  $K\Gamma:\Gamma\Xi = Z:H$ . itaque erit  $\Gamma\Xi < \Gamma A$  [Eucl. V, 10]. rursus igitur circulus per puncta  $\Xi, K, A$  describatur. iam quoniam  $\Xi\Gamma < \Gamma A$ , et  $KM \perp \Xi\Gamma$ , fieri potest, ut ponatur lineae  $\Gamma M$  aequalis linea  $IN$  ad  $K$  uergens.<sup>1)</sup> iam quoniam

$$\Xi I \times I A : A I \times K E = \Xi I : K E,$$

et  $K I \times I N = \Xi I \times I A$  [Eucl. III, 35], et

$$K I \times \Gamma A = A I \times K E,$$

quia  $K E : I K = A \Gamma : A I^2$ ), erit igitur etiam

$$\Xi I : K E = K I \times I N : K I \times \Gamma A = N I : \Gamma A = \Gamma M : \Gamma A.$$

1) De hoc problemate cfr. p. 31 not. 1.

2) Quia  $K I A \sim \Gamma I E$ , erit  $\Gamma I : I A = E I : I K$  (Eucl. VI, 4), unde  $\sigma\nu\nu\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\iota$   $\Gamma A : I A = K E : I K$ .

10.  $\epsilon\chi\epsilon\tau\omicron$  F. 13.  $\alpha\nu\tau\eta$  της F; corr. Torellius. 17. της F; corr. Torellius. 19.  $\acute{\epsilon}\nu\tau\iota$ ]  $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$  F, ulgo.  $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$  F; corr. Torellius. 20.  $\tau\eta$  F; corr. Torellius. 21.  $\iota\sigma$  cum comp.  $\eta\nu$  F; corr. Torellius.  $\theta\epsilon\iota\nu\alpha\iota$   $\tau\eta\nu$  F; corr. Torellius. 22.  $\tau\acute{\alpha}\nu$ ]  $\tau\omega\nu$  (comp.) F; corr. Torellius, ut lin. 23, 24 (bis), 25, 26, 28 (bis).  $\Xi I A$  F, ulgo, ut lin. 24. 23.  $\pi\omicron\tau\acute{\iota}$  (bis)]  $\pi\rho\omicron\varsigma$  per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 26, 27 bis, 28, 29 bis, p. 34 lin. 1 bis, 2 bis.  $A I, K E$ ]  $A K E$  supra scripta  $I$  man. 2 F. 24.  $\tau\acute{\omega}$ ]  $\tau\omicron$  F. 26.  $\epsilon\acute{\iota}\mu\epsilon\nu$ ]  $\epsilon\iota\nu\alpha\iota$  per comp. F; corr. Torellius. 27.  $\eta$  F; corr. Torellius, ut lin. 29, p. 34 lin. 1 bis, 2.

ἔστιν δὲ καὶ ὡς ἂ ΓΜ ποτὶ ΓΑ, ἂ ΞΓ ποτὶ ΚΓ, τουτέστι ποτὶ ΚΒ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἂ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, ἂ ΞΓ ποτὶ ΚΒ· καὶ λοιπὰ ἂ ΙΓ ποτὶ λοιπὰν τὰν ΒΕ ἔστιν, ὡς ἂ ΞΓ ποτὶ ΓΚ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἂ ΞΓ ποτὶ ΓΚ, τοῦτον ἔχει ἂ Η ποτὶ Ζ. ποτιπέπτωκεν δὴ ἂ ΚΕ ποτὶ τὰν ἐκβεβλημένην, καὶ ἂ μεταξὺ τᾶς ἐκβεβλημένης καὶ τᾶς περιφερείας ἂ ΒΕ ποτὶ τὰν ΓΙ τὰν ἀπὸ τᾶς ἐπιφανούσας ἀπολαφθεῖσαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ Ζ ποτὶ τὰν Η.

10

ί'.

Εἴ κα γραμμαὶ ἐξῆς τεθέωντι ὅποσαι οὖν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, ἧ δὲ ἂ ὑπεροχὰ ἴσα τᾶ ἐλάχιστα, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἐκάστα τᾶ μεγίστα, τὰ  
15 τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσῶν τᾶ μεγίστα ποτιλαμβάνοντα τό τε ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετράγωνον καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς ἐλάχιστας καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαις τριπλάσια ἐσσοῦνται τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ  
20 ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν.

ἔστων γραμμαὶ ὅποσαι οὖν ἐφεξῆς κειμέναι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι αἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, ἂ δὲ Θ ἴσα ἔστω τᾶ ὑπεροχᾶ. ποτικείσθω δὲ ποτὶ τὰν Β ἴσα τᾶ Θ ἂ Ι, ποτὶ δὲ τὰν Γ ἂ Κ ἴσα τᾶ Η, ποτὶ  
25 δὲ τὰν Δ ἂ Λ ἴσα τᾶ Ζ, ποτὶ δὲ τὰν Ε ἂ Μ ἴσα τᾶ

1. οὕτως ἂ ΞΓ ed. Basil., Torellius. 3. η F; corr. Torellius (bis), ut lin. 4 bis, 5. ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius (bis), ut lin. 4, 5 bis. λοιπη et λοιπην F, vulgo. 8. αποληφθεισαν F. 18. ταῖς] addidi; om. F. vulgo. 21. ἔστων] scripsi; ἔστω F, vulgo; ἔστωσαν A V et Nizzius. 25. ἂ] (prius) om. F.

est autem etiam

$\Gamma M : \Gamma A = \Xi \Gamma : K \Gamma$  [Eucl. III, 35] =  $\Xi \Gamma : KB$ .  
erit igitur  $\Xi I : KE = \Xi \Gamma : KB$ , et  $I \Gamma : BE = \Xi \Gamma : \Gamma K$ .<sup>1)</sup>  
sed  $\Xi \Gamma : \Gamma K = H : Z$ . itaque linea  $KE$  ad lineam  
productam ducta est, et linea  $BE$ , quae inter lineam  
productam et ambitum posita est, ad lineam  $\Gamma I$ ,  
quae a linea contingenti abscisa est, eandem rationem  
habet, quam  $Z : H$ .

### X.

Si quotlibet lineae deinceps datae sunt aequali  
spatio inter se excedentes, et excessus minimae aequa-  
lis est, et praeterea aliae lineae datae sunt numero  
iis aequales, magnitudine autem singulae maximae  
[aequales]<sup>2)</sup>, quadrata linearum maximae aequalium  
adiecto et quadrato maximae et rectangulo compre-  
henso minima lineaque omnibus simul lineis inter  
se aequali spatio excedentibus aequali triplo maiora  
erunt omnibus quadratis linearum aequali spatio inter  
se excedentium.

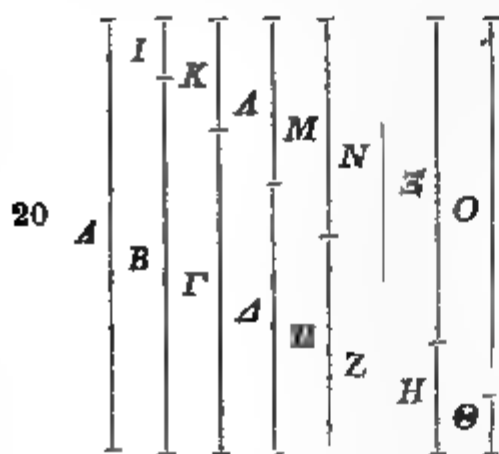
lineae quotlibet deinceps datae sint aequali spatio  
inter se excedentes  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta$ , et  $\Theta$  aequa-  
lis sit excessui. et lineae  $B$  adiiciatur linea  $I$  lineae  
 $\Theta$  aequalis,  $\Gamma$  autem lineae linea  $K$  lineae  $H$  aequa-  
lis,  $\Delta$  autem lineae linea  $A$  lineae  $Z$  aequalis,  $E$   
autem lineae linea  $M$  lineae  $E$  aequalis,  $Z$  autem

1) Nam  $\epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$  est:  $\Xi I : \Xi \Gamma = KE : KB$ , unde  $\delta\iota\epsilon\lambda\acute{o}\nu\tau\epsilon$   
 $I \Gamma : \Xi \Gamma = BE : KB$ ; tum  $\epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$ .

2) Fortasse scribendum lin. 14:  $\acute{\epsilon}\nu\acute{\alpha}\sigma\tau\alpha \acute{\iota}\sigma\alpha \tau\tilde{\alpha}$ .

Ε, ποτὶ δὲ τὰν Ζ ἂ Ν ἴσα τᾷ Δ, ποτὶ δὲ τὰν Η ἂ Ξ ἴσα τᾷ Γ, ποτὶ δὲ τὰν Θ ἂ Ο ἴσα τᾷ Β. ἴσσοῦνται δὴ αἱ γενομέναι ἴσαι ἀλλάλαις καὶ τᾷ μεγίστῃ. δεικτέον οὖν, ὅτι τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασῶν τᾶς τε Α  
 5 καὶ τᾶν γενομένων ποτιλαβόντα τὸ τε ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τριπλάσιά ἐντι τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ.

10 ἔστιν δὴ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς ΒΙ τετράγωνον ἴσον τοῖς ἀπὸ τᾶν Ι, Β τετραγώνοις καὶ δύο τοῖς ὑπὸ τᾶν Β, Ι περιεχομένοις. τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΚΓ ἴσον τοῖς ἀπὸ τᾶν Κ, Γ τετραγώνοις καὶ δύο τοῖς ὑπὸ τᾶν Κ, Γ περιεχομένοις. ὁμοίως δὴ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλων τᾶν ἴσων  
 15 τᾷ Α τετράγωνα ἴσα ἐντι τοῖς ἀπὸ τῶν τμαμάτων



20

25 τετραγώνοις καὶ δυοὶ τοῖς ὑπὸ τῶν τμαμάτων περιεχομένοις. τὰ μὲν οὖν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν Ι, Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ, Ο ποτιλαβόντα τὸ ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον διπλάσιά ἐντι τῶν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τετραγώνων. λοιπὸν δὲ ἐπιδείξομες, ὅτι τὰ διπλάσια τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν τμαμάτων τῶν ἐν ἑκατέρῃ γραμμᾷ τᾶν ἴσων τᾷ Α ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς

3. δὴ] Nizzius; δε F, vulgo; „igitur“ Cr. 11. τᾶν] (prius) scripsi; τῶν F, vulgo, ut etiam lin. 13, 14. δύο] δυοὶ Torellius, ut lin. 13 (h. l. etiam B). 12. τῆς F; corr. Torellius. 13. περι-



lineae linea  $N$  lineae  $\Delta$  aequalis,  $H$  autem lineae linea  $\Xi$  lineae  $\Gamma$  aequalis,  $\Theta$ , autem lineae linea  $O$  lineae  $B$  aequalis. itaque quae oriuntur lineae, inter se et lineae maximae aequales erunt. demonstrandum igitur, quadrata omnium linearum, et lineae  $A$  et earum, quae ortae sunt [adiiciendo], cum quadrato lineae  $A$  et rectangulo comprehenso linea  $\Theta$  et linea omnibus simul  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta$  aequali triplo maiora esse omnibus quadratis linearum  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta$ .<sup>1)</sup>

est igitur  $(B + I)^2 = I^2 + B^2 + 2BI$  [Eucl. II, 4], et  $(K + \Gamma)^2 = K^2 + \Gamma^2 + 2K\Gamma$ . eodem modo igitur etiam ceterarum linearum lineae  $A$  aequalium quadrata aequalia sunt quadratis partium et duobus rectangulis a partibus comprehensis. iam

$$\begin{aligned} & A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + Z^2 + H^2 + \Theta^2 + I^2 \\ & + K^2 + \Lambda^2 + M^2 + N^2 + \Xi^2 + O^2 + A^2 \\ & = 2(A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + Z^2 + H^2 + \Theta^2). \end{aligned}$$

deinde restat, ut demonstremus, dupla rectangulorum partibus uniuscuiusque linearum lineae  $A$  aequalium comprehensorum cum rectangulo

1) H. e. demonstrandum est esse

$$\begin{aligned} & A^2 + (B + I)^2 + (\Gamma + K)^2 + (\Delta + \Lambda)^2 + (E + M)^2 \\ & + (Z + N)^2 + (H + \Xi)^2 + (\Theta + O)^2 + A^2 + \\ & \Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta) \\ & = 8(A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + Z^2 + H^2 + \Theta^2). \end{aligned}$$

2) Nam  $I = \Theta$ ,  $K = H$ ,  $\Lambda = Z$ ,  $M = E$ ,  $N = \Delta$ ,  $\Xi = \Gamma$ ,  $O = B$ .

εχομενων F; corr. B.

scripsi; απο F, vulgo.

λαβοντα F; corr. AB.

δειξομεν F, vulgo.

14. δη] δε Torellius.

21. Ο ποτιλαβόντα] ΟΠ οτι (comp.)

23. τᾶν] των F, vulgo.

26. τῶν ἐν] scripsi; τῶν om. F, vulgo..

17. ὑπό]

25. επι-

*A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ* ἴσα ἐντὶ τοῖς ἀπὸ τῶν *A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ*. καὶ ἐντι δύο μὲν τὰ ὑπὸ *B, I* περιεχόμενα ἴσα δυσὶ τοῖς ὑπὸ τῶν *B, Θ* περιεχομένοις, δύο δὲ τὰ ὑπὸ τῶν *K, Γ* ἴσα τῷ περιεχομένῳ  
 5 ὑπὸ τε τῆς *Θ* καὶ τῆς τετραπλασίας τῆς *Γ* διὰ τὸ τῶν *K* διπλασίονα εἶμεν τῆς *Θ*, δύο δὲ τὰ ὑπὸ τῶν *Δ, Δ* ἴσα τῷ ὑπὸ τῆς *Θ* καὶ τῆς ἑξαπλασίας τῆς *Δ* διὰ τὸ τῶν *Δ* τριπλασίαν εἶμεν τῆς *Θ*. ὁμοίως δὴ καὶ τὰ ἄλλα τὰ διπλάσια τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων  
 10 ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς *Θ* καὶ τῆς πολλαπλασίας αἰ κατὰ τοὺς ἐξῆς ἀριθμοὺς ἀρτίους τῆς ἐπομένας γραμμᾶς. τὰ οὖν σύμπαντα ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς *Θ* καὶ τῆς ἴσας πάσαις ταῖς *A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ* ἐσσοῦνται ἴσα τῷ περιεχο-  
 15 μένῳ ὑπὸ τε τῆς *Θ* καὶ τῆς ἴσας πάσαις τᾶ τε *A* καὶ τᾶ τριπλασίᾳ τῆς *B* καὶ τᾶ πενταπλασίᾳ τῆς *Γ* καὶ αἰ τᾶ [περισσᾶ] κατὰ τοὺς ἐξῆς ἀριθμοὺς περισσοῦς πολλαπλασίᾳ τῆς ἐπομένας γραμμᾶς. ἐντὶ δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν *A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ* τετράγωνα ἴσα τῷ  
 20 περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν αὐτῶν γραμμῶν. ἔστι γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς *A* τετράγωνον ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς *Θ* καὶ τῆς ἴσας [πάσαις] τᾶ τε *A* καὶ τᾶ ἴσα ταῖς λοιπαῖς, ἂν ἐκάστα ἴσα τᾶ *A*. ἰσάκεις γὰρ μετρεῖ ᾧ τε *Θ* τῶν *A*, καὶ ᾧ *A* τῆς ἴσας αὐτᾶ πάσας σὺν τᾶ *A*.  
 25 ὥστε ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ *A* τετράγωνον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς *Θ* καὶ τῆς ἴσας τᾶ *A* καὶ τᾶ διπλασίᾳ τῶν *B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ*. αἰ γὰρ ἴσαι τᾶ *A* πάσαι

1. τῶν F, vulgo, ut lin. 3, 4. 2. καὶ ἐντι] scripsi; καὶ ἐπει F, vulgo. 8. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. 10. πολλαπλασίας F. 17. περισσᾶ] deleo. 18. πολλαπλασίᾳ] scripsi; πολλαπλασιους F, vulgo. 19. τῶν] τῶν F, vulgo. 22. πά-

$$\Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)$$

aequalia esse omnibus simul

$$A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + H^2 + \Theta^2.$$

est enim  $2B \times I = 2B \times \Theta$ , et  $2K \times \Gamma = \Theta \times 4\Gamma$ , quia  $K = 2\Theta$ , et  $2\Delta \times \Lambda = \Theta \times 6\Delta$ , quia  $\Lambda = 3\Theta$ . eodem modo igitur etiam dupla ceterorum rectangulorum partibus comprehensorum aequalia sunt rectangulis comprehensis linea  $\Theta$  et linea semper secundum numeros pares deinceps positos multiplici lineae sequentis. omnia igitur [rectangulorum dupla] cum rectangulo

$$\Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)$$

aequalia erunt

$$\Theta \times (A + 3B + 5\Gamma + 7\Delta + 9E + 11Z + 13H + 15\Theta).$$

sed etiam

$$A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + Z^2 + H^2 + \Theta^2$$

eidem rectangulo aequalia sunt. nam  $A^2$  aequale est rectangulo comprehenso linea  $\Theta$  et linea, quae aequalis est et lineae  $A$  et lineae aequali ceteris, quarum quaeque lineae  $A$  aequalis est.<sup>1)</sup> [nam quoties linea  $\Theta$  lineam  $A$  metitur, toties etiam linea  $A$  omnes lineas sibi aequales cum linea  $A$ ]. quare erit

$$A^2 = \Theta \times (A + 2(B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)).$$

1) H. e.  $A^2 = \Theta \times (A + (B + I) + (\Gamma + K) + (\Delta + \Lambda) + (E + M) + (Z + N) + (H + \Xi) + (\Theta + O)) = \Theta \times 8A$ ; sed  $\Theta = \frac{1}{8}A$ .

$\sigma\alpha\iota\varsigma$ ] deleo. 23.  $\acute{\alpha}\nu$ ]  $\omega\nu$  F, ulgo.  $\iota\sigma\alpha\kappa$  cum comp.  $\eta\varsigma$  F.  
24.  $\sigma\acute{\nu}\nu$ ]  $\epsilon\nu$  F; corr. Torellius. 27.  $\tau\acute{\alpha}\nu$ ]  $\tau\omega\nu$  F, ulgo.  
B]  $AB$  F; corr. B, ut p. 40 lin. 1.

χωρὶς τᾶς *A* διπλασίαι ἐντὶ τᾶν *B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ*.  
 ὁμοίως δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *B* τετράγωνον ἴσον ἐντὶ  
 τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τᾶς *Θ* καὶ τᾶς ἴσας τᾶ τε *B*  
 καὶ τᾶ διπλασίαι τᾶν *Γ, Δ, E, Z, H, Θ*. καὶ πάλιν τὸ  
 5 ἀπὸ τᾶς *Γ* τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶς *Θ* καὶ τᾶς  
 ἴσας τᾶ τε *Γ* καὶ τᾶ διπλασίαι τᾶν *Δ, E, Z, H, Θ*.  
 ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλᾶν τετράγωνα ἴσα ἐντὶ  
 τοῖς περιεχομένοις ὑπὸ τε τᾶς *Θ* καὶ τᾶς ἴσας αὐτᾶ  
 τε καὶ τᾶ διπλασίαι τᾶν λοιπᾶν. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ  
 10 ἀπὸ πασᾶν τετράγωνα ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ  
 τε τᾶς *Θ* καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾶ τε *A* καὶ τᾶ τριπλα-  
 σίαι τᾶς *B* καὶ τᾶ πενταπλασίαι τᾶς *Γ* καὶ τᾶ κατὰ τοὺς  
 ἑξῆς ἀριθμοὺς περισσοῦς πολλαπλασίαι τᾶς ἐπομένας.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

15 Ἐκ τούτου οὖν φανερόν, ὅτι τὰ τετράγωνα πάντα  
 τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾶ μεγίστα τῶν μὲν τετραγώνων τῶν  
 ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαι ὑπερεχουσᾶν ἐλάσσονά ἐστιν  
 ἢ τριπλάσια, ἐπειδὴ ποτιλαβόντα τινὰ τριπλάσιά ἐντι,  
 τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώ-  
 20 νου μείζονα ἢ τριπλάσια, ἐπειδὴ τὰ ποτιλαφθέντα  
 ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας

5. της Γ F; corr. Torellius. ὑπὸ τε τᾶς Θ B. 6. Δ]  
 om. F; corr. Torellius. 9. των λοιπων F, vulgo. 14. πό-  
 ρισμα] om. F, vulgo. 19. της μεγιστης F; corr. D. Post  
 τετραγώνου in F uacat spatium adpositis IV punctis.

$$\begin{aligned} & [\text{nam } (B + I) + (\Gamma + K) + (\Delta + \Delta) + (E + M) \\ & \quad + (Z + N) + (H + \Xi) + (\Theta + N) \\ & \quad = 2(B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)]. \end{aligned}$$

eodem autem modo etiam

$$B^2 = \Theta \times (B + 2(\Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)),$$

et rursus

$\Gamma^2 = \Theta \times (\Gamma + 2(\Delta + E + Z + H + \Theta))^1$ ,  
 et eodem modo etiam ceterarum quadrata aequalia  
 sunt rectangulis comprehensis linea  $\Theta$  et linea aequali  
 ipsi lineae et duplo ceterarum. adparet igitur, qua-  
 drata omnium [linearum] aequalia esse rectangulo  
 comprehenso linea  $\Theta$  et linea, quae aequalis est  
 $A + 3B + 5\Gamma + 7\Delta + 9E + 11Z + 13H + 15\Theta$ .<sup>2)</sup>

#### COROLLARIUM.

Hinc igitur manifestum est, omnia quadrata linea-  
 rum maximae aequalium minora esse quam triplo  
 maiora [omnibus] quadratis linearum aequali spatio  
 inter se excedentium, quoniam adiectis demum qui-  
 busdam [spatiis]<sup>3)</sup> triplo maiora sunt, reliquis autem  
 praeter quadratum maximae maiora esse quam triplo  
 maiora, quoniam quae adiecta sunt, minora sunt quam

1) Cum littera  $\Delta$  lin. 6 in codd. desit, fortasse sic scri-  
 bendum est lin. 6: καὶ τῶ διπλασίᾳ τῶν  $\Delta$ ,  $E$ ,  $Z$ ,  $H$ ,  $\Theta$ . καὶ  
 πάλιν τὸ ἀπὸ τῆς  $\Delta$  τετράγωνον ἴσον τῶ ὑπὸ τῆς  $\Theta$  καὶ  
 τῆς ἴσας τῶ τε  $\Delta$  καὶ τῶ διπλασίᾳ τῶν  $E$ ,  $Z$ ,  $H$ ,  $\Theta$ .

2) Huius demonstrationis tenor mire praeposterus est; quare  
 suspicari licet, hic illic quaedam explicandi causa interposita  
 esse, quae in interpretatione Latina uncis inclusi. demonstratio  
 ipsa magis perspicue exposita est et simul ea ratione, qua  
 nunc utimur, confecta ab Nizzio p. 126—27; cfr. Quaest. Arch.  
 p. 52—53.

3) Sc.  $A^2 + \Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)$ .

τετραγώνου. καὶ τοίνυν εἴ κα ὁμοῖα εἶδεα ἀναγραφέωντι ἀπὸ πασῶν ἀπὸ τε τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσῶν καὶ ἀπὸ τῶν ἴσῶν τῶ μεγίστα, τὰ εἶδεα τὰ ἀπὸ τῶν ἴσῶν τῶ μεγίστα τῶν μὲν ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ  
 5 ἀλλάλαν ὑπερεχουσῶν εἰδέων ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ τριπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστας εἶδεος μείζονα ἢ τριπλάσια. τὸν γὰρ αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον τὰ ὁμοῖα εἶδεα τοῖς τετραγώνοις.

ια'.

10 Εἴ κα γραμμαὶ ἐξῆς τεθέωντι ὅποσαι οὖν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλασσόνες τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσῶν, τῷ δὲ μεγέθει ἐκάστα ἴσα τῶ μεγίστα, τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τῶν ἴσῶν τῶ μεγίστα ποτὶ  
 15 μὲν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσῶν χωρὶς τῆς ἐλαχίστας ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς μεγίστας καὶ τῆς ἐλαχίστας καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς  
 20 ὑπεροχᾶς τετραγώνου, ἢ ὑπερέχει ἂ μεγίστα τῆς ἐλαχίστας, ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστας τετραγώνου μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστωσαν γὰρ γραμμαὶ ὅποσαι οὖν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν  
 25 ὑπερεχούσαι ἐξῆς κειμέναι, ἂ μὲν  $AB$  τῆς  $\Gamma\Delta$ , ἂ δὲ

1. ἀναγραφέωντι] scripsi; αναγεγραφεωντι F, vulgo. 3. τὰ εἶδεα . . μεγίστα] om. F; corr. Commandinus. Ante prop. 11 in F spatium quasi figurae relinquitur; in mg. adscripsit manus 2: „vacat spā“. 16. τῆς ἐλαχίστης FB\*; fort. τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλ. 19. τοῦ . . τετραγώνου] scripsi; τῷ . . τετραγωνῷ F, vulgo. 24. ἔστωσαν] per comp. F.

triplo maiora quadrato maximae.<sup>1)</sup> et etiam si species similes construuntur in omnibus lineis, et iis, quae aequali spatio inter se excedunt, et quae maximae aequales sunt, species in lineis maximae aequalibus minores erunt quam triplo maiores, quam [omnes] species, quae in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructae sunt, reliquis autem praeter eam, quae in maxima constructa est, maiores quam triplo maiores. nam species similes eandem rationem habebunt, quam quadrata [Eucl. VI, 20].

## XI.

Si lineae quotlibet deinceps ponuntur aequali spatio inter se excedentes, et aliae quoque lineae ponuntur numero una pauciores lineis aequali spatio inter se excedentibus, magnitudine uero singulae maximae aequales, omnia quadrata linearum maximae aequalium ad quadrata linearum aequali spatio inter se excedentium praeter [quadratum] minimae minorem rationem habent, quam quadratum maximae ad spatium utriusque aequale, et rectangulo maxima et minima comprehenso et tertiae parti quadrati excessus, quo maxima minimam excedit, ad quadrata autem linearum aequali spatio inter se excedentium praeter quadratum maximae rationem maiorem eadem ratione.

sint enim quotlibet lineae aequali spatio inter se excedentes deinceps positae, ita ut linea  $AB$  lineam

---

1)  $A^2 = \Theta \times (A + (B + I) + (\Gamma + K) + (\Delta + A) + (E + M) + (Z + N) + (H + \Xi) + (\Theta + O))$  (p. 39 not. 1)  
 $> \Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)$ . itaque quae adiecta sunt, erunt  $< 2 A^2$ .

$\Gamma\Delta$  τᾶς  $EZ$ , ἃ δὲ  $EZ$  τᾶς  $H\Theta$ , ἃ δὲ  $H\Theta$  τᾶς  $IK$ ,  
 ἃ δὲ  $IK$  τᾶς  $AM$ , ἃ δὲ  $AM$  τᾶς  $NΞ$ . ποτικείσθω  
 δὲ ποτὶ μὲν τὰν  $\Gamma\Delta$  ἴσα μιᾷ ὑπεροχᾷ ἃ  $\Gamma O$ , ποτὶ δὲ  
 τὰν  $EZ$  ἴσα δυσὶν ὑπεροχαῖς ἃ  $E\Pi$ , ποτὶ δὲ τὰν  $H\Theta$   
 5 ἴσα τρισὶν ὑπεροχαῖς ἃ  $HP$ , καὶ ποτὶ τὰς ἄλλας τὸν  
 αὐτὸν τρόπον. ἐσσοῦνται δὴ αἱ γενομένηι ἀλλάλαις  
 ἴσαι, καὶ ἐκάστα τᾶ μεγίστα. δεικτέον οὖν, ὅτι τὰ  
 ἀπὸ πασᾶν τᾶν γενομένην τετράγωνα ποτὶ μὲν πάντα  
 τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν τῶ ἴσῳ ἀλλάλαν  
 10 ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς  $NΞ$  τετραγώνου ἐλάσ-  
 σονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς  $AB$  τετράγωνον ποτὶ  
 τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῶ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν  $AB$ ,  
 $NΞ$  καὶ τῶ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς  $NT$  τετραγώ-  
 νου, ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν χωρὶς  
 15 τοῦ ἀπὸ τᾶς  $AB$  τετραγώνου μείζονα λόγον ἔχει τοῦ  
 αὐτοῦ λόγον.

ἀπολελάφθω ἀφ' ἐκάστας τᾶν τῶ ἴσῳ ἀλλάλαν  
 ὑπερεχουσᾶν ἴσα τᾶ ὑπεροχᾷ. ὄν δὴ λόγον ἔχει τὸ  
 ἀπὸ τᾶς  $AB$  ποτὶ συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν  $AB$ ,  
 20  $\Phi B$  περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  
 $A\Phi$  τετραγώνου, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τό τε ἀπὸ τᾶς  
 $O\Delta$  τετράγωνον ποτὶ τε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν  
 $O\Delta$ ,  $\Delta X$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $XO$  τετρα-  
 γώνου, καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Pi Z$  ποτὶ τὸ  
 25 περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν  $\Pi Z$ ,  $\Psi Z$  καὶ τὸ τρίτον μέρος  
 τοῦ ἀπὸ τᾶς  $\Psi \Pi$  τετραγώνου, καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἀλλᾶν  
 τετράγωνα ποτὶ τὰ ὁμοίως λαμβανόμενα χωρία. καὶ  
 τὰ πάντα δὴ τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν  $O\Delta$ ,  $\Pi Z$ ,  $P\Theta$ ,  $\Sigma K$ ,  
 $TM$ ,  $\Gamma Ξ$  ποτὶ τε πάντα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τε τᾶς



$\Gamma\Delta$  excedat,  $\Gamma\Delta$  lineam  $EZ$ ,  $EZ$  lineam  $H\Theta$ ,  $H\Theta$  lineam  $IK$ ,  $IK$  lineam  $AM$ ,  $AM$  lineam  $NΞ$ . et lineae  $\Gamma\Delta$  adiiciatur linea  $\Gamma O$  uni excessui aequalis, lineae autem  $EZ$  duobus excessibus aequalis linea  $E\Pi$ , lineae autem  $H\Theta$  tribus aequalis linea  $HP$ , ceterisque eodem modo. itaque quae oriuntur lineae, inter se aequales erunt, et unaquaeque maximae [aequalis]. demonstrandum igitur, quadrata omnium linearum, quae [adiiciendo] ortae sunt, ad omnia quadrata omnium linearum aequali spatio inter se excedentium praeter quadratum lineae  $NΞ$  minorem rationem habere, quam  $AB^2 : AB \times NΞ + \frac{1}{3} NΞ^2$ , ad quadrata uero earundem linearum praeter quadratum lineae  $AB$  rationem maiorem eadem ratione.

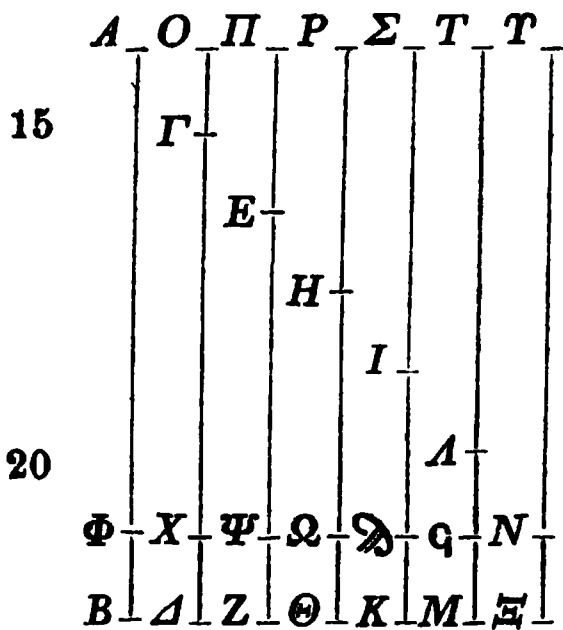
a singulis lineis aequali spatio inter se excedentibus abscindatur [linea] excessui aequalis. itaque erit:

$$\begin{aligned} AB^2 &: AB \times \Phi B + \frac{1}{3} A\Phi^2 \\ &= O\Delta^2 : O\Delta \times \Delta X + \frac{1}{3} XO^2 \\ &= \Pi Z^2 : \Pi Z \times \Psi Z + \frac{1}{3} \Psi\Pi^2, \end{aligned}$$

et eandem rationem habebunt quadrata ceterarum [linearum] ad spatia similiter composita. quare etiam erit [Eucl. V, 12]

$\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$  F; corr. Torellius. 13.  $HΞ$  F. 28.  $P\Theta$ ]  $PO$  F.  
29.  $\tau\acute{\alpha}$ ] addidi; om. F, uulgo.

$NΞ$  καὶ τὰς ἴσας πάσαις ταῖς εἰρημέναις γραμμαῖς  
καὶ τὰ τριταμόρια τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν  
 $OX, ΠΨ, ΡΩ, ΣϞ, Τϑ, ΥΝ$  τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι  
λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς  $AB$  τετράγωνον ποτὶ τὰ συν-  
5 ἀμφοτέρα τό τε ὑπὸ τῶν  $AB, ΦΒ$  περιεχόμενον καὶ  
τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ  $ΦΑ$  τετραγώνου. εἰ οὖν κα  
δειχθῆ τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς  $NΞ$  καὶ τῆς  
ἴσας πάσαις ταῖς  $ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ$  καὶ  
τὰ τρίτα μέρη τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν  $OX,$   
10  $ΠΨ, ΡΩ, ΣϞ, Τϑ, ΥΝ$  τῶν μὲν τετραγώνων τῶν  
ἀπὸ τῶν  $AB, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ$  ἐλάττονα, τῶν  
δὲ τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν  $ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ,$



$NΞ$  μείζονα, δεδειγμένον ἐσσεί-  
ται τὸ προτεθέν. ἐντὶ δὴ τὸ μὲν  
περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς  $NΞ$  καὶ  
τῆς ἴσας πάσαις ταῖς  $ΟΔ, ΠΖ,$   
 $ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ$  καὶ τὰ  
τρίτα μέρη τῶν τετραγώνων τῶν  
ἀπὸ τῶν  $OX, ΠΨ, ΡΩ, ΣϞ,$   
 $Τϑ, ΥΝ$  ἴσα τοῖς τετραγώνοις  
τοῖς ἀπὸ  $ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϞΚ,$   
 $ϑΜ, ΝΞ$  καὶ τῶ περιεχομένῳ  
ὑπὸ τε τῆς  $NΞ$  καὶ τῆς ἴσας πά-  
σαις ταῖς  $ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, ΣϞ, Τϑ, ΥΝ$  καὶ τῶ τρίτῳ  
25 μέρει τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν  $OX, ΠΨ, ΡΩ,$   
 $ΣϞ, Τϑ, ΥΝ.$  τὰ δὲ ἀπὸ τῶν  $AB, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ,$   
 $ΙΚ, ΛΜ$  τετράγωνα ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν  $BΦ, ΧΔ, ΨΖ,$

2. τριταμορια F. 3.  $ΣϞ$ ]  $ΣΑ$  F, ut lin. 10 et infra sae-  
pius; nam  $Ϟ$  in F plerumque ita deprauatum est, ut similli-  
mum sit litterae  $Α$ , et eandem formam praebet ed. Basil. ( $Λ$ ).  
 $Τϑ$ ] hic et lin. 10 littera  $ϑ$  in similitudinem compendii πρὸς  
corrupta est. 9. μερη F, uulgo. 10. μὲν] addidi; om. F,

$$\begin{aligned}
& O\Delta^2 + \Pi Z^2 + P\Theta^2 + \Sigma K^2 + TM^2 + T\Xi^2 : \\
& N\Xi \times (O\Delta + \Pi Z + P\Theta + \Sigma K + TM + T\Xi)^1) \\
& + \frac{1}{3} (OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma\mathcal{D}^2 + T\varrho^2 + TN^2) \\
& = AB^2 : AB \times \Phi B + \frac{1}{3} \Phi A^2.
\end{aligned}$$

itaque si demonstraerimus

$$\begin{aligned}
& N\Xi \times (O\Delta + \Pi Z + P\Theta + \Sigma K + TM + T\Xi) \\
& + \frac{1}{3} (OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma\mathcal{D}^2 + T\varrho^2 + TN^2) \\
& < AB^2 + \Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2,
\end{aligned}$$

sed

$> \Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2 + N\Xi^2$ ,  
demonstratum erit, quod propositum est [Eucl. V, 8].

erit igitur

$$\begin{aligned}
& N\Xi \times (O\Delta + \Pi Z + P\Theta + \Sigma K + TM + T\Xi) \\
& + \frac{1}{3} (OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma\mathcal{D}^2 + T\varrho^2 + TN^2) \\
& = (X\Delta^2 + \Psi Z^2 + \Omega\Theta^2 + \mathcal{D}K^2 + \varrho M^2 + N\Xi^2) \\
& + N\Xi \times (OX + \Pi\Psi + P\Omega + \Sigma\mathcal{D} + T\varrho + TN) \\
& + \frac{1}{3} (OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma\mathcal{D}^2 + T\varrho^2 + TN^2).^2)
\end{aligned}$$

1) Nam  $\Delta X = \Psi Z = \Omega\Theta = K\mathcal{D} = M\varrho = N\Xi$ . Archimedes enim tacite supponit, hic quoque minimam linearum aequali spatio inter se excedentium excessui aequalem esse (nec alioquin in demonstrando prop. X uti potuit), quamquam nec ad demonstrationem conficiendam per se necessarium est, nec postea, ubi hac propositione utitur (prop. 25 et 26), ab eo adsumitur.

2) Nam  $O\Delta = OX + X\Delta$ ,  $\Pi Z = \Pi\Psi + \Psi Z$  cett., et  $N\Xi = X\Delta = \Psi Z$  cett.

uulgo. 12. *τραγωνων* F. 17.  $T\Xi]$   $TN$  F; corr. Torellius.  
18. *μειρη* F, uulgo. 21.  $\Omega\Theta]$  pro  $\Omega$  in F est compendium  
uerbi *ουτως* mire corruptum. 23. *καί τās]* *τās* om. F, uulgo.

$\Omega\Theta$ ,  $\mathcal{D}K$ ,  $\varrho M$  τετραγώνοις καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν  $A\Phi$ ,  
 $\Gamma X$ ,  $E\Psi$ ,  $H\Omega$ ,  $I\mathcal{D}$ ,  $\Lambda\varrho$  καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶς  
 $B\Phi$  καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν  $A\Phi$ ,  $\Gamma X$ ,  $E\Psi$ ,  $H\Omega$ ,  $I\mathcal{D}$ ,  
 $\Lambda\varrho$ . κοινὰ μὲν οὖν ἐντι ἑκατέρων τὰ τετράγωνα τὰ  
5 ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾶ  $N\Xi$ . τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς  
 $N\Xi$  καὶ τᾶς ἰσᾶς ταῖς  $O X$ ,  $\Pi\Psi$ ,  $\Omega P$ ,  $\mathcal{D}\Sigma$ ,  $\varrho T$ ,  $\Upsilon N$   
ἔλασσόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τε τᾶς  $B\Phi$  καὶ  
τᾶς διπλασίας τᾶν  $A\Phi$ ,  $\Gamma X$ ,  $E\Psi$ ,  $H\Omega$ ,  $I\mathcal{D}$ ,  $\Lambda\varrho$  διὰ  
τὸ τὰς νῦν εἰρημένας γραμμὰς ταῖς μὲν  $\Gamma O$ ,  $E\Pi$ ,  $P H$ ,  
10  $I\Sigma$ ,  $\Lambda T$ ,  $\Upsilon N$  ἰσᾶς εἶμεν, τᾶν δὲ λοιπᾶν μείζονας. καὶ  
τὰ τετράγωνα δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν  $A\Phi$ ,  $\Gamma X$ ,  $E\Psi$ ,  $H\Omega$ ,  
 $I\mathcal{D}$ ,  $\Lambda\varrho$  μείζονά ἐντι τοῦ τρίτου μέρους τῶν ἀπὸ τᾶν  
 $O X$ ,  $\Pi\Psi$ ,  $P\Omega$ ,  $\Sigma\mathcal{D}$ ,  $T\varrho$ ,  $\Upsilon N$ . δεδείκται γὰρ τοῦτο  
ἐν τοῖς ἐπάνω. ἐλάττονα ἄρα ἐντι τὰ ῥηθέντα χωρία  
15 τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$ ,  $H\Theta$ ,  
 $IK$ ,  $\Lambda M$ . λοιπὸν δὲ δεῖξοῦμεν, ὅτι μείζονά ἐντι τῶν  
τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$ ,  $H\Theta$ ,  $IK$ ,  $\Lambda M$ ,  
 $N\Xi$ . πάλιν δὴ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$ ,  
 $H\Theta$ ,  $IK$ ,  $\Lambda M$ ,  $N\Xi$  ἰσα ἐντι τοῖς τε ἀπὸ τᾶν  $X\Gamma$ ,  
20  $E\Psi$ ,  $H\Omega$ ,  $I\mathcal{D}$ ,  $\Lambda\varrho$  καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν  $X\Delta$ ,  $\Psi Z$ ,  $\Omega\Theta$ ,  
 $\mathcal{D}K$ ,  $\varrho M$ ,  $N\Xi$  καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τᾶς  $N\Xi$   
καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν  $\Gamma X$ ,  $E\Psi$ ,  $H\Omega$ ,  $I\mathcal{D}$ ,  $\Lambda\varrho$ .  
καὶ ἐστι κοινὰ μὲν τὰ ἀπὸ τᾶν  $X\Delta$ ,  $\Psi Z$ ,  $\Omega\Theta$ ,  $\mathcal{D}K$ ,  
 $M\varrho$ ,  $N\Xi$ , μείζον δὲ τὸ ὑπὸ τε τᾶς  $N\Xi$  καὶ τᾶς ἰσᾶς

2.  $H\Omega$ ]  $M\Omega$  F supra scripto H manu 1.  $I\mathcal{D}$ ]  $P\mathcal{D}$  supra  
scripto I manu 1 F. 3. ταν  $B\Phi$  F; corr. A?, ed. Basil.  $H\Omega$ ]  $N\Omega$  F. In figura pro  $\mathcal{D}$  in F scribitur  $\Pi$ , pro  $\varrho$  littera  $\Upsilon$ .  
9. γραμμαῖς F; corr. Torellius.  $\Gamma O$ ]  $\Gamma\Theta$  F, sed corr. ma-  
nus 1. 12. μείζονά ἐντι . . . lin. 13:  $\Upsilon N$ ] om. F; corr. To-  
rellius (nisi quod μέρος habet lin. 12) et Commandinus (ἐστι,  
μέρος, τῶν τετραγώνων τῶν ἀπό). 15. τᾶν] των per comp.  
F; corr. Torellius. 16. δεῖξομεν F, vulgo. 20. καὶ τοῖς . . .  
lin. 21:  $N\Xi$ ] om. F; corr. Commandinus. 22.  $H\Omega$ ] H om. F.

sed

$$\begin{aligned} & AB^2 + \Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2 \\ &= (B\Phi^2 + X\Delta^2 + \Psi Z^2 + \Omega\Theta^2 + \mathcal{D}K^2 + \varrho M^2) \\ &+ (A\Phi^2 + \Gamma X^2 + E\Psi^2 + H\Omega^2 + I\mathcal{D}^2 + \Lambda\varrho^2) \\ &+ B\Phi \times 2(A\Phi + \Gamma X + EZ + H\Omega + I\mathcal{D} + \Lambda\varrho) \\ &[\text{Eucl. II, 4}]. \text{ itaque utriusque partis communia sunt} \\ &\text{quadrata linearum lineae } N\Xi \text{ aequalium, et praeterea} \\ &\text{est } N\Xi \times (OX + \Pi\Psi + \Omega P + \mathcal{D}\Sigma + \varrho T + \Upsilon N) \\ &< B\Phi \times 2(A\Phi + \Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\mathcal{D} + \Lambda\varrho), \\ &\text{quia hae lineae aequales sunt lineis} \end{aligned}$$

$$\Gamma O + E\Pi + PH + I\Sigma + \Lambda T + \Upsilon N,$$

sed reliquis  $[\Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\mathcal{D} + \Lambda\varrho]$  maiores  
[et  $OX + \Pi\Psi + \Omega P + \mathcal{D}\Sigma + \varrho T + \Upsilon N$   
 $= (\Gamma O + E\Pi + PH + I\Sigma + \Lambda T + \Upsilon N)$   
 $+ (\Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\mathcal{D} + \Lambda\varrho)$ ].

sed etiam

$$\begin{aligned} & A\Phi^2 + \Gamma X^2 + E\Psi^2 + H\Omega^2 + I\mathcal{D}^2 + \Lambda\varrho^2 \\ & > \frac{1}{2} (OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma\mathcal{D}^2 + T\varrho^2 + \Upsilon N^2). \end{aligned}$$

hoc enim supra demonstratum est [prop. 10 coroll.  
p. 40]. itaque [omnia simul], quae commemorauimus,  
spatia erunt

$$< AB^2 + \Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2.$$

deinde autem demonstrabimus, maiora ea esse  
quam  $\Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2 + N\Xi^2$ .  
rursus igitur erit:

$$\begin{aligned} & \Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2 + N\Xi^2 \\ &= (X\Gamma^2 + E\Psi^2 + H\Omega^2 + I\mathcal{D}^2 + \Lambda\varrho^2) \\ &+ (X\Delta^2 + \Psi Z^2 + \Omega\Theta^2 + \mathcal{D}K^2 + \varrho M^2 + N\Xi^2) \\ &+ N\Xi \times 2(\Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\mathcal{D} + \Lambda\varrho) [\text{Eucl. II, 4}]. \end{aligned}$$

et communia sunt

$$X\Delta^2 + \Psi Z^2 + \Omega\Theta^2 + \mathcal{D}K^2 + M\varrho^2 + N\Xi^2,$$

πάσαις ταῖς  $OX, ΠΨ, ΡΩ, ΣϞ, Τϑ, ΥΝ$  τοῦ ὑπὸ  
 τᾶς  $NΞ$  καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν  $ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ,$   
 $IϞ, Λϑ.$  ἐντὶ δὲ καὶ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν  $ΧΟ,$   
 $ΨΠ, ΩΡ, ϞΣ, ϑΤ, ΥΝ$  τῶν ἀπὸ τᾶν  $ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ,$   
 5  $IϞ, Λϑ$  μείζονα ἢ τριπλάσια. δεδείκται γὰρ καὶ τοῦτο.  
 μείζονα ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρὶα τῶν τετραγώνων  
 τῶν ἀπὸ τᾶν  $ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ.$

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ τοίνυν εἴ κα ὁμοῖα ἀναγραφέωντι ἀπὸ πασᾶν  
 10 ἀπὸ τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν καὶ ἀπὸ  
 τᾶν ἰσᾶν τᾶ μεγίστα εἶδεα, πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν  
 τᾶ μεγίστα ποτὶ τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερ-  
 εχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας εἶδεος ἐλάσσονα  
 λόγον ἐξοῦντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας  
 15 ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τε  
 τᾶς μεγίστας καὶ τᾶς ἐλαχίστας καὶ τῷ τρίτῳ μέρει  
 τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾧ ὑπερέχει ἅ μεγίστα τᾶς ἐλα-  
 χίστας, ποτὶ δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν εἶδεα χωρὶς τοῦ  
 ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου. τὸν αὐτὸν  
 20 γὰρ ἐξοῦντι λόγον τὰ ὁμοῖα εἶδεα τοῖς τετραγώνοις.

## ΟΡΟΙ.

α'. Εἴ κα εὐθεῖα ἐπιζευχθῆ γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ  
 καὶ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος αὐτᾶς ἰσοταχέως

1.  $ΠΨ$ ]  $ΠΡ$  F. 3. τὰ] (prius) addidi; om. F, uulgo.  
 6. ἐντὶ] ἐντῆ F. 8. πόρισμα] om. F, uulgo; „corollarium  
 praemissae“ Cr. 10. ἀναγραφεντι F; corr. B. 11. ἰσᾶν...  
 lin. 12: ἀπὸ τᾶν] om. F; corr. Torellius. 14. τό] (prius) τῷ F.  
 20. ἐξουσι F, uulgo. 21. ὄροι] om. F, uulgo; „definitiones“  
 Cr. 23. καί] om. F; corr. Torellius. ἰσοταχει ως F; corr. B.

et  $N\Xi \times (OX + \Pi\Psi + P\Omega + \Sigma\mathcal{D} + T\varrho + \Upsilon N)$   
 $> N\Xi \times 2(\Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\mathcal{D} \times \Lambda\varrho).$ <sup>1)</sup>

et praeterea sunt

$$XO^2 + \Psi\Pi^2 + \Omega P^2 + \mathcal{D}\Sigma^2 + \varrho T^2 + \Upsilon N^2 \\ > 3(\Gamma X^2 + E\Psi^2 + H\Omega^2 + I\mathcal{D}^2 + \Lambda\varrho^2).$$

nam hoc quoque demonstratum est [prop. 10 coroll. p. 40]. itaque [omnia simul] spatia, quae commemoravimus, maiora sunt quam

$$\Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2 + N\Xi^2.$$

#### COROLLARIUM.

Quare etiam si in omnibus lineis, et iis, quae aequali spatio inter se excedunt, et iis, quae maximae aequales sunt, similes species construuntur, omnes species in lineis maximae aequalibus constructae ad species in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructas praeter speciem in minima constructam minorem rationem habebunt, quam quadratum maximae lineae ad spatium utrique aequale, et rectangulo linea maxima et minima comprehenso et tertiae parti quadrati excessus, quo maxima minimam excedit, ad species vero in iisdem lineis constructas praeter speciem in maxima constructam rationem eadem ratione maiorem. nam species similes eandem rationem habebunt, quam quadrata [Eucl. VI, 20].

#### DEFINITIONES.

I. Si in plano recta linea ducitur et manente altero termino aequabiliter circumacta rursus in eum

---

1) Nam  $\Gamma O + E\Pi + PH + I\Sigma + \Lambda T + \Upsilon N$   
 $> \Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\mathcal{D} + \Lambda\varrho;$   
 tum u. p. 49, 12 sq.

περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῆ πάλιν, ὅθεν ὄρμασεν, ἀμὰ δὲ τᾷ γραμμᾷ περιανομένα φέρηται τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἐαυτῷ κατὰ τᾷς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἔλικα γράψει  
5 ἐν τῷ ἐπιπέδῳ.

β'. καλείσθω οὖν τὸ μὲν πέρας τᾷς εὐθείας τὸ μένον περιανομένας αὐτᾷς ἀρχὰ τὰς ἔλικος.

γ'. ἀ δὲ θέσις τᾷς γραμμᾶς, ἀφ' ἧς ἄρξατο ἀ εὐθεῖα περιφερέσθαι, ἀρχὰ τᾷς περιφορᾶς.

10 δ'. εὐθεῖα, ἂν μὲν ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ διαπορευθῆ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τᾷς εὐθείας φερόμενον, πρώτα καλείσθω, ἂν δ' ἐν τᾷ δευτέρῃ περιφορᾷ τὸ αὐτὸ σαμεῖον διανύσῃ, δευτέρῃ, καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως ταύταις ὁμωνύμως ταῖς περιφοραῖς καλείσθωσαν.

15 ε'. τὸ δὲ χωρίον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τε τᾷς ἔλικος τᾷς ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γραφείσας καὶ τᾷς εὐθείας, ἃ ἔστιν πρώτα, πρώτον καλείσθω, τὸ δὲ περιλαφθὲν ὑπὸ τε τᾷς ἔλικος τᾷς ἐν τᾷ δευτέρῃ περιφορᾷ γραφείσας καὶ τᾷς εὐθείας τᾷς δευτέρας δεύτε-  
20 ρον καλείσθω, καὶ τὰ ἄλλα ἐξῆς οὕτω καλείσθω.

ς'. καὶ εἴ κα ἀπὸ τοῦ σαμεῖου, ὃ ἔστιν ἀρχὰ τᾷς ἔλικος, ἀχθῆ τις εὐθεῖα γραμμᾷ, τᾷς εὐθείας ταύτας τὰ ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ἧς κα ἀ περιφορὰ γενήται, προαγούμενα καλείσθω, τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐπόμενα.

25 ζ'. ὃ τε γραφεῖς κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ σαμεῖῳ, ὃ ἔστιν ἀρχὰ τᾷς ἔλικος, διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ, ἃ ἔστιν πρώτα, πρώτος καλείσθω, ὃ δὲ γραφεῖς κέντρῳ

3. εαυτο F; corr. BC.\* 11. τὸ κατὰ] τό om. F. Numeros ipse addidi. 23. τὰ ἐπί] scripsi; τά om. F, uulgo. ἐφ' ἧς κα] addidi; om. F, uulgo. προαγούμενα] h. e. προηγούμενα, scripsi; προαγομενα F, uulgo.



locum restituitur, unde moueri coepta est, et dum linea circumagitur, punctum aliquod sibi ipsum aequabiliter in linea fertur a manente termino incipiens, punctum in plano lineam spiralem describet.<sup>1)</sup>

II. Terminus igitur lineae, qui, dum ipsa circumagitur, manet, principium spiralis uocetur.

III. Positio autem lineae, unde circumagi coepta est, principium circumactionis.

IV. Ea linea, quam in prima circumactione punctum permeauerit, quod in linea fertur, prima uocetur; quam in secunda circumactione idem punctum permeauerit, secunda, et ceterae eodem modo circumactionum cognomines sint.

V. Spatium autem spirali in prima circumactione descripta et linea, quae est prima, comprehensum primum uocetur; quod spirali in secunda circumactione descripta et linea secunda comprehenditur, secundum uocetur, et cetera quoque deinceps eodem modo nominentur.

VI. Et si a puncto, quod principium spiralis est, recta linea ducitur, quae in eadem eius lineae parte sunt, in quam fit circumactio, praecedentia uocentur, quae in altera parte sunt, sequentia.

VII. Et circulus, cuius centrum est punctum, quod principium spiralis est, radius autem linea, quae est prima, primus uocetur, circulus autem, cuius

---

1) Cfr. Pappus I p. 234 (IV, 30), ubi similiter linea spiralis definitur.

μὲν τῷ αὐτῷ, διαστήματι δὲ τῷ διπλασίᾳ εὐθείᾳ δεύ-  
τερος καλείσθω, καὶ οἱ ἄλλοι δὲ ἐξῆς τούτοις τὸν αὐ-  
τὸν τρόπον.

ιβ'.

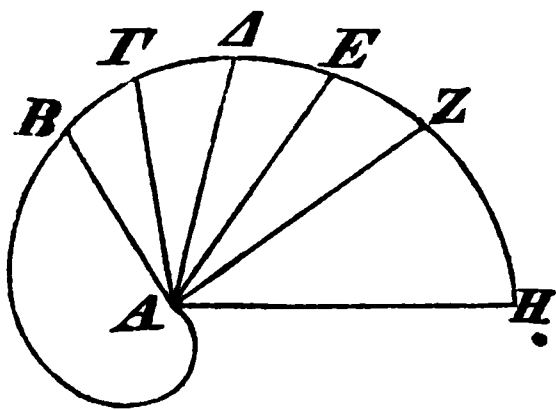
5 Εἴ κα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν μιᾷ περιφορᾷ ὁποια-  
οῦν γεγραμμέναν ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος εὐθείαι  
ἐμπεσῶντι ὅποσαιοῦν ἴσας ποιούσαι γωνίας ποτ' ἀλλά-  
λας, τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι ἀλλάλαν.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἧς αἱ  $AB, A\Gamma, A\Delta, AE, AZ$  ἴσας  
10 γωνίας ποιούσαι ποτ' ἀλλάλας. δεικτέον, ὅτι τῷ ἴσῳ  
ὑπερέχει ἡ  $A\Gamma$  τῆς  $AB$ , καὶ ἡ  $A\Delta$  τῆς  $A\Gamma$ , καὶ αἱ  
ἄλλαι ὁμοίως.

ἐν ᾧ γὰρ χρόνῳ ἡ περιαγομῆνα γραμμὰ ἀπὸ τῆς  
 $AB$  ἐπὶ τὰν  $A\Gamma$  ἀφικνεῖται, ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ τὸ  
15 σαμεῖον τὸ κατὰ τῆς εὐθείας φερόμενον τὰν ὑπεροχὰν

διαπορευέται, ἢ ὑπερέχει ἡ  
 $\Gamma A$  τῆς  $AB$ , ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ  
ἀπὸ τῆς  $A\Gamma$  ἐπὶ τὰν  $A\Delta$ , ἐν  
τούτῳ διαπορευέται τὰν ὑπερ-  
οχὰν, ἢ ὑπερέχει ἡ  $A\Delta$  τῆς  
 $A\Gamma$ . ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἡ περι-  
αγομῆνα γραμμὰ ἀπὸ τε τῆς  $AB$

ἐπὶ τὰν  $A\Gamma$  ἀφικνεῖται καὶ ἀπὸ τῆς  $A\Gamma$  ἐπὶ τὰν  $A\Delta$ ,  
ἐπειδὴ αἱ γωνίαι ἴσαι ἐντί. ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ  
25 κατὰ τῆς εὐθείας φερόμενον σαμεῖον διαπορευέται τὰν  
ὑπεροχὰν, ἢ ὑπερέχει ἡ  $\Gamma A$  τῆς  $AB$ , καὶ τὰν ὑπερ-



1. τῷ] addidi; om. F, vulgo. 5 ελικαν F. τὰν ἐν]  
scripsi; ται μεν F; om. Torellius; τὰν μὲν ed. Basil., vulgo.  
6. γεγραμμενα F; corr. ed. Basil. 8. υπερεχοντι F. 17. τῆς]  
ταν F; corr. B. 26. ΓA] ΓΔ F; AΓ vulgo.

centrum idem est, radius autem linea duplo maior, secundus uocetur, et ceteri deinceps eodem modo nominentur.

## XII.

Si ad spiralem qualibet circumactione descriptam a principio spiralis lineae quotlibet ducuntur aequales angulos inter se efficientes, aequali spatio inter se excedunt.

sit spiralis, in qua lineae  $AB$ ,  $A\Gamma$ ,  $A\Delta$ ,  $AE$ ,  $AZ$  sint <sup>1)</sup> aequales angulos inter se efficientes. demonstrandum, aequali spatio excedi lineam  $AB$  a linea  $A\Gamma$ , lineam  $A\Gamma$  a linea  $A\Delta$ , ceterasque eodem modo.

nam quo tempore linea, quae circumagitur, ab  $AB$  ad  $A\Gamma$  peruenit, eo tempore punctum, quod in linea fertur, excessum permeat, quo excedit linea  $\Gamma A$  lineam  $AB$ , et quo tempore ab  $A\Gamma$  ad  $A\Delta$  peruenit, eo permeat excessum, quo  $A\Delta$  linea excedit lineam  $A\Gamma$ . sed aequali temporis spatio linea, quae circumagitur, ab  $AB$  ad  $A\Gamma$  et ab  $A\Gamma$  ad  $A\Delta$  peruenit, quoniam anguli aequales sunt. eodem igitur temporis spatio punctum, quod in linea fertur, excessum permeat, quo linea  $\Gamma A$  lineam  $AB$  excedit, et quo linea

---

1) Fort. scribendum lin. 9: ἐφ' ἧς [τὰ  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ,  $E$ ,  $Z$ ,  $H$ . ἔστω δὲ ἀρχὴ τῆς ἑλικὸς τὸ  $A$ . καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐμπίπτωντι] αἱ κτλ.

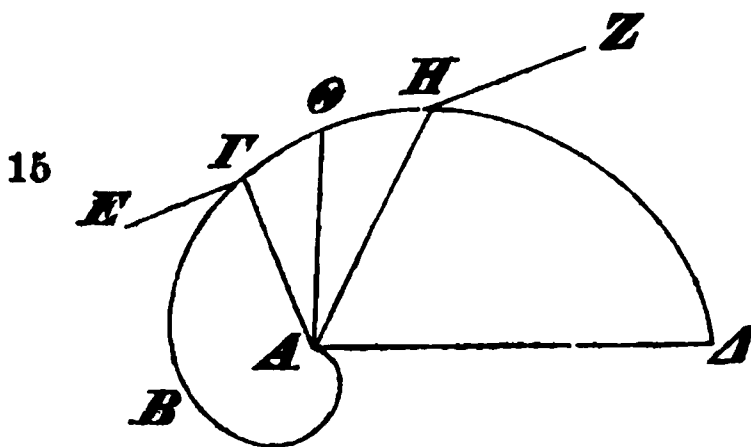
οχάν, ἃ ὑπερέχει ἅ  $A\Delta$  τᾶς  $A\Gamma$ . τῷ ἴσῳ ἄρα ὑπερέχει ἅ τε  $A\Gamma$  τᾶς  $AB$ , καὶ ἅ  $A\Delta$  τᾶς  $A\Gamma$ , καὶ αἰ λοιπαί.

ιγ'.

δ Εἴ κα εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἑλικος ἐπιψαύη, καθ' ἓν μόνον ἐπιψαύσει σαμεῖον.

ἔστω ἑλιξ, ἐφ' ἧς τὰ  $A, B, \Gamma, \Delta$ . ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἑλικος τὸ  $A$  σαμεῖον, ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἅ  $A\Delta$  εὐθεῖα, καὶ ἐπιψανέτω τᾶς ἑλικος εὐθειά τις ἅ  $ZE$ . φαμί δὴ καθ' ἓν μόνον σαμεῖον ἐπιψαύειν αὐτᾶς.

ἐπιψανέτω γάρ, εἰ δυνατόν, κατὰ δύο σαμεῖα τὰ  $\Gamma, H$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $A\Gamma, AH$ , καὶ ἅ γωνία



δίχα τετμάσθω ἅ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν  $AH, A\Gamma$ . καθ' ὃ δὲ σαμεῖον ἅ δίχα τέμνουσα τὰν γωνίαν τᾶ ἑλικι ποτιπίπτει, ἔστω τὸ  $\Theta$ . τῷ δὴ ἴσῳ ὑπερέχει ἅ τε  $AH$

20 τᾶς  $A\Theta$ , καὶ ἅ  $A\Theta$  τᾶς  $A\Gamma$ , ἐπειδὴ ἴσας γωνίας περιέχοντι ποτ' ἀλλάλας. ὥστε διπλασίαι ἐντὶ αἱ  $AH, A\Gamma$  τᾶς  $A\Theta$ . ἀλλὰ τᾶς ἐν τῷ τριγώνῳ [τᾶς  $A\Theta$ ] δίχα τεμνούσας τὰν γωνίαν μειζόνες ἐντὶ ἧ διπλασίαι. δῆλον οὖν, ὅτι, καθ' ὃ συμπίπτει σαμεῖον τᾶ  $\Gamma H$   
25 εὐθεία ἅ  $A\Theta$ , μεταξὺ τῶν  $\Theta, A$  ἐντι σαμείων. τέμνει ἄρα ἅ  $EZ$  τὰν ἑλικά, ἐπειδὴ τι τῶν ἐν τᾶ  $\Gamma\Theta H$  σα-

12. ἅ] η F; corr. Torellius, ut lin. 13. 13. τετμησθω F, vulgo. περιεχομενη υπο των (comp.) F; corr. Torellius. 16. την F; corr. Torellius. 20. της  $A\Theta$  F; corr. Torellius. περιεχουσ cum comp. ην F; corr. VA. 22. τᾶς  $A\Theta$  (alterum)] deleo. 23. μειζων F; corr. B.\* 24. το σημειον F; τό uncis inclusit ed. Basil.; del. Torellius. 26.  $\Gamma H D$ , ed. Basil., Torellius.

$A\Delta$  lineam  $A\Gamma$  excedit. quare  $A\Gamma$  lineam  $AB$  et  $A\Delta$  lineam  $A\Gamma$  aequali spatio excedunt [prop. 1], et ceterae eodem modo.<sup>1)</sup>

## XIII.

Si linea recta spiralem contingit, in uno solo puncto continget.

sit spiralis, in qua sint puncta  $A, B, \Gamma, \Delta$ . principium autem spiralis sit  $A$  punctum, et principium circumactionis linea  $A\Delta$ , et linea aliqua  $EZ$  spiralem contingat. dico igitur, eam in uno solo puncto contingere.

contingat enim, si fieri potest, in duobus punctis  $\Gamma, H$ , et ducantur lineae  $A\Gamma, AH$ , et in duas partes aequales secetur angulus, qui lineis  $AH, A\Gamma$  comprehenditur. et punctum, in quo linea angulum in aequales partes secans in spiralem incidit, sit  $\Theta$ . quare aequali spatio excedit linea  $AH$  lineam  $A\Theta$ , et linea  $A\Theta$  lineam  $A\Gamma$ , quoniam aequales angulos inter se efficiunt [prop. 12]. quare  $AH + A\Gamma = 2A\Theta$ . sed  $AH + A\Gamma$  maiores sunt quam duplo maiores linea in triangulo angulum in aequales partes secanti.<sup>2)</sup> adparet igitur, punctum, in quo linea  $A\Theta$  in lineam  $\Gamma H$  incidat, inter puncta  $\Theta, A$  positum esse. quare  $EZ$  spiralem secat, quoniam quoddam punctum lineae  $\Gamma H$  intra spiralem est.<sup>3)</sup> at suppositum est,

1) Hanc propositionem citat Pappus I p. 234 (IV, 33).

2) De hac propositione: duo simul latera cuiusvis trianguli maiora esse quam duplo maiora linea, quae angulum ab iis comprehensum in duas partes aequales secet, cfr. Zeitschr. f. Math. hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 5, Nizze p. 133, Sturm p. 403.

3) Cfr. Eucl. III, 16 πρόγραμμα.

μείων ἐντός ἐστι τᾶς ἕλικος. ὑπέκειτο δὲ ἐπιψαύουσα. καθ' ἓν ἄρα μόνον ἀπτεται ἃ  $EZ$  τᾶς ἕλικος.

ιδ'.

Εἰ κα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ  
 5 γεγραμμέναν ποτιπεσῶντι δύο εὐθείαι ἀπὸ τοῦ σα-  
 μείου, ὃ ἐστὶν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, καὶ ἐκβληθῶντι ποτὶ  
 τὰν τοῦ πρώτου κύκλου περιφέρειαν, τὸν αὐτὸν  
 ἐξοῦντι λόγον αἰ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσαι ποτ'  
 ἀλλάλας, ὃν αἰ περιφέρειαι τοῦ κύκλου αἰ μεταξὺ τοῦ  
 10 πέρατος τᾶς ἕλικος καὶ τῶν περάτων τᾶν ἐκβληθεισῶν  
 εὐθειῶν τῶν ἐπὶ τᾶς περιφέρειας γινομένων, ἐπὶ τὰ  
 προαγόμενα λαμβανομένα τᾶν περιφεριῶν ἀπὸ τοῦ  
 πέρατος τᾶς ἕλικος.

ἔστω ἕλιξ ἃ  $ABΓΔEΘ$  ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γε-  
 15 γραμμένα, ἀρχὰ δὲ τᾶς μὲν ἕλικος ἔστω τὸ  $A$  σαμεῖον,  
 ἃ δὲ  $ΘA$  εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς ἔστω, καὶ κύ-  
 κλος ὁ  $ΘKH$  ἔστω ὁ πρώτος. ποτιπιπτόντων δὲ ἀπο  
 τοῦ  $A$  σαμείου ποτὶ τὰν ἕλικα αἰ  $AE$ ,  $AΔ$ , καὶ ἐκ-  
 πιπτόντων ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἐπὶ τὰ  
 20  $Z$ ,  $H$ . δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἃ  $AE$   
 ποτὶ τὰν  $AΔ$ , ὃν ἃ  $ΘKZ$  περιφέρεια ποτὶ τὰν  $ΘKH$   
 περιφέρειαν.

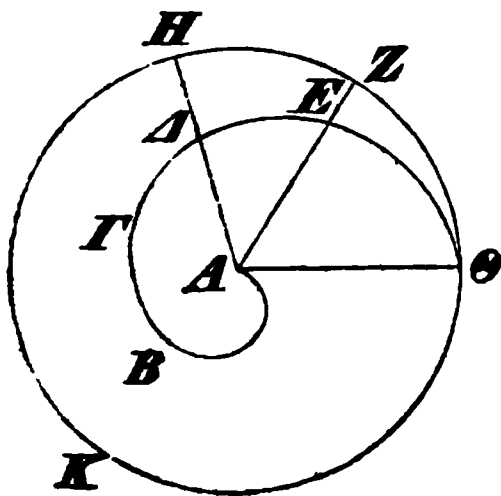
περιαγομένας γὰρ τᾶς  $AΘ$  γραμμᾶς δῆλον, ὡς τὸ  
 μὲν  $Θ$  σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ  $ΘKH$  κύκλου περιφε-  
 25 ρείας ἐνηνεγμένον ἐστὶν ἰσοταχέως, τὸ δὲ  $A$  κατὰ τᾶς  
 εὐθείας φερόμενον τὰν  $AΘ$  γραμμὰν πορευέται, καὶ  
 τὸ  $Θ$  σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ κύκλου περιφέρειας φε-  
 ρόμενον τὰν  $ΘKZ$  περιφέρειαν, τὸ δὲ  $A$  τὰν  $AE$

1. της F; corr. Torellius. 2. EZ] EH F; corr. B mg.  
 7. την per comp. F; corr. Torellius. 9. ὄν] ὄν F. 20.

eam contingere. itaque in uno solo puncto linea  $EZ$  spiralem tangit.

## XIV.

Si ad spiralem prima circumactione descriptam duae lineae a puncto, quod principium est spiralis, ducuntur et ad ambitum primi circuli producuntur, lineae ad spiralem ductae eandem inter se rationem habebunt, quam ambitus circuli inter terminum spiralis et terminos linearum productarum, qui in ambitu sunt, positi, si ambitus a termino spiralis ad praecedentia uersus sumuntur.<sup>1)</sup>



sit spiralis  $AB\Gamma\Delta E\odot$  prima circumactione descripta, et principium spiralis sit punctum  $A$ , et linea  $\odot A$  principium circumactionis sit, et circulus  $\odot KH$  primus sit. ab  $A$  autem puncto ad spiralem ducantur lineae  $AE$ ,  $A\Delta$  et producantur ad ambitum cir-

culi ad  $Z$ ,  $H$ . demonstrandum, esse

$$AE : A\Delta = \odot KZ : \odot KH.$$

nam si circumagitur linea  $A\odot$ , adparet, punctum  $\odot$  in ambitu circuli  $\odot KH$  aequabiliter ferri,  $A$  autem punctum, dum in linea feratur, lineam  $A\odot$  permeare, et punctum  $\odot$ , dum in ambitu circuli feratur, arcum  $\odot KZ$  permeare,  $A$  autem lineam  $AE$ <sup>2)</sup>, et rursus punctum

1) Cfr. Pappus I p. 234 (IV, 32).

2) Sc. eodem temporis spatio.

εὐθείαν, καὶ πάλιν τὸ τε  $A$  σαμεῖον τὰν  $A\Delta$  γραμμάν, καὶ τὸ  $\Theta$  τὰν  $\Theta KH$  περιφέρειαν, ἐκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον. δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἅ  $AE$  ποτὶ τὰν  $A\Delta$ , ὃν ἅ  $\Theta KZ$  περιφέρεια ποτὶ τὰν  $\Theta KH$  περιφέρειαν. δεδείκται γὰρ τοῦτο ἐπάνω ἐν τοῖς προτέροις. ὁμοίως δὲ δεικθῆσεται, καὶ εἴ κα ἅ ἕτερα τᾶν ποτιπιπτουσᾶν ἐπὶ τὸ πέρασ τᾶς ἕλικος ποτιπίπτῃ, ὅτι τὸ αὐτὸ συμβαίνει.

ιε'.

10 Εἰ δέ κα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένην ἕλικα ποτιπίπτωντι εὐθείαι ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, τὸν αὐτὸν ἔξουσιν λόγον αἱ εὐθείαι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφερεῖαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας λαμβανομένας.

15 ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἧς ἅ  $AB\Gamma\Delta\Theta$ , ἅ μὲν  $AB\Gamma\Delta\Theta$  ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἅ δὲ  $\Theta\Lambda EM$  ἐν τᾷ δευτέρᾳ. καὶ ποτιπιπτόντων εὐθείαι αἱ  $AE$ ,  $AL$ . δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἅ  $AL$  ποτὶ τὰν  $AE$ , ὃν ἅ  $\Theta KZ$  περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ  $\Theta KH$  μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας.

25 ἐν ὅσῳ γὰρ χρόνῳ τὸ  $A$  σαμεῖον κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον τὰν  $AL$  γραμμᾶν διαπορευέται, καὶ τὸ  $\Theta$  σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας φερόμενον ὅλαν τε τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν καὶ ἔτι τὰν  $\Theta KZ$  περιφέρειαν διαπορευέται, καὶ πάλιν τὸ  $A$  σαμεῖον τὰν  $AE$  εὐθείαν, καὶ τὸ  $\Theta$  ὅλαν τε τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν καὶ ἔτι τὰν  $\Theta KH$ , ἐκάτερον ἰσοταχέως

4. εχωντι F. 6. ἐπάνω] scripsi; εξω F, vulgo. προτέροις] scripsi; πρωτοις F, vulgo. 8. ὅτι] addidi; om. F,



$A$  lineam  $A\Delta$  et  $\odot$  arcum  $\odot KH$ , utrumque aequaliter sibi ipsum. adparet igitur, esse

$$AE : A\Delta = \odot KZ : \odot KH.$$

hoc enim supra in prioribus demonstratum est [prop. 2]. et eodem modo demonstrabimus, etiam si altera linearum ad spiralem ductarum in terminum spiralis inciderit, idem futurum esse.

## XV.

Sin ad spiralem secunda circumactione descriptam a principio spiralis lineae ducuntur, eandem rationem inter se habebunt, quam arcus, quos commemorauimus [prop. 14], adsumpto toto circuli ambitu.

sit spiralis, in qua sit linea  $AB\Gamma\Delta\odot$ , ita ut  $AB\Gamma\Delta\odot$  prima,  $\odot AEM$  secunda circumactione descripta sit. et ducantur ad spiralem lineae  $AE$ ,  $A\Delta$ . demonstrandum, habere lineam  $A\Delta$  ad lineam  $AE$  eandem rationem, quam arcus  $\odot KZ$  adsumpto toto circuli ambitu ad  $\odot KH$  adsumpto toto circuli ambitu.

nam quo tempore<sup>1)</sup> punctum  $A$ , quod in linea fertur, lineam  $A\Delta$  permeat, etiam punctum  $\odot$ , quod in ambitu circuli fertur, et totum circuli ambitum et praeterea arcum  $\odot KZ$  permeat, et rursus [quo tempore] punctum  $A$  lineam  $AE$  permeat, etiam punctum  $\odot$  totum ambitum circuli et praeterea arcum  $\odot KH$ ,

1) Ut foeda uitetur anacoluthia (lin. 26 sq.), fortasse praestat lin. 22: ἐν ἴσῳ γάρ.

vulgo. 14. ἄπαξ λαμβανόμενας? 15.  $AB\Gamma\Delta\odot EAM$  Torellius. 17. ποτιπιπτῶντι F; corr. B. 18. εχῶντι F; corr. Torellius. 20. ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius. 23. καὶ τὸ  $\odot$ ] κατὰ τὸ  $E$  F; corr. Torellius.

αὐτὸ αὐτῷ φερόμενον. δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἅ  $ΑΛ$  γραμμὰ ποτὶ τὰν  $ΑΕ$ , ὃν ἅ  $ΘΚΖ$  περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν  $ΘΚΗ$  περιφέρειαν μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλου  
 5 περιφερείας.

τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον δειχθησέται, καὶ εἴ κα ποτὶ τὰν ἐν τῷ τρίτῃ περιφορᾷ γεγραμμένην ἔλικα ποτι-  
 πεσῶντι εὐθείαι, ὅτι τὸν αὐτὸν λόγον ἐξοῦντι ποτ'  
 ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφερείαι μεθ' ὅλας τὰς  
 10 τοῦ κύκλου περιφερείας δις λαμβανομένας. ὁμοίως  
 δὲ καὶ αἱ ποτὶ τὰς ἄλλας ἔλικας ποτιπιπτούσαι δεικ-  
 νύνται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ εἰρημέναι  
 περιφερείαι μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας  
 τοσαντάκις λαμβανομένας, ὅσος ἐστὶν ὁ ἐνὶ ἐλάσσων  
 15 ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν, καὶ εἴ κα ἅ ποτιπίπτουσα ἅ  
 ἑκατέρω ποτὶ τὸ πέρασ τὰς ἔλικος πίπτῃ.

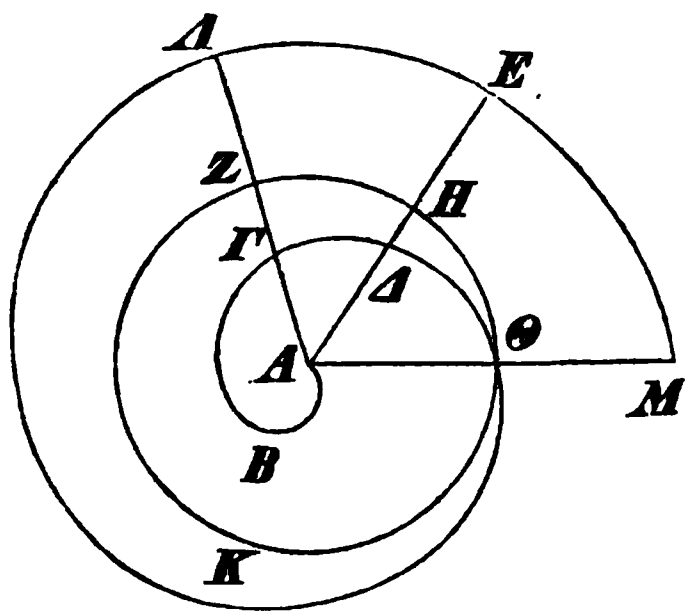
15'.

Εἴ κα τὰς ἔλικος τὰς ἐν τῷ πρώτῃ περιφορᾷ γε-  
 γραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, καὶ ἀπὸ τὰς ἀφᾶς  
 20 εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιζευχθῆ ἐπὶ τὸ σαμεῖον, ὃ ἐστὶν  
 ἀρχὰ τὰς ἔλικος, ἅς ποιεῖ γωνίας ἅ ἐφαπτομένα ποτὶ  
 τὰν ἐπιζευχθεῖσαν, ἀνίστοι ἐσσοῦνται, καὶ ἅ μὲν ἐν τοῖς  
 προαγουμένοις ἀμβλεῖα, ἅ δὲ ἐν τοῖς ἐπομένοις ὀξεῖα.

ἔστω ἔλιξ, ἐφ' ἅς τὰ  $Α, Β, Γ, Δ, Θ$ , ἐν τῷ πρώτῃ  
 25 περιφορᾷ γεγραμμένα. καὶ ἔστω τὸ μὲν  $Α$  σαμεῖον

2. εχωντι F; corr. Torellius. γραμμαν F. 8. ὅτι] om.  
 F; corr. Nizzius. 12. εχωντι F; corr. Torellius. ἅ ερη-  
 μενα περιφερεια F; corr. Torellius. 14. τοσαντας F; corr.  
 Torellius. ἐνί], ἐν F; corr. B; om. ed. Basil.; „uno mino-  
 rem“ Cr. 18. τη πρωτη F; corr. Torellius. 22. εσουνται  
 F, uulgo. 23. προαγομενοις F, uulgo.

utrumque sibi ipsum aequabiliter, permeat. adparet igitur, eandem habere rationem  $AA:AE$ , quam arcus  $\odot KZ$



cum toto ambitu circuli ad arcum  $\odot KH$  cum toto ambitu circuli [prop. 2].

et eodem modo demonstrabimus, etiam si ad spiralem tertia circumuolutione descriptam lineae ducantur, eas eandem inter se rationem habituras esse, quam ar-

cus, quos significauimus, cum toto ambitu circuli bis sumpto. et eodem modo etiam lineae ad ceteras spirales ductae eandem rationem habere demonstrabuntur, quam arcus, quos significauimus, cum toto ambitu circuli toties sumpto, quoties indicat numerus uno minor [numero] circumactionum, etiam si altera linearum ductarum in terminum spiralis incidat.

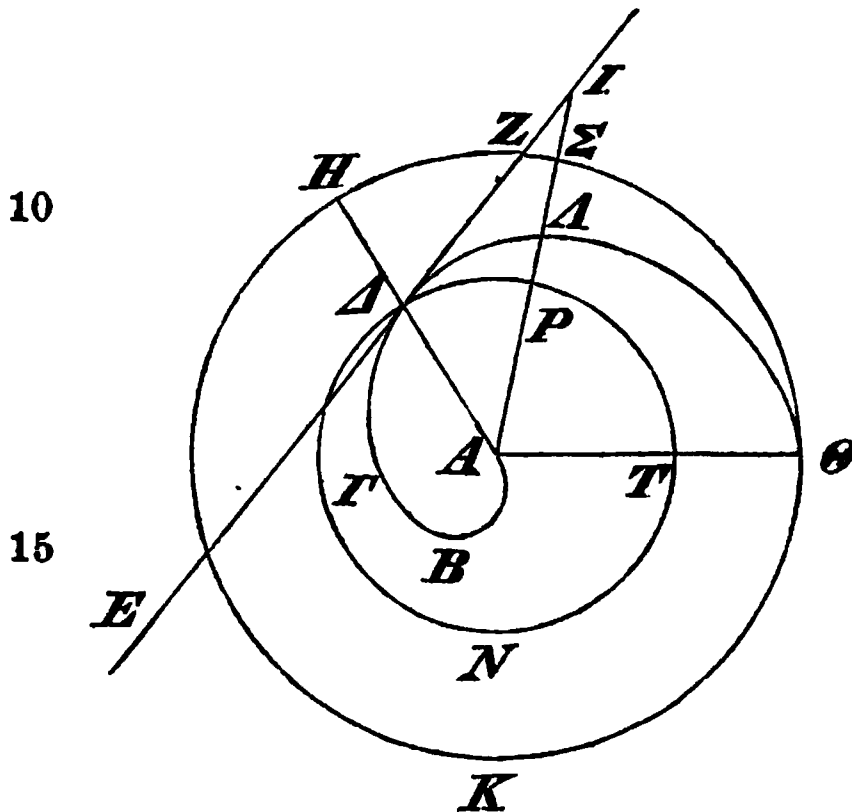
## XVI.

Si spiralem prima circumactione descriptam linea recta contingit, et a puncto tactionis ad punctum, quod principium spiralis est, linea recta ducitur, anguli, quos linea contingens cum linea ad eam ducta efficit, inaequales erunt, et angulus, qui in praecedentibus est, obtusus erit, angulus autem, qui in sequentibus est, acutus.

sit spiralis, in qua sint puncta  $A, B, \Gamma, \Delta, \Theta$ , prima circumactione descripta. et sit punctum  $A$  principium

ἀρχὰ τᾶς ἔλικος, ἃ δὲ  $A\Theta$  εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς, ὅ τε πρῶτος κύκλος ὁ  $\Theta KH$ . ἐπιψανέτω δὲ τις εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἔλικος ἃ  $E\Delta Z$  κατὰ τὸ  $\Delta$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Delta$  ἐπὶ τὸ  $A$  ἐπεζεύχθω ἃ  $\Delta A$ . δεικτέον, ὅτι ἃ  $\Delta Z$  ποτὶ τὰν  $A\Delta$  ἀμβλείαν ποιεῖ γωνίαν.

γεγράφθω κύκλος ὁ  $\Delta TN$  κέντρῳ μὲν τῷ  $A$ , διαστήματι δὲ τῷ  $A\Delta$ . ἀναγκαῖον δὴ τούτου τοῦ κύκλου τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις περιφέρειαν ἐντὸς πίπτειν τᾶς ἔλικος, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἐπομένοις ἐκτὸς διὰ τὸ τὰν ἀπὸ τοῦ  $A$  ποτὶ τὰν ἔλικα ποτιπιπτουσᾶν εὐθειᾶν τὰς μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις



20 μειζόνας εἶμεν τᾶς  $A\Delta$ , τὰς δὲ ἐν τοῖς ἐπομένοις ἐλασσόνας. ὅτι μὲν οὖν ἃ γωνία ἃ περιεχομένα ὑπὸ τὰν  $A\Delta$ ,  $\Delta Z$  οὐκ ἐστὶν ὀξεῖα, δῆλον, ἐπειδὴ μείζων ἐστὶ τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου. ὅτι δὲ ὀρθὰ οὐκ ἐστὶ, δεικτέον οὕτως· ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ὀρθὰ. ἃ ἄρα  
25  $E\Delta Z$  ἐπιψανέει τοῦ  $\Delta TN$  κύκλου. δυνατόν δὴ ἐστὶν ἀπὸ τοῦ  $A$  ποτιβαλεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψανούσαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψανούσας καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφέρειας εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἃ μεταξὺ

2. πρῶτος ος F. 3.  $\Delta EZ$  F, vulgo.  
rellius. 10. τὰν] τα F; corr. BC.\*

7. τῷ] τᾶ Το-  
προαγομενοις F,

spiralis, linea autem  $A\Theta$  principium circumactionis, et primus circulus  $\Theta KH$ . contingat autem linea recta  $E\Delta Z$  spiralem in puncto  $\Delta$ , et a puncto  $\Delta$  ad  $A$  ducatur linea  $\Delta A$ . demonstrandum, lineam  $\Delta Z$  cum linea  $A\Delta$  obtusum angulum efficere.

describatur circulus  $\Delta TN$ , cuius centrum sit  $A$ , radius autem  $A\Delta$ . itaque necesse est, huius circuli ambitum, qui in praecedentibus est, intra spiralem cadere, qui in sequentibus est, extra, quia linearum ab  $A$  ad spiralem ductarum quae in praecedentibus sunt, maiores sunt linea  $A\Delta$ , quae in sequentibus sunt, minores. angulum igitur lineis  $A\Delta$ ,  $\Delta Z$  comprehensum acutum non esse, adparet, cum maior sit angulo semicirculi.<sup>1)</sup> rectum uero eum non esse, ita demonstrandum est: sit enim, si fieri potest, rectus. itaque linea  $E\Delta Z$  circulum  $\Delta TN$  contingit [Eucl. III, 16  $\pi\acute{o}\rho\iota\sigma\mu\alpha$ ]. fieri igitur potest, ut ab  $A$  linea ad lineam contingentem ducatur, ita ut linea inter contingentem et ambitum circuli posita ad radium circuli minorem rationem habeat, quam habet arcus inter punctum tactionis et lineam ad contingentem

1) H. e. angulo inter lineam  $A\Delta$  et arcum  $\Delta PT$  comprehenso, qui maior est quolibet acuto angulo rectilineo (Eucl. III, 16); quare cum hic angulus pars sit anguli  $A\Delta Z$ , adparet, hunc acutum certe non esse (Eucl. I  $\kappa\omicron\iota\nu$ .  $\epsilon\nu\nu$ . 9).

uulgo. 18.  $\epsilon\nu\gamma\theta\epsilon\iota\alpha\nu$  F. 22.  $\tau\omega\nu A\Delta Z$  F, uulgo. 23.  $\sigma\epsilon\theta\eta$  F; corr. Torellius. 24.  $\sigma\tilde{\upsilon}\tau\omega\varsigma$ ] per compendium paulo insolentius scriptum F;  $\delta\tilde{\nu}$  B, ed. Basil., Torellius.  $\sigma\epsilon\theta\eta$ .  $\tilde{\nu}$ . F; corr. Torellius. 26.  $\acute{\alpha}\pi\acute{o}$ ]  $\acute{\alpha}$  F.

τᾶς ἀφᾶς καὶ τᾶς ποτιπιπτούσας περιφέρεια ποτὶ τὰν  
 δοθεῖσαν περιφέρειαν. ποτιπιπτέτω δὴ ἅ  $AI$ . τεμεῖ  
 δὴ αὐτὰ τὰν μὲν ἔλικα κατὰ τὸ  $A$ , τὰν δὲ τοῦ  $\Delta NT$   
 περιφέρειαν κύκλου κατὰ τὸ  $P$ . καὶ ἐχέτω ἅ  $PI$  εὐ-  
 5 θεία ποτὶ τὰν  $AP$  ἐλάσσονα λόγον τοῦ, ὃν ἔχει ἅ  $\Delta P$   
 περιφέρεια ποτὶ τὰν  $\Delta NT$  περιφέρειαν. καὶ ὅλα ἄρα  
 ἅ  $IA$  ποτὶ τὰν  $AP$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἅ  $P\Delta NT$   
 περιφέρεια ποτὶ τὰν  $\Delta NT$  περιφέρειαν, τουτέστιν ὃν  
 ἔχει ἅ  $\Sigma HK\Theta$  περιφέρεια ποτὶ τὰν  $HK\Theta$  περιφέρειαν.  
 10 ὃν δὲ ἅ  $\Sigma HK\Theta$  περιφέρεια ποτὶ τὰν  $HK\Theta$  περι-  
 φέρειαν, τοῦτον ἔχει ἅ  $AA$  εὐθεία ποτὶ τὰν  $A\Delta$ . δε-  
 δείκται γὰρ τοῦτο. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἅ  $AI$   
 ποτὶ τὰν  $AP$ , ἢπερ ἅ  $AA$  ποτὶ τὰν  $A\Delta$ . ὅπερ ἀδύ-  
 νατον. ἴσα γὰρ ἅ  $PA$  τᾶ  $A\Delta$ . οὐκ ἄρα ἐστὶν ὀρθὰ  
 15 ἅ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν  $A\Delta$ ,  $\Delta Z$ . δεδείκται δέ, ὅτι  
 οὐδὲ ὀξεῖα. ἀμβλεῖα ἄρα ἐστίν. ὥστε ἅ λοιπὰ ὀξεῖά  
 ἐστίν. ὁμοίως δὲ δειχθησέται, καὶ εἴ κα ἅ ἐπιψαύ-  
 ουσα τᾶς ἔλικος κατὰ τὸ πέρασ ἐπιψαύῃ, ὅτι τὸ αὐτὸ  
 συμβησέται.

20

ιζ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα τᾶς ἐν τᾶ δευτέρᾳ περιφορᾷ  
 γεγραμμένας ἔλικος ἐπιψαύῃ ἅ εὐθεία, τὸ αὐτὸ συμ-  
 βησέται.

ἐπιψαυέτω γὰρ ἅ  $EZ$  εὐθεία τᾶς ἐν τᾶ δευτέρᾳ  
 25 περιφορᾷ γεγραμμένας ἔλικος κατὰ τὸ  $\Delta$ , καὶ τὰ ἄλλα  
 τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. ὁμοίως δὴ τᾶς  
 τοῦ  $PN\Delta$  περιφερείας κύκλου τὰ μὲν ἐν τοῖς προαγου-

1. περιφέρεια] scripsi; περιφερείας F, uulgo. 6.  $\Delta TN$   
 Torellius. 9.  $HK\Theta$ ]  $H$  supra scriptum manu 2 F. 14.  
 $A\Delta$ ]  $A\Delta$ , μείζων δὲ ἅ  $IA$  τᾶς  $AA$  Commandinus, Torellius,  
 Nizzius. ὀρθη F; corr. Torellius, ut p. 68 lin. 3, 4. 15.

ductam positus ad datum arcum [prop. 5]. ducatur igitur ad lineam contingentem linea  $AI$ . ea igitur spiralem in puncto  $A$ , ambitum autem circuli  $\triangle ANT^1)$  in puncto  $P$  secabit. et sit  $PI : AP < \triangle P : \triangle NT$ . quare etiam  $IA : AP < P\triangle NT : \triangle NT^2)$ , h. e.  $< \Sigma HK\Theta : HK\Theta.^3)$  sed  $\Sigma HK\Theta : HK\Theta = A\Lambda : A\Delta$ . hoc enim demonstratum est [prop. 14]. itaque

$$AI : AP < A\Lambda : A\Delta;$$

quod fieri non potest. nam  $PA = A\Delta$  [et  $IA > A\Lambda$ ] [Eucl. V, 8]. itaque angulus lineis  $A\Delta$ ,  $\Delta Z$  comprehensus rectus non est. et demonstratum est, ne acutum quidem eum esse. itaque obtusus est. quare reliquus angulus acutus est. et eodem modo demonstrabitur, etiam si linea spiralem contingens in termino contingat, idem futurum esse.

## XVII.

Iam etiam si spiralem secunda circumactione descriptam linea contingit, idem futurum est.

contingat enim linea  $EZ$  spiralem secunda circumactione descriptam in puncto  $A$ , et cetera eodem modo, quo supra [prop. 16], comparentur. itaque, ut supra, ea pars ambitus circuli  $PN\Delta$ , quae in praecedentibus

1) Mirus uerborum ordo lin. 3—4 defenditur simili loco lin. 27.

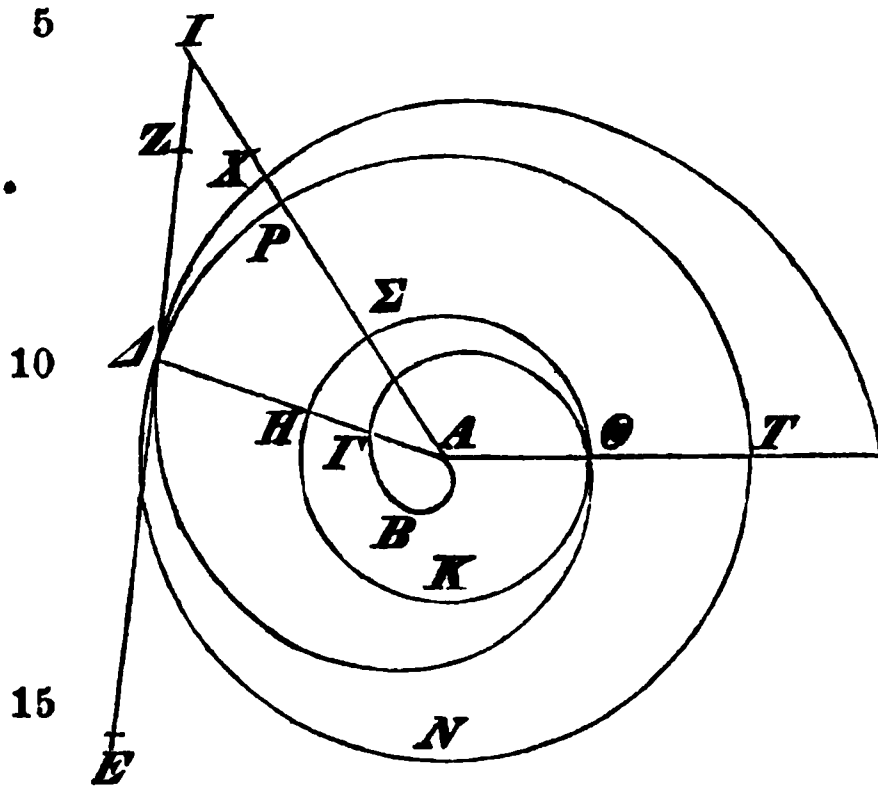
2) Sc. *συνθέντι*; Pappus VII, 46 p. 686.

3) Nam

$$P\triangle NT : \triangle NT = \sphericalangle PAT (> 180^\circ) : \triangle AT (> 180^\circ) \\ = \Sigma HK\Theta : HK\Theta \text{ (Eucl. VI, 33).}$$

$\tau\omega\nu$  per comp. F; corr. Torellius.  $A\Delta Z$  F, uulgo.  $\delta\acute{\epsilon}$ ] om. F; corr. AB. 18.  $\delta\tau\iota$ ] addidi; om. F, uulgo. 24.  $EZ$ ]  $AZ$  F. 25.  $\pi\epsilon\rho\iota\varphi\omicron\rho\alpha\tilde{\alpha}$ ] scripsi;  $\pi\epsilon\rho\iota\varphi\omicron\rho\alpha\varsigma$  F, uulgo.

μένοις τὰς ἑλικὸς ἐντὸς πεσοῦνται, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἐπο-  
 μένοις ἐκτός. ἂ οὖν γωνία ἂ ὑπὸ τὰν  $A\Delta$ ,  $\Delta Z$  οὐκ  
 ἐστὶν ὀρθά, ἀλλὰ ἀμβλεῖα. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν,  
 ὀρθά. ἐπιψαύσει δὴ ἂ  $EZ$  τοῦ  $PN\Delta$  κύκλου κατὰ



τὸ  $\Delta$ . ἄχθω δὴ πάλιν ποτὶ τὰν ἐπι-  
 ψαύουσαν ἂ  $AI$ , καὶ  
 τεμνέτω τὰν μὲν  
 ἑλικά κατὰ τὸ  $X$ ,  
 τὰν δὲ τοῦ  $PN\Delta$   
 κύκλου περιφέρειαν  
 κατὰ τὸ  $P$ . ἐχέτω  
 δὲ ἂ  $PI$  ποτὶ  $PA$   
 ἐλάσσονα λόγον τοῦ,  
 ὃν ἔχει ἂ  $\Delta P$  περι-  
 φέρεια ποτὶ ὅλαν

τὰν τοῦ  $\Delta PN$  κύκλου περιφέρειαν καὶ [ποτὶ] τὰν  
 $\Delta NT$ . δεδείκται γὰρ τοῦτο δυνατόν εἶν. καὶ ὅλα  
 ἄρα ἂ  $IA$  ποτὶ τὰν  $AP$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἂ  
 20  $P\Delta NT$  περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλου περι-  
 φερείας ποτὶ τὰν  $\Delta NT$  περιφέρειαν μεθ' ὅλας τὰς  
 τοῦ κύκλου περιφερείας. ἀλλ' ὃν ἔχει λόγον ἂ  $P\Delta NT$   
 περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τοῦ  $\Delta NTP$  κύκλου περι-  
 φερείας ποτὶ τὰν  $\Delta NT$  περιφέρειαν μεθ' ὅλας τὰς  
 25 τοῦ  $\Delta NTP$  κύκλου περιφερείας, τοῦτον ἔχει τὸν λό-  
 γον ἂ  $\Sigma HK\Theta$  περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλου  
 περιφερείας τὰς  $\Theta\Sigma HK$  ποτὶ τὰν  $HK\Theta$  περιφέρειαν  
 μεθ' ὅλας τὰς τοῦ  $\Theta\Sigma HK$  κύκλου περιφερείας. ὃν  
 δὲ λόγον ἔχοντι αἱ ὑστερον εἰρημέναι περιφερείαι,

2.  $A\Delta Z$  F, vulgo. comp. F; corr. Torellius.

6. τὰν] τα F.

13. ποτὶ] προς per

17. ποτὶ] deleo:

In figura pro



est, intra spiralem cadet, quae in sequentibus est, extra. angulus igitur lineis  $A\Delta$ ,  $\Delta Z$  comprehensus rectus non est, sed obtusus. sit enim, si fieri potest, rectus. continget igitur linea  $EZ$  circulum  $PN\Delta$  in puncto  $\Delta$  [Eucl. III, 16 πρόρισμα]. rursus igitur ad lineam contingentem ducatur linea  $AI$ , et spiralem in puncto  $X$ , ambitum autem circuli  $PN\Delta$  in puncto  $P$  secet. et sit  $PI : PA < \Delta P : \Delta PN^1) + \Delta NT$ . nam demonstratum est, hoc fieri posse [prop. 5]. quare erit [p. 67 not. 2]  $IA : AP < P\Delta NT + \Delta PN : \Delta NT + \Delta PN$ . est autem

$$P\Delta NT + \Delta NTP^2) : \Delta NT + \Delta NTP \\ = \Sigma HK\Theta + \Theta \Sigma HK^3) : HK\Theta + \Theta \Sigma HK = XA : A\Delta.$$

1) Significavi hoc modo ambitum totum circuli  $\Delta PN$ , ut rursus h. pag. lin. 10 bis.

2) Per  $\Delta NTP$  hoc loco idem significatur, quod supra per  $\Delta PN$  (u. not. 1).

3) H. e. totus ambitus circuli  $\Theta \Sigma HK$ . proportio autem hoc modo sequitur: sit  $P\Delta NT = P_1$ ,  $\Delta NTP = C$ ,  $\Delta NT = P$ ,  $\Sigma HK\Theta = p_1$ ,  $\Theta \Sigma HK = c$ ,  $HK\Theta = p$ . erit igitur  $P_1 : p_1 = C : c$  (Eucl. VI, 83 πρόρ.; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 14); quare  $P_1 + C : p_1 + c = P_1 : p_1$ ; praeterea  $P : p = C : c$  et  $P + C : p + c = P : p$ ; sed  $P_1 : p_1 = P : p$  [p. 67 not. 3]. itaque  $P_1 + C : p_1 + c = P + C : p + c$ , et  $\epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$   $P_1 + C : P + C = p_1 + c : p + c$ , q. e. d.

$\Theta$  in F est O.  
Torellius.

26. περιφερειαν F.

29. εχουσαι F; corr.

τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἃ  $XA$  εὐθεῖα ποτὶ τὰν  $AΔ$   
 εὐθεῖαν. δεδείκται γὰρ τοῦτο. ἐλάσσονα ἄρα λόγον  
 ἔχει ἃ  $IA$  ποτὶ τὰν  $AP$ , ἢ ἃ  $AX$  ποτὶ τὰν  $AΔ$ . ὅπερ  
 ἀδύνατον. ἴσα μὲν γὰρ ἃ  $PA$  τᾶ  $AΔ$ , μείζων δὲ ἃ  
 5  $IA$  τᾶς  $AX$ . δῆλον οὖν, ὅτι ἀμβλεῖά ἐστὶν ἃ περι-  
 εχομένα ὑπὸ τὰν  $AΔ$ ,  $ΔZ$ . ὥστε ἃ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστι.  
 τὰ δ' αὐτὰ συμβησέται, καὶ εἴ κα ἃ ἐπιψάνουσα κατὰ  
 τὸ πέρασ τᾶς ἔλικος ἐπιψάνῃ.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

10 Ὅμοίως δὲ δειχθησέται, καὶ εἴ κα τᾶς ἐν ὀποιοῦν  
 περιφορᾷ γεγραμμένας ἔλικος ἐπιψάνῃ τις εὐθεῖα, καὶ  
 εἴ κα κατὰ τὸ πέρασ αὐτᾶς, ὅτι ἀνίσους ποιήσει [τᾶς]  
 γωνίας ποτὶ τὰν ἀπὸ τᾶς ἀφᾶς ἐπιξευχθεῖσαν ἐπὶ τὰν  
 ἀρχὰν τᾶς ἔλικος, καὶ τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις  
 15 ἀμβλεῖαν, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἐπομένοις ὀξεῖαν.

ιη'.

Εἴ κα τᾶς ἔλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γε-  
 γραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψάνῃ κατὰ τὸ πέρασ τᾶς  
 ἔλικος, ἀπὸ δὲ τοῦ σαμείου, ὃ ἐστὶν ἀρχὰ τᾶς ἔλικος,  
 20 ποτ' ὀρθὰς ἀχθῆ τις τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, ἃ ἀχθεῖσα  
 συμπεσείται τᾷ ἐπιψανούσῃ, καὶ ἃ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς  
 ἐπιψανούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἔλικος ἴσα ἐσσειται  
 τᾷ τοῦ πρώτου κύκλου περιφερεία.

ἔστω ἔλιξ ἃ  $ABΓΔΘ$ , ἔστω δὲ τὸ  $A$  σαμεῖον ἀρχὰ

3. ἃ] (alt.) om. F; corr. Torellius. 4. ιση F; corr. Torellius.  
 ἃ] (bis) η F; corr. Torellius, ut lin. 5, 6. τᾷ] τη F; corr.  
 Torellius. 5. τᾶς] της F; corr. Torellius. περιεχομενη F;  
 corr. Torellius. 6.  $AΔZ$  F, uulgo. λοιπη F; corr. Torel-  
 lius. 11. περιφορᾷ] addidi; om. F, uulgo; „quacunque re-  
 volutione“ Cr. 12. τᾶς] deleo. 21. συνπεσειται F. ἃ]  
 om. F.

hoc enim demonstratum est [prop. 15]. quare erit  $IA:AP < AX:A\Delta$ ; quod fieri non potest. [nam  $PA = A\Delta$ , et  $IA > AX$ ].<sup>1)</sup> adparet igitur, angulum lineis  $A\Delta$ ,  $\Delta Z$  comprehensum obtusum esse,<sup>2)</sup> quare reliquus angulus acutus est. eadem autem euenient, etiam si linea contingens in termino spiralis contigerit.

## COROLLARIUM.

Eodem autem modo demonstrabimus, etiam si spiralem qualibet circumactione descriptam linea aliqua contingat, etiam si in termino eius, inaequales eam angulos effecturam esse cum linea a puncto tactionis ad principium spiralis ducta, et angulum in praecedentibus positum obtusum fore, qui in sequentibus positus sit, acutum.<sup>3)</sup>

## XVIII.

Si spiralem prima circumactione descriptam linea recta contigerit in termino spiralis, et a puncto, quod principium est spiralis, linea ad principium circumactionis perpendicularis ducta erit, linea [ita] ducta in contingentem incurret, et linea inter contingentem et principium spiralis posita aequalis erit ambitui circuli primi.

• sit spiralis  $AB\Gamma\Delta\Theta$ , et punctum  $A$  principium

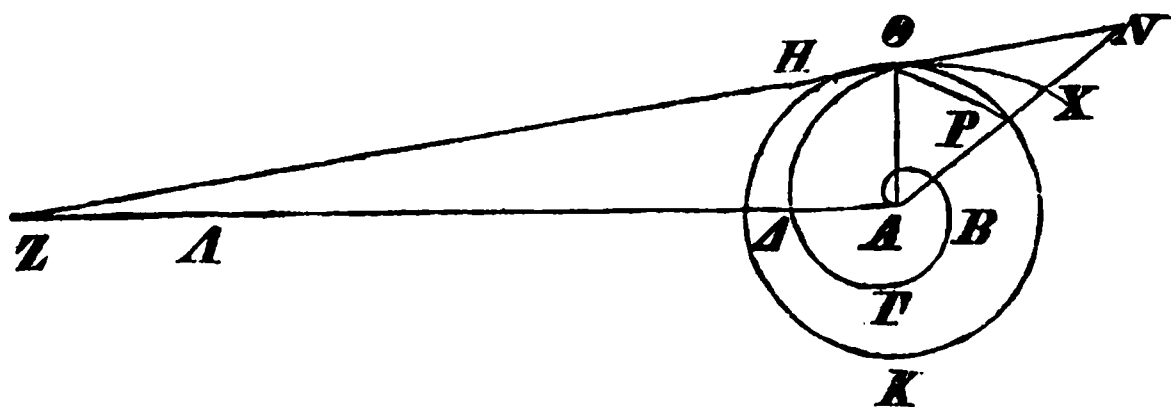
1) Putauerim, uerba  $\iota\sigma\alpha \mu\acute{\epsilon}\nu$  lin. 4 —  $\tau\acute{\alpha}\varsigma AX$  lin. 5 subditiva esse, cum quia formae uulgares in cod. F hoc loco constanter traditae sunt, tum quod Archimedes, si causam plene adferre uoluisset, hoc sine dubio non hoc loco, sed supra p. 66, 14, ubi leuis tantum significatio additur, fecisset.

2) Nam ne acutus quidem est; u. p. 65 not. 1.

3) Cfr. prop. 15 corollarium.

τᾶς ἔλικος, ἃ δὲ  $\Theta A$  γραμμὰ ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς, ὁ δὲ  $\Theta H K$  κύκλος ὁ πρῶτος. ἐπιφανέτω δέ τις τᾶς ἔλικος κατὰ τὸ  $\Theta$ , ἃ  $\Theta Z$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾶ  $\Theta A$  ἃ  $A Z$ . συμπεσεῖται δὴ αὐτὰ ποτὶ τὰν  $\Theta Z$ , ἐπεὶ αἱ  $Z\Theta$ ,  $\Theta A$  ὀξείαν γωνίαν περιέχοντι. συμ-  
πιπέτω κατὰ τὸ  $Z$ . δεικτέον, ὅτι ἃ  $Z A$  ἴσα ἐστὶ τᾶ τοῦ  $\Theta K H$  κύκλου περιφερείᾳ.

εἰ γὰρ μή, ἦτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. ἔλαβον δὴ τινα εὐθείαν  
10 τὰν  $A A$  τᾶς μὲν  $Z A$  εὐθείας ἐλάσσονα, τᾶς δὲ τοῦ



$\Theta H K$  κύκλου περιφερείας μείζονα. ἔστιν δὴ κύκλος τις ὁ  $\Theta H K$ , καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἃ  $\Theta H$ , καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἃ  $\Theta A$  ποτὶ  $A A$ , μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἃ ἡμίσεια τᾶς  $H\Theta$  ποτὶ τὰν ἀπὸ  
15 τοῦ  $A$  κάθεται ἐπ' αὐτὰν ἀγμένην, διότι καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἃ  $\Theta A$  ποτὶ  $A Z$ . δυνατόν οὖν ἐστὶν ἀπὸ τοῦ  $A$  ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημένην τὰν  $A N$ , ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένης τὰν  $N P$  ποτὶ  $\Theta P$  τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἃ  $\Theta A$  ποτὶ τὰν  
20  $A A$ . ἔξει οὖν ἃ  $N P$  ποτὶ τὰν  $P A$  λόγον, ὃν ἃ  $\Theta P$  εὐθεία ποτὶ τὰν  $A A$ . ἃ δὲ  $\Theta P$  ποτὶ τὰν  $A A$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἃ  $\Theta P$  περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ

3. ποτ'] προς per comp. F; corr. V.

5. περιεχουσιν F;

spiralis sit, linea autem  $\Theta A$  principium circumactionis, circulus autem  $\Theta HK$  primus. contingat autem [linea] aliqua  $\Theta Z$  spiralem in puncto  $\Theta$ , et a puncto  $A$  ad lineam  $\Theta A$  perpendicularis ducatur linea  $AZ$ . ea igitur in lineam  $\Theta Z$  incurret, quoniam lineae  $Z\Theta$ ,  $\Theta A$  acutum angulum comprehendunt [prop. 16; tum u. Eucl. I *αλτ.* 5]. incidat in eam in puncto  $Z$ . demonstrandum, lineam  $ZA$  aequalem esse ambitui circuli  $\Theta KH$ .

nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. sit prius, si fieri potest, maior. sumpsi igitur lineam aliquam  $AA$  minorem linea  $ZA$ , maiorem autem ambitu circuli  $\Theta HK$  [prop. 4]. itaque datus est circulus quidam  $\Theta HK$ , et in circulo linea  $\Theta H$  minor diametro<sup>1)</sup>, et ratio  $\Theta A : AA$  maior ea, quam habet dimidia linea  $H\Theta$  ad lineam a puncto  $A$  ad eam perpendicularem ductam, quia ea quoque minor est, quam habet

$$\Theta A : AZ.^2)$$

fieri igitur potest, ut ab  $A$  ad lineam productam  $AN$  linea ducatur, ita ut sit  $NP : \Theta P = \Theta A : AA$  [prop. 7]. erit igitur  $NP : PA = \Theta P : AA.^3)$  sed linea  $\Theta P$  ad  $AA$  minorem rationem habet, quam arcus  $\Theta P$  ad amb-

1) Nam  $\Theta Z$ , spiralem contingens, extra eam cadet, nec per punctum  $A$  transire potest; tum u. Eucl. III, 7.

2) Nam  $AA > ZA$  (tum u. Eucl. V, 8). Et si ducitur linea ab  $A$  ad  $H\Theta$  perpendicularis, eam in duas partes aequales secabit (Eucl. III, 3), et efficietur triangulus similis triangulo  $A\Theta Z$  (Eucl. VI, 8); tum u. Eucl. VI, 4.

3) Nam *ἐναλλάξ*:  $NP : \Theta A = \Theta P : AA$ , et  $\Theta A = PA$ .

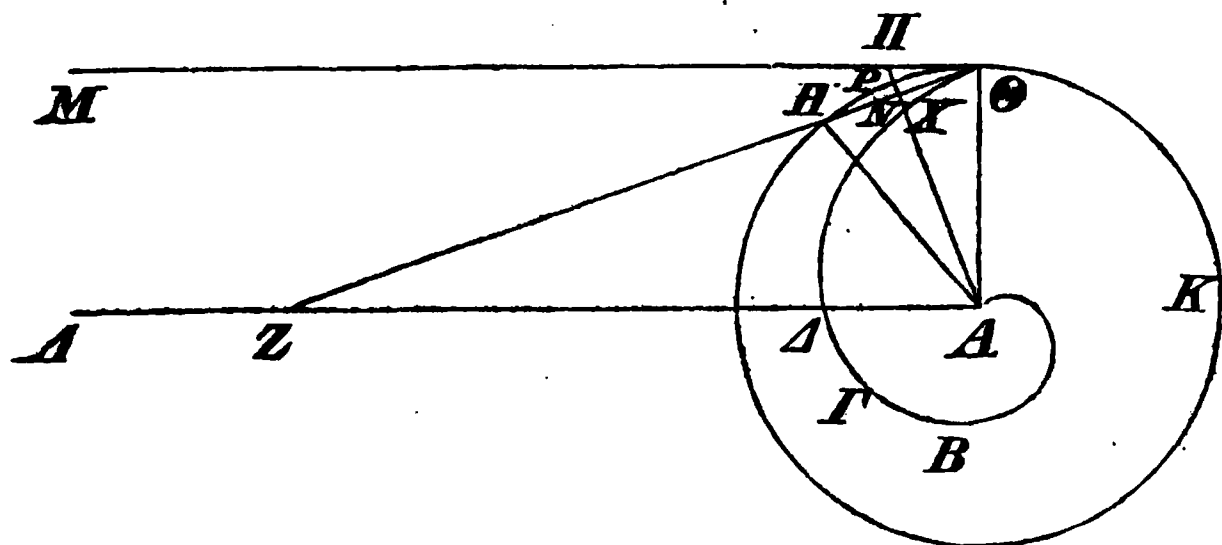
$\Theta Η Κ$  κύκλου περιφέρειαν. ἂ μὲν γὰρ  $\Theta Ρ$  εὐθεΐα  
 ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς  $\Theta Ρ$  περιφερείας, ἂ δὲ  $Α Δ$  εὐθεΐα  
 τᾶς τοῦ  $\Theta Η Κ$  κύκλου περιφερείας μείζων. ἐλάσσονα  
 οὖν λόγον ἔξει καὶ ἂ  $Ν Ρ$  ποτὶ  $Ρ Α$ , ἢ ἂ  $\Theta Ρ$  περι-  
 5 φέρεια ποτὶ τὰν τοῦ  $\Theta Η Κ$  κύκλου περιφέρειαν. καὶ  
 ὅλα οὖν ἂ  $Ν Α$  ποτὶ τὰν  $Α Ρ$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει,  
 ἢπερ ἂ  $\Theta Ρ$  περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου  
 περιφερείας ποτὶ τὰν τοῦ  $\Theta Η Κ$  κύκλου περιφέρειαν.  
 ὃν δὲ λόγον ἔχει ἂ  $\Theta Ρ$  περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ  
 10  $\Theta Η Κ$  κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν τοῦ  $\Theta Η Κ$  κύκλου  
 περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἂ  $Χ Α$  ποτὶ τὰν  $Α Θ$ . δε-  
 δείκται γὰρ τοῦτο. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἂ  $Ν Α$   
 ποτὶ τὰν  $Α Ρ$ , ἢπερ ἂ  $Χ Α$  ποτὶ τὰν  $Α Θ$ . ὅπερ ἀδύ-  
 νατον. ἂ μὲν γὰρ  $Ν Α$  μείζων ἐστὶ τᾶς  $Α Χ$ , ἂ δὲ  
 15  $Α Ρ$  ἴσα ἐστὶ τᾶ  $\Theta Α$ . οὐκ ἄρα μείζων ἂ  $Ζ Α$  τᾶς τοῦ  
 κύκλου περιφερείας τοῦ  $\Theta Η Κ$ .

ἔστω δὴ πάλιν, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων ἂ  $Ζ Α$  τᾶς  
 τοῦ  $\Theta Η Κ$  κύκλου περιφερείας. ἔλαβον δὴ τινα εὐ-  
 θεΐαν πάλιν τὰν  $Α Δ$  τᾶς μὲν  $Α Ζ$  μείζονα, τᾶς δὲ τοῦ  
 20  $\Theta Η Κ$  κύκλου περιφερείας ἐλάσσονα, καὶ ἄγω ἀπὸ τοῦ  
 $\Theta$  τὰν  $\Theta Μ$  παράλληλον τᾶ  $Α Ζ$ . πάλιν οὖν κύκλος  
 ἐστὶν ὁ  $\Theta Η Κ$ , καὶ ἐν αὐτῷ ἐλάσσων γραμμὰ τᾶς δια-  
 μέτρου ἂ  $\Theta Η$ , καὶ ἄλλα ἐπιψάνουσα τοῦ κύκλου κατὰ  
 τὸ  $\Theta$ , καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἂ  $Α Θ$  ποτὶ τὰν  $Α Δ$ , ἐλάσσων

1.  $\Theta Η Κ$ ]  $\Theta Η$  F; corr. Torellius. 4. ποτὶ] προς per  
 comp. F; corr. V(?). 11. τὰν  $Α Θ$ ] Torellius; τον (comp.)  
 $Α Θ$  F, vulgo. 12. ἄρα] om. F; corr. AB. 17. ἰθ' F; om.  
 vulgo, sed infra pro prop. 19 in Cr. est prop. 20, et sic deinceps.  
 19. την F; corr. Torellius.

itum circuli  $\odot HK$ . nam linea  $\odot P$  minor est arcu  $\odot P$ , et linea  $A\Delta$  maior ambitu circuli  $\odot HK$  [ex hypothesis]. quare etiam linea  $NP$  ad  $PA$  minorem rationem habebit, quam arcus  $\odot P$  ad ambitum circuli  $\odot HK$ . itaque etiam tota linea  $NA$  ad lineam  $AP$  minorem rationem habet, quam arcus  $\odot P$  cum toto ambitu circuli ad ambitum circuli  $\odot HK$ .<sup>1)</sup> sed quam rationem habet arcus  $\odot P$  cum toto ambitu circuli  $\odot HK$  ad ambitum circuli  $\odot HK$ , eam habet  $XA:A\odot$ . hoc enim demonstratum est [prop. 15]. quare erit  $NA:AP < XA:A\odot$ ; quod fieri non potest. nam  $NA > AX$ , et  $AP = \odot A$ . quare linea  $ZA$  maior non erit ambitu circuli  $\odot HK$ .

rursus, si fieri potest, linea  $ZA$  minor sit ambitu circuli  $\odot HK$ . sumpsi igitur rursus lineam quandam  $A\Delta$  linea  $AZ$  maiorem, ambitu autem circuli  $\odot HK$



minorem [prop. 4], et a puncto  $\odot$  lineae  $AZ$  parallelam duco lineam  $\odot M$ . rursus igitur datus est circulus  $\odot HK$ , et in eo linea diametro minor  $\odot H$  [p. 73 not. 1], et alia linea [ $\odot M$ ] circulum in puncto  $\odot$  contingens [Eucl. III, 16 πρόφ.], et ratio  $A\odot:A\Delta$  minor ea, quam

1) Sc. συνθέντι; u. p. 67 not. 2.

τοῦ, ὃν ἔχει ἅ ἡμίσεια τᾶς  $H\Theta$  ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ  $A$   
 κάθεται ἐπ' αὐτὰν ἀγμένην, ἐπειδὴ καὶ τοῦ, ὃν ἔχει  
 ἅ  $\Theta A$  ποτὶ  $AZ$ , ἐλάσσων ἐστὶ. δυνατὸν οὖν ἐστὶν  
 ἀπὸ τοῦ  $A$  ἀγαγεῖν τὰν  $ΑΠ$  ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν,  
 5 ὥστε τὰν  $PN$  τὰν μεταξὺ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας  
 καὶ τᾶς περιφερείας ποτὶ τὰν  $\Theta\Pi$  ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ  
 τᾶς ἐπιψαυούσας τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἅ  
 $\Theta A$  ποτὶ τὰν  $ΑΛ$ . τεμεῖ δὴ ἅ  $ΑΠ$  τὸν μὲν κύκλου  
 κατὰ τὸ  $P$ , τὰν δὲ ἔλικα κατὰ τὸ  $X$ . καὶ ἔξει καὶ  
 10 ἐναλλάξ τὸν αὐτὸν λόγον ἅ  $NP$  ποτὶ  $PA$ , ὃν ἅ  $\Theta\Pi$   
 ποτὶ  $ΑΛ$ . ἅ δὲ  $\Theta\Pi$  ποτὶ τὰν  $ΑΛ$  μείζονα λόγον ἔχει,  
 ἢ ἅ  $\Theta P$  περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ  $\Theta HK$  κύκλου περι-  
 φέρειαν. ἅ μὲν γὰρ  $\Theta\Pi$  εὐθεῖα μείζων ἐστὶ τᾶς  $\Theta P$   
 περιφερείας, ἅ δὲ  $ΑΛ$  ἐλάσσων τᾶς τοῦ  $\Theta HK$  κύκλου  
 15 περιφερείας. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἅ  $NP$  ποτὶ τὰν  
 $AP$ , ἢ ἅ  $\Theta P$  περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ  $\Theta HK$  κύκλου  
 περιφέρειαν. ὥστε καὶ ἅ  $PA$  ποτὶ τὰν  $AN$  μείζονα  
 λόγον ἔχει, ἢ ἅ τοῦ  $\Theta HK$  κύκλου περιφέρεια ποτὶ  
 τὰν  $\Theta KP$  περιφέρειαν. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἅ τοῦ  $\Theta HK$   
 20 κύκλου περιφέρεια ποτὶ τὰν  $\Theta KP$  περιφέρειαν, τοῦ-  
 τον ἔχει ἅ  $\Theta A$  εὐθεῖα ποτὶ τὰν  $AX$ . δεδείκται γὰρ  
 τοῦτο. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἅ  $PA$  ποτὶ τὰν  $AN$ ,  
 ἢ ἅ  $\Theta A$  ποτὶ τὰν  $AX$ . ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα  
 25 μείζων ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ἅ  $Z A$  τᾶς τοῦ  $\Theta HK$  κύ-  
 κλου περιφερείας· ἴσα ἄρα.

3. ποτὶ] προς per comp. F; corr. V (?), ut lin. 10, 11 (prius).  
 18.  $\Theta HK$ ]  $\Theta NK$  F; corr. manus 2. 25. ιση F; corr. To-  
 rellius.



habet dimidia linea  $H\Theta$  ad lineam a puncto  $A$  ad eam perpendicularem ductam, quoniam minor est ea, quam habet  $\Theta A : AZ$  [p. 73 not. 2]. fieri igitur potest, ut ab  $A$  ducatur linea  $A\Pi$  ad lineam contingentem, ita ut sit  $PN : \Theta\Pi = \Theta A : A\Lambda$  [prop. 8]. itaque linea  $A\Pi$  circulum in puncto  $P$  secabit, spiralem autem in puncto  $X$ . et etiam uicissim erit [Eucl. V, 16]  $NP : PA^1) = \Theta\Pi : A\Lambda$ . linea autem  $\Theta\Pi$  ad  $A\Lambda$  maiorem rationem habet, quam arcus  $\Theta P$  ad ambitum circuli  $\Theta HK$ ; nam linea  $\Theta\Pi$  maior est arcu  $\Theta P^2)$ , et  $A\Lambda$  minor ambitu circuli  $\Theta HK$  [ex hypothesi]. itaque maiorem rationem habet  $NP : AP$ , quam arcus  $\Theta P$  ad ambitum circuli  $\Theta HK$ . quare etiam  $PA : NA$  maiorem rationem habet, quam ambitus circuli  $\Theta HK$  ad arcum  $\Theta KP^3)$  sed quam rationem habet ambitus circuli  $\Theta HK$  ad arcum  $\Theta KP$ , eam habet  $\Theta A : AX$ . hoc enim demonstratum est [prop. 14]. erit igitur  $PA : AN > \Theta A : AX$ ; quod fieri non potest.<sup>4)</sup> itaque linea  $ZA$  neque maior est neque minor ambitu circuli  $\Theta HK$ . itaque aequalis est.

---

1) Nam  $PA = \Theta A$ .

2) Si ducitur  $H\Pi$ , erit  $H\Pi + \Pi\Theta$  maior arcu  $H\Theta$  (de sph. et cyl. I λαμβ. 2 p. 8); sed  $H\Pi + \Pi\Theta = 2\Theta\Pi$  (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 15), et arcus

$$H\Theta = 2\Theta P \therefore \Theta\Pi > \Theta P.$$

3) Nam ἀνάπαλιον est  $AP : NP < \Theta HK : \Theta P$  (Pappus VII, 49 p. 688), et ἀναστρέψαντι  $AP : AN > \Theta HK : \Theta KP$  (Pappus VII, 48 p. 686).

4)  $PA = \Theta A$ , et  $AN > AX$ ; tum u. Eucl. V, 8.

ιδ'.

Εἰ δέ κα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρῳ περιφορᾷ γεγραμμένης ἑλικος κατὰ τὸ πέρασ ἐπιψαύῃ εὐθείᾳ, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἑλικος ἀχθῆ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὴν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἔσσειται ἡ εὐθεία ἡ μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἑλικος διπλασία τᾶς τοῦ δευτέρου κύκλου περιφερείας.

ἔστω γὰρ ἡ μὲν  $ΑΒΓΘ$  ἑλιξ ἐν τᾷ πρώτῳ περιφορᾷ γεγραμμένη, ἡ δὲ  $ΘΕΤ$  ἐν τᾷ δευτέρῳ, καὶ ὁ μὲν  $ΘΚΗ$  κύκλος ὁ πρώτος, ὁ δὲ  $ΤΜΝ$  ὁ δεύτερος. ἔστω δέ τις γραμμὰ ἐπιψαύουσα τᾶς ἑλικος κατὰ τὸ  $Θ$ , ἡ  $ΤΖ$ , ἡ δὲ  $ΖΑ$  ποτ' ὀρθὰς ἀχθῶ τᾷ  $ΤΑ$ . συμπεσεῖται δὴ αὐτὰ τᾷ  $ΤΖ$  διὰ τὸ δεδειχθαι τὴν γωνίαν ὀξεῖαν ἑοῦσαν τὴν ὑπὸ τᾶν  $ΑΤ$ ,  $ΤΖ$ . δεικτέον, ὅτι ἡ  $ΖΑ$  εὐθεία διπλασία ἐντὶ τᾶς τοῦ  $ΤΜΝ$  κύκλου περιφερείας.

εἰ γὰρ μὴ ἔστι διπλασία, ἤτοι μείζων ἔστιν ἢ διπλασία ἢ ἐλάσσων ἔστιν ἢ διπλασία. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων ἢ διπλασία. καὶ λελάφθω τις εὐθεία ἡ  $ΑΑ$  τᾶς μὲν  $ΖΑ$  εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ τοῦ  $ΤΜΝ$  κύκλου περιφερείας μείζων ἢ διπλασία. ἔστιν δὴ τις κύκλος ὁ  $ΤΜΝ$ , καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ δεδομένα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἡ  $ΤΝ$ , καὶ ὃν ἔχει ἡ  $ΤΑ$  ποτὶ τὴν  $ΑΑ$ , μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τᾶς  $ΤΝ$  ποτὶ τὴν ἀπὸ τοῦ  $Α$  κάθετον ἐπ' αὐτὴν ἀγομένην. δυνατόν οὖν ἔστιν ἀπὸ τοῦ  $Α$  ποτιβαλεῖν τὴν  $ΑΣ$  ποτὶ τὴν  $ΤΝ$  ἐκβεβλημένην ὥστε τὴν μεταξὺ τᾶς

1. κ' F. 2. κα] scripsi; κατα F, vulgo; del. Nizzius.  
3. επιψανοι F; corr. Torellius. 5. συνπεσειται F. 7. αρχας

## XIX.

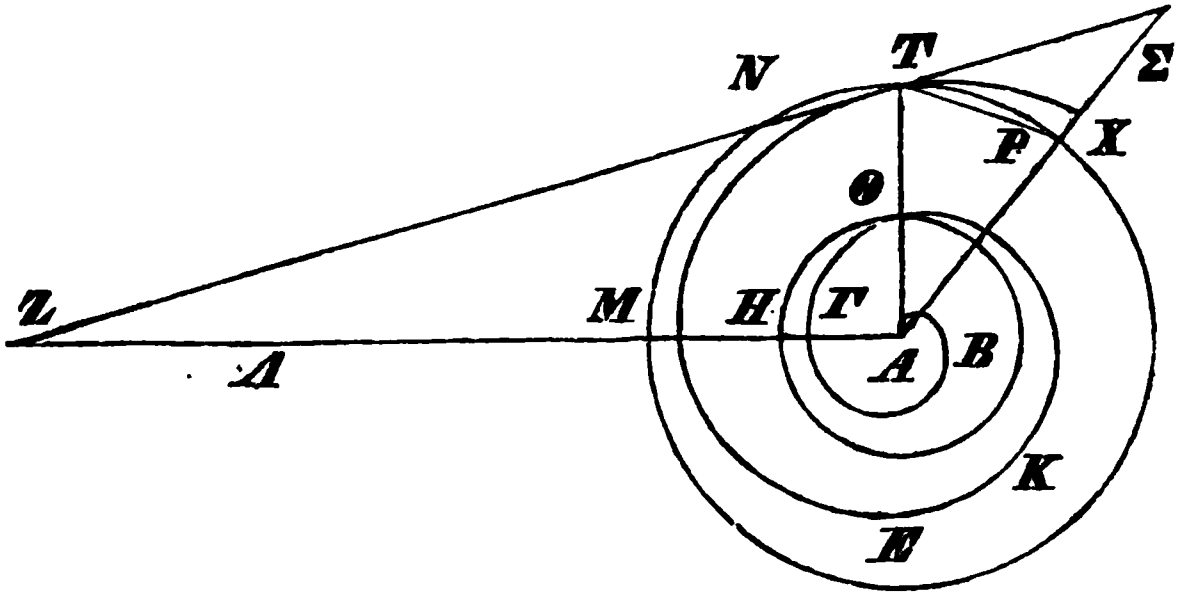
Sin spiralem secunda circumactione descriptam in termino contingit linea, et a principio spiralis linea ad principium circumactionis perpendicularis ducitur, ea in lineam contingentem incidet, et linea inter contingentem et principium spiralis posita duplo maior erit ambitu circuli secundi.

nam spiralis  $AB\Gamma\Theta$  prima circumactione descripta sit,  $\Theta ET$  autem secunda, et circulus  $\Theta KH$  primus sit,  $TMN$  autem secundus. et linea aliqua  $TZ$  spiralem contingat in puncto  $\Theta$ , et linea  $ZA$  ad lineam  $TA$  perpendicularis ducatur. ea igitur in lineam  $TZ$  incidet, quia demonstratum est, angulum lineis  $AT$ ,  $TZ$  comprehensum acutum esse [prop. 17]. demonstrandum, lineam  $ZA$  duplo maiorem esse ambitu circuli  $TMN$ .

nam si duplo maior non est, aut maior est aut minor quam duplo maior. sit prius, si fieri potest, maior quam duplex. et sumatur linea  $AA$  minor quam duplo maior linea  $ZA$ , sed maior quam duplo maior ambitu circuli  $TMN$  [prop. 4]. itaque datus est circulus  $TMN$ , et in circulo linea minor diametro,  $TN$  [p. 73 not. 1], et [ratio]  $TA:AA$  maior ea, quam habet dimidia linea  $TN$  ad lineam ab  $A$  ad eam perpendiculararem ductam [p. 73 not. 2]. fieri igitur potest, ut ab  $A$  linea  $A\Sigma$  ad lineam  $TN$  productam ita

$\kappa\alpha\iota\ \tau\alpha\varsigma$  F; corr. B. 14.  $\delta\eta$ ] scripsi;  $\delta\epsilon$  F, uulgo.  $\alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}$ ] Nizzius;  $\tau\alpha\ \alpha\upsilon\tau\alpha$  F, uulgo. 15.  $\omicron\upsilon\sigma\alpha\nu$  F, uulgo.  $\tau\acute{\alpha}\nu$ ]  $\tau\acute{\omega}\nu$  per comp. F; corr. V.  $ATZ$  F, uulgo. 23.  $\gamma\rho\alpha\mu\mu\acute{\alpha}\ \delta\epsilon\delta\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\alpha$ ] scripsi;  $\gamma\epsilon\gamma\rho\alpha\mu\mu\epsilon\nu\alpha$  F, uulgo;  $\gamma\rho\alpha\mu\mu\acute{\alpha}$  B; „linea data“ Cr. 24.  $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota\ \lambda\acute{o}\gamma\omicron\nu$  B\*D, ed. Basil., Torellius (non C\*).

περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν  $P\Sigma$  ποτὶ τὰν  $TP$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ  $TA$  ποτὶ τὰν  $AA$ .  
 τεμεῖ δὴ ἂ  $A\Sigma$  τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ  $P$ , τὰν δὲ



ἔλικοι κατὰ τὸ  $X$ . καὶ ἐναλλάξ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον  
 5 ἂ  $P\Sigma$  ποτὶ τὰν  $TA$ , ὃν ἂ  $TP$  ποτὶ τὰν  $AA$ . ἂ δὲ  
 $TP$  ποτὶ τὰν  $AA$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἂ  $TP$  περι-  
 φέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τοῦ  $TMN$  κύκλου περι-  
 φέρειαν. ἔστιν γὰρ ἂ μὲν  $TP$  εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς  
 $TP$  περιφερείας, ἂ δὲ  $AA$  εὐθεῖα μείζων ἢ διπλασία  
 10 τᾶς τοῦ  $TMN$  κύκλου περιφερείας. ἐλάσσονα ἄρα  
 λόγον ἔχει ἂ  $P\Sigma$  ποτὶ τὰν  $AP$ , ἢ ἂ  $TP$  περιφέρεια  
 ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς τοῦ  $TMN$  κύκλου περιφερείας.  
 ὅλα οὖν ἂ  $\Sigma A$  ποτὶ τὰν  $AP$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ  
 ἂ  $TP$  περιφέρεια μετὰ τᾶς τοῦ  $TMN$  κύκλου περι-  
 15 φερείας δις εἰρημέναις ποτὶ τὰν τοῦ  $TMN$  κύκλου  
 περιφέρειαν δις εἰρημέναν. ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ  
 εἰρημέναι περιφερείαι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἂ  $XA$   
 ποτὶ τὰν  $AT$ . δεδείκται γὰρ τοῦτο. ἐλάσσονα ἄρα  
 λόγον ἔχει ἂ  $A\Sigma$  ποτὶ τὰν  $AP$ , ἢ ἂ  $XA$  ποτὶ τὰν  $TA$ .  
 20 ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία ἂ

2. εχει F; corr. B.

7. διπλασια F.

TMN] MN F;

ducatur, ut sit  $P\Sigma : TP = TA : AA$ .  $A\Sigma$  igitur circum in puncto  $P$  secabit, spiralem autem in puncto  $X$ . et vicissim erit [Eucl. V, 16]:  $P\Sigma : TA = TP : AA$ . sed ratio  $TP : AA$  minor est ea, quam habet arcus  $TP$  ad duplicem ambitum circuli  $TMN$ . nam linea  $TP$  minor est arcu  $TP$ , et linea  $AA$  maior quam duplo maior ambitu circuli  $TMN$ . quare linea  $P\Sigma$  ad  $AP$ <sup>1)</sup> minorem rationem habet, quam arcus  $TP$  ad duplicem ambitum circuli  $TMN$ . itaque tota linea  $\Sigma A$  ad  $AP$  minorem rationem habet, quam arcus  $TP$  cum ambitu circuli  $TMN$  bis numerato ad ambitum circuli  $TMN$  bis numeratum.<sup>2)</sup> sed quam rationem habent ambitus, quos significauimus, eam habet  $XA : AT$ . hoc enim demonstratum est.<sup>3)</sup> itaque

$$A\Sigma : AP < XA : TA;$$

quod fieri non potest.<sup>4)</sup> itaque linea  $ZA$  maior non

1) Nam  $AP = AT$ .

2) Sc. *συνθέντι*; u. p. 67 not. 2.

3) Prop. 15; hoc loco altera linea in terminum spiralis cadit; sed hoc nihil ad demonstrationem referre, diserte dictum est prop. 14 p. 60, 6 et 15 coroll. p. 62, 15. tum arcus a linea ad terminum spiralis uersus abscisus nullus est.

4) Nam  $A\Sigma > XA$  et  $AP = TA$ ; tum u. Eucl. V, 8.

*M* ed. Basil., uulgo; corr. Torellius. 14. *τοῦ*] addidi; om. *F*, uulgo. 15. *εἰλημμένας* et lin. 16 *εἰλημμέναν* Torellius. 16. *εχουσιν* *F*, uulgo. 19. *AP ἢ ἂ XA ποτὶ τὰν* repetuntur in *F*.

$ZA$  εὐθεία τᾶς τοῦ  $TMN$  κύκλου περιφερείας. ὁμοίως δὲ δειχθησέται, ὅτι οὐδὲ ἐλάττων ἢ διπλασία. δῆλον οὖν, ὅτι διπλασία ἐστίν.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

5 διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεικτέον, καὶ εἴ κα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἔλικος ἐπιψαύη τις εὐθεία κατὰ τὸ πέρασ τᾶς ἔλικος, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἔλικος ποτ' ὀρθὰς ἀχθεῖσα τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς συμπίπτῃ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὅτι πολλα-  
10 πλασία ἐστὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τᾶς περιφορᾶς λεγομένου τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ.

κ'.

Εἴ κα τᾶς ἔλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γε-  
15 γραμμένας εὐθεία γραμμὰ ἐπιψαύῃ μὴ κατὰ τὸ πέρασ τᾶς ἔλικος, ἀπὸ δὲ τᾶς ἀφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἔλικος εὐθεία ἐπιζευχθῆ, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἔλικος, διαστήματι δὲ τᾷ ἐπιζευχθεῖσα κύκλος γραφῆ, ἀπὸ δὲ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἔλικος ἀχθῆ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ  
20 ἀπὸ τᾶς ἀφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἔλικος ἐπιζευχθεῖσα, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἅ μεταξὺ εὐθεία τᾶς τε συμπτώσιος καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἔλικος ἴσα τᾷ περιφερείᾳ τοῦ γραφέντος κύκλου τᾷ μεταξὺ τᾶς ἀφᾶς καὶ τᾶς τομᾶς, καθ' ἃν τέμνει  
25 ὁ γραφεὶς κύκλος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς, ἐπὶ τὰ

9. ὅτι] Nizzius; om. F, uulgo. 13. κα' F. 19. τᾷ] om. F; corr. ABC. Initio prop. 20 spatium uacat in F. 21. ἐσσεῖται] εῴεται F. 22. συμπτώσιος] scripsi; συμπτωσιος F, uulgo. 24. τᾷ] τας F; corr. B man. 2\*. ἃν] scripsi; ὁ F, uulgo.

est quam duplo maior ambitu circuli *TMN*. et similiter demonstrabimus, eam ne minorem quidem esse quam duplo maiorem. adparet igitur, eam duplo maiorem esse.

## COROLLARIUM.

Eodem modo demonstrandum, etiam si spiralem qualibet circumactione descriptam linea in termino spiralis contingat, et a principio spiralis linea ad principium circumactionis perpendicularis ducatur et in contingentem incidat, eam toties multiplicem esse quam ambitum circuli ex numero circumactionis nominati, quoties indicet idem numerus.<sup>1)</sup>

## XX.

Si spiralem prima circumactione descriptam recta linea contingit extra terminum spiralis, et a puncto tactionis ad principium spiralis linea ducitur, et describitur circulus, cuius centrum est principium spiralis, radius autem linea ducta, et a principio spiralis linea ducitur ad lineam a puncto tactionis ad principium spiralis ductam perpendicularis, ea in lineam contingentem incidet, et linea inter punctum concursionis et principium spiralis posita aequalis erit ambitui circuli descripti inter punctum tactionis et sectionem posito, in qua circulus descriptus principium

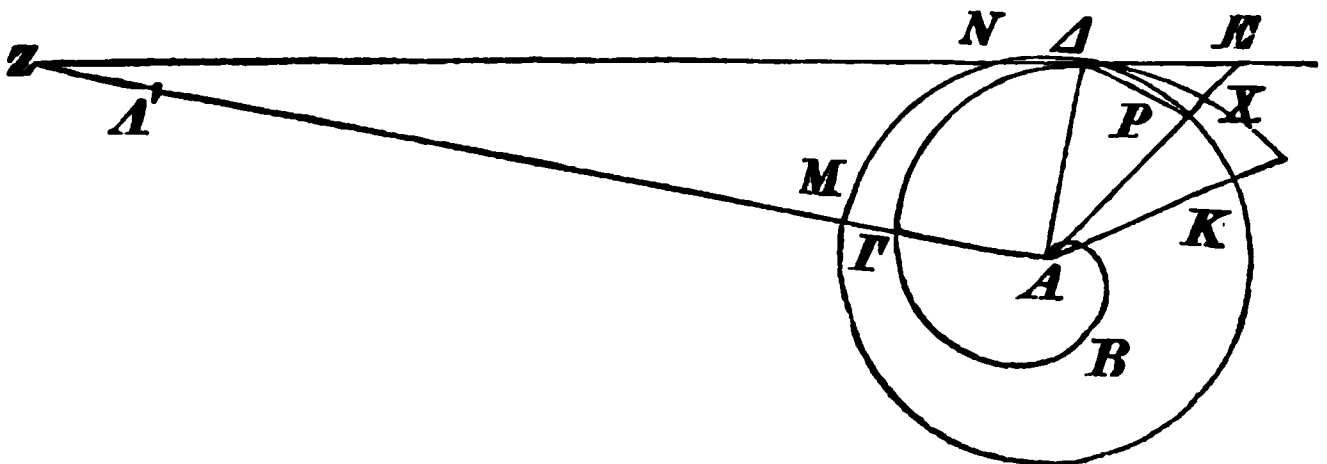
---

1) Cfr. prop. 15 coroll. et prop. 17 coroll.

προαγούμενα λαμβανομένας τὰς περιφερείας ἀπὸ τοῦ  
 σαιμείου τοῦ ἐν τᾷ ἀρχῇ τὰς περιφορᾶς.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἧς ἂ  $AB\Gamma\Delta$ , ἐν τᾷ πρώτῃ περι-  
 φορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἐπιψανέτω τις αὐτὰς εὐθεῖα ἂ  
 5  $E\Delta Z$  κατὰ τὸ  $\Delta$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $\Delta$  ποτὶ τὰν ἀρχὰν τὰς  
 ἕλικος ἐπεξεύχθω ἂ  $A\Delta$ , καὶ κέντρῳ μὲν τῷ  $A$ , δια-  
 στήματι δὲ τῷ  $A\Delta$  κύκλος γεγράφθω ὁ  $\Delta MN$ . τε-  
 μνέτω δ' οὗτος τὰν ἀρχὰν τὰς περιφορᾶς κατὰ τὴν  $K$ .  
 ἄχθω δὲ ἂ  $ZA$  ποτὶ τὰν  $A\Delta$  ὀρθά. ὅτι μὲν οὖν  
 10 αὐτὰ συμπίπτει ποτὶ τὰν  $Z\Delta$ , δῆλον· ὅτι δὲ καὶ ἴσα  
 ἔστιν ἂ  $ZA$  εὐθεῖα τᾷ  $KMN\Delta$  περιφερείᾳ, δεικτέον.

εἰ γὰρ μή, ἦτοι μείζων ἔστιν ἢ ἐλάσσων. ἔστω,  
 εἰ δυνατόν, πρότερον μείζων. λελάφθω δὴ τις ἂ  $AA$



τὰς μὲν  $ZA$  εὐθείας ἐλάσσων, τὰς δὲ  $KMN\Delta$  περι-  
 15 φερείας μείζων. πάλιν δὲ κύκλος ἔστιν ὁ  $KMN$ , καὶ  
 ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τὰς διαμέτρου ἂ  $\Delta N$ ,  
 καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἂ  $\Delta A$  ποτὶ  $AA$  μείζων τοῦ, ὃν  
 ἔχει ἂ ἡμίσεια τὰς  $\Delta N$  ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ  $A$  κάθετον  
 ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν. δυνατόν οὖν ἔστιν ἀπὸ τοῦ  $A$   
 20 ποτιβαλεῖν τὰν  $AE$  ποτὶ τὰν  $N\Delta$  ἐκβεβλημέναν, ὥστε  
 τὰν  $EP$  ποτὶ τὰν  $\Delta P$  τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἂ  
 $\Delta A$  ποτὶ τὰν  $AA$ . δεδείκται γὰρ τοῦτο δυνατόν εἶναι.

1. προαγμενα F, supra scripto compendio ου insolenter



circumactionis secat, ambitu a puncto in principio circumactionis posito ad praecedentia uersus sumpto.

sit spiralis, in qua sit  $AB\Gamma\Delta$ , prima circumactione descripta, et eam contingat linea aliqua  $E\Delta Z$  in puncto  $\Delta$ , et a puncto  $\Delta$  ad principium spiralis ducatur  $A\Delta$ , et describatur circulus  $\Delta MN$ , cuius centrum sit  $A$ , radius autem  $A\Delta$ . hic autem principium circumactionis in puncto  $K$  secet. et ducatur linea  $ZA$  ad lineam  $A\Delta$  perpendicularis. adparet igitur, eam in lineam  $Z\Delta$  incidere [angulus enim  $A\Delta Z$  acutus est; prop. 16]. sed demonstrandum est, lineam  $ZA$  etiam aequalem esse arcui  $KMN\Delta$ .

nam si non est, aut maior est aut minor. sit prius, si fieri potest, maior. sumatur igitur linea  $\Delta A$  minor linea  $ZA$ , sed maior arcui  $KMN\Delta$  [prop. 4]. rursus igitur datus est circulus  $KMN$ , et in circulo linea  $\Delta N$  minor diametro [p. 73 not. 1], et ratio  $\Delta A:A\Delta$  maior ea, quam habet dimidia linea  $\Delta N$  ad lineam ab  $A$  ad eam perpendiculararem ductam [p. 73 not. 2]. fieri igitur potest, ut ab  $A$  ducatur linea  $AE$  ad lineam  $N\Delta$  productam, ita ut sit  $EP:\Delta P = \Delta A:A\Delta$ . nam demonstratum est, hoc fieri posse [prop. 7]. quare

ducto; προαγευμενα ed. Basil. 3. περιφορᾶ] Torellius; om. F, uulgo. 4. καί supra scriptum manu 1 F. 5.  $E\Delta Z$ ] Nizzius;  $AEZ$  F,  $\Delta EZ$  uulgo. 8. οὕτως F; corr. Torellius. 10. ποτὶ τὰν  $Z\Delta$ ] addidi; om. F, uulgo. 13. πρώτερον F. δῆ] scripsi; δε F, uulgo. 17. ποτὶ] πρὸς per comp. F; corr. Torellius.

ἔξει οὖν καὶ ἡ  $EP$  ποτὶ τὰν  $AP$  τὸν αὐτὸν λόγον,  
 ὃν ἡ  $ΔP$  ποτὶ τὰν  $ΑΔ$ . ἡ δὲ  $ΔP$  ποτὶ τὰν  $ΑΔ$   
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ  $ΔP$  περιφέρεια ποτὶ τὰν  
 $KMΔ$  περιφέρειαν, ἐπεὶ ἡ μὲν  $ΔP$  ἐλάσσων ἐστὶ τῆς  
 5  $ΔP$  περιφερείας, ἡ δὲ  $ΑΔ$  μείζων τῆς  $KMΔ$  περι-  
 φερείας. ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ἡ  $EP$  εὐθεῖα ποτὶ  
 $PA$ , ἢ ἡ  $ΔP$  περιφέρεια ποτὶ τὰν  $KMΔ$  περιφέρειαν:  
 ὥστε καὶ ἡ  $AE$  ποτὶ  $AP$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ  
 $KMP$  περιφέρεια ποτὶ τὰν  $KMΔ$  περιφέρειαν. ὃν  
 10 δὲ λόγον ἔχει ἡ  $KMP$  ποτὶ τὰν  $KMΔ$  περιφέρειαν,  
 τοῦτον ἔχει ἡ  $XA$  ποτὶ  $ΑΔ$ . ἐλάσσονα ἄρα λόγον  
 ἔχει ἡ  $EA$  ποτὶ  $AP$ , ἢ ἡ  $AX$  ποτὶ  $ΔA$ . ὅπερ ἐστὶν  
 ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μείζων ἡ  $ZΑ$  τῆς  $KMΔ$  περι-  
 φερείας. ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον δειχθησέται, ὅτι  
 15 οὐδὲ ἐλάσσων ἐστὶν· ἴσα ἄρα.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθησέται, καὶ εἴ κα  
 τῆς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένης ἑλικος ἐπι-  
 ψαύη εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρασ τῆς ἑλικος, τὰ δὲ ἄλλα  
 20 τὰ αὐτὰ κατασκευασθέντι, ὅτι ἡ μεταξὺ εὐθεῖα ἡ  
 ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν συμπίπτουσα τῆς τε συμπτώ-  
 σιος καὶ τῆς ἀρχῆς τῆς ἑλικος ἴσα ἐστὶν ὅλα τῇ τοῦ  
 γραφέντος κύκλου περιφερείᾳ καὶ ἐτι τῇ μεταξὺ τῶν  
 εἰρημένων σαμείων, ὡσαύτως τῆς περιφερείας λαμβά-  
 25 νομένης. καὶ εἴ κα τῆς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένης  
 περιφορᾷ ἑλικος ἐπιψαύη τις εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέ-

2. δὲ  $ΔP$ ] δε  $AP$  F; corr. Torellius. 6. ποτὶ] προς per  
 comp. F; corr. Torellius, ut lin. 8, 9, 10, 11, 12 (bis). 9.  
 τὰν] addidi; om. F, vulgo. 12. ἡ  $EA$ ] η  $EA$  F; corr. To-  
 rellius. ἡ  $AX$ ] ἡ om. F. 15. ἴση F; corr. Torellius.  
 20. κατασκευασθέντι F; corr. Torellius. ἡ] (alt.) scripsi; τας

etiam erit [Eucl. V, 16]  $EP: AP = \Delta P: AA$ .<sup>1)</sup> sed  $\Delta P$  ad  $AA$  minorem rationem habet, quam arcus  $\Delta P$  ad arcum  $KM\Delta$ , quoniam linea  $\Delta P$  minor est arcu  $\Delta P$ , linea autem  $AA$  maior arcu  $KM\Delta$  [ex hypothesi]. itaque  $EP$  ad  $PA$  minorem rationem habet, quam arcus  $\Delta P$  ad arcum  $KM\Delta$ . quare etiam  $AE$  ad  $AP$  minorem rationem habet, quam arcus  $KMP$  ad arcum  $KM\Delta$ .<sup>2)</sup> sed quam rationem habet arcus  $KMP$  ad arcum  $KM\Delta$ , eam habet  $XA: AA$  [prop. 14]. erit igitur  $EA: AP < AX: AA$ ; quod fieri non potest.<sup>3)</sup> quare linea  $ZA$  arcu  $KM\Delta$  maior non est. et eodem modo, quo supra, demonstrabimus, ne minorem quidem eam esse. itaque aequalis est.

## COROLLARIUM.

Eodem autem modo demonstrabimus, etiam si spiralem secunda circumactione descriptam linea contingat extra terminum spiralis, et cetera eadem comparentur, lineam in contingentem incurrentem inter punctum concursiois et principium spiralis comprehensam aequalem esse toti ambitui circuli descripti et praeterea arcui inter puncta, quae commemorauimus [p. 82, 24], comprehenso, arcu eodem modo sumpto. et etiam si spiralem qualibet circumactione descriptam linea contingat extra terminum spiralis, et cetera eadem com-

---

1) Nam  $\Delta A = AP$ .

2) *συνθέντι*; u. p. 67 not. 2.

3) Nam  $AP = \Delta A$  et  $EA > AX$ ; tum u. Eucl. V, 8.

---

F, uulgo; om. B. 21. *συμπιπτούσας* Torellius. τὰς τε *συμπιπτόσας*] addidi; om. F, uulgo. 22. *καί*] *ἀπό* ed. Basil., Torellius. 26. *περιφοράς* F; corr. A.

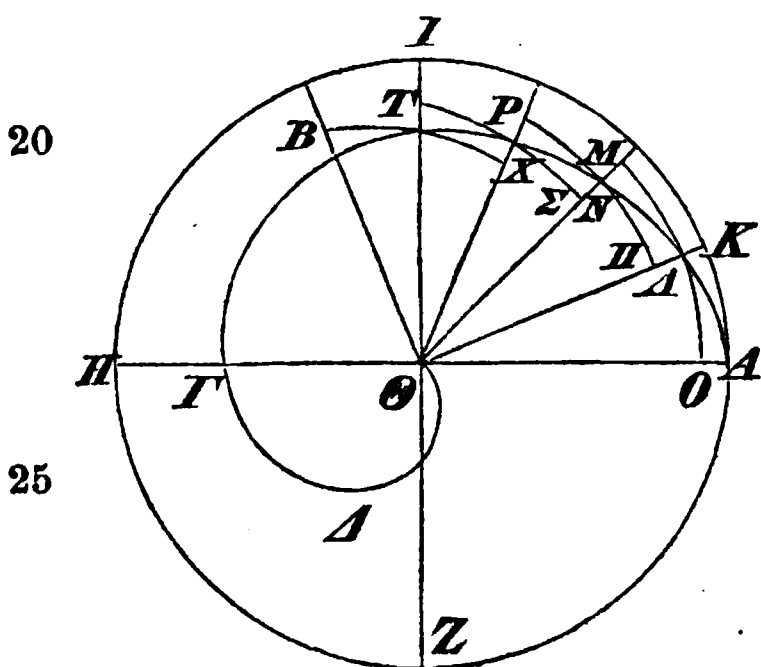
ρας τᾶς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέντι, ὅτι ἂ μεταξὺ εὐθεία τῶν εἰρημένων σαμείων πολλαπλασία τίς ἐστὶ τᾶς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας κατὰ τὸν ἐνὶ ἐλάσσονα ἀριθμὸν τοῦ, καθ' ὃν αἱ περιφοραὶ λεγόνται, καὶ ἔτι ἴσα τᾶ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὁμοίως λαμβανομένα.

κα'.

Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένης καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας ἐν τᾷ ἀρχῇ τᾶς περιφορᾶς δυνατόν ἐστὶ περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου μείζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἧς ἂ  $ΑΒΓΔ$ , ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα. ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ  $\Theta$  σαμείον, ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἂ  $\Theta Α$ , ὁ δὲ πρώτος

κύκλος ὁ  $ZHIA$ , αἱ δὲ  $AH, ZI$  διαμέτροι αὐτοῦ ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. αἰ δὴ τᾶς ὀρθᾶς γωνίας δίχα τεμνομένας καὶ τοῦ τομέως τοῦ τὰν ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον τοῦ τομέως ἐλάσσον τοῦ προτεθέντος. καὶ ἔστω γεγεννημένος ὁ τομεὺς ὁ



1. κατασκευασθαιωντι F. 4. ἐνί] Torellius; om. F, vulgo. 6. λαμβανομένα] scripsi; λαμβανομενας F, vulgo. 7. κβ' F.

parentur, lineam inter puncta, quae significauimus, comprehensam toties multiplicem esse quam ambitum circuli descripti, quoties indicet numerus uno minor eo, quo circumactiones nominentur, et praeterea aequalem [arculi] inter puncta, quae commemorauimus, eodem modo sumpto.<sup>1)</sup>

## XXI.

Sumpto spatio comprehenso spirali prima circumactione descripta et linea prima earum, quae in principio circumactionis sunt, fieri potest, ut circum hoc spatium circumscribatur figura plana et alia inscribatur ex similibus sectoribus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam est quodlibet spatium datum.

sit spiralis, in qua sit  $AB\Gamma\Delta$ , prima circumactione descripta. et principium spiralis sit punctum  $\Theta$ , principium autem circumactionis linea  $\Theta A$ , et primus circulus  $ZHIA$ , et diametri  $AH$ ,  $ZI$  inter se perpendiculares. angulo igitur recto et sectore, qui rectum angulum comprehendit, semper deinceps in duas partes aequales diuiso, quae relinquitur pars sectoris, [aliquando] minor erit dato spatio [Eucl. X, 1]. et ortus

1) Cfr. prop. 15 coroll., prop. 17 coroll.

8. λαμβάνοντα] λαβόντα? 12. τομων F; corr. Nizzius; idem verba ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον post περιγράψαι collocat.  
20. ποτ'] προς per comp. F; corr. Torellius. ἀλληλαίς F addito compendio ας supra λ; corr. Torellius. 23. την ορθην F; corr. Torellius. In figura ordo litterarum turbatus est in F.

$A\Theta K$  ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος χωρίου. διαιρησθώ-  
σαν δὴ αἱ γωνίαι αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ εἰς τὰς ἴσας  
γωνίας τᾶ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta K$ , καὶ αἱ ποι-  
ούσαι τὰς γωνίας εὐθείαι ἔστω ποτὶ τὰν ἔλικα ἄχθω-  
5 σαν. καθ' ὃ δὴ τέμνει σαμεῖον ἄ  $\Theta K$  τὰν ἔλικα, ἔστω  
τὸ  $A$ , καὶ κέντρον τῷ  $\Theta$ , διαστήματι δὲ τῷ  $\Theta A$  κύκλος  
γεγράφθω. πεσεῖται δὴ αὐτοῦ ἄ μὲν εἰς τὰ προαγού-  
μενα περιφέρεια ἐντὸς τᾶς ἔλικος, ἄ δὲ εἰς τὰ ἐπό-  
10 μένα ἐκτός. γεγράφθω δὴ ἄ περιφέρεια, ἔστω κα συμ-  
πέση τᾶ  $\Theta A$  κατὰ τὸ  $O$ , ἄ  $OM$ , καὶ τᾶ μετὰ τὰν  $\Theta K$   
εὐθείαν ποτὶ τὰν ἔλικα ποτιπιπτούσα. πάλιν δὴ καὶ  
καθ' ὃ τέμνει τὰν ἔλικα σαμεῖον ἄ  $\Theta M$ , ἔστω τὸ  $N$ ,  
καὶ κέντρον τῷ  $\Theta$ , διαστήματι δὲ τῷ  $\Theta N$  κύκλος γε-  
γράφθω, ἔστω κα συμπέση ἄ περιφέρεια τοῦ κύκλου  
15 τᾶ  $\Theta K$  καὶ τᾶ μετὰ τὰν  $\Theta M$  ποτιπιπτούσα ποτὶ τὰν  
ἔλικα. ὁμοίως δὲ καὶ διὰ τῶν ἄλλων πάντων, κατ'  
ἃ τέμνοντι τὰν ἔλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας ποιούσαι,  
κύκλοι γεγράφθωσαν κέντρον τῷ  $\Theta$ , ἔστ' ἂν συμπέση  
ἐκάστα ἄ περιφέρεια τᾶ τε προαγουμένα εὐθεία καὶ  
20 τᾶ ἐπομένα. ἔσσειται δὴ τι περὶ τὸ λαφθὲν χωρίον  
περιγεγραμμένον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ  
ἄλλο ἐγγεγραμμένον. ὅτι δὲ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα  
τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζόν ἐστιν ἐλάσσονι τοῦ προ-  
τεθέντος χωρίου, δειχθησέται. ἔστιν γὰρ ὁ μὲν  $\Theta AO$   
25 τομεὺς ἴσος τῷ  $\Theta MA$ , ὁ δὲ  $\Theta NP$  τῷ  $\Theta NP$ , ὁ δὲ  
 $\Theta X\Sigma$  τῷ  $\Theta XT$ , ἔστιν δὲ καὶ τῶν ἄλλων τομέων

2. δὴ αἱ] δη ουν F; corr. B. 3. τας περιεχομενας F;  
corr. Torellius. 4. ἔστω ποτὶ] scripsi; εσ την κατα F, uulgo;  
ἐκβεβλήσθωσαν ἐστ' ἂν κατὰ Torellius. ἄχθωσαν] B; αχθω-  
σιν F, uulgo; ἀχθῶντι Torellius. 7. δὴ] δι F; corr. B\*. προ-  
αγούμενα] scripsi; προαγωμενα F; προαγόμενα uulgo. 8. περι-  
φερειαί F. 9. ἔστω κα] scripsi; εσται (comp.) καν F, uulgo;

sit sector  $A\Theta K$  dato spatio minor. diuidantur igitur anguli recti quattuor in angulos ei aequales, qui lineis  $A\Theta$ ,  $\Theta K$  comprehenditur, et lineae angulos efficientes usque ad spiralem producantur. punctum igitur, in quo linea  $\Theta K$  spiralem secat, sit  $A$ , et describatur circulus, cuius centrum sit  $\Theta$ , radius autem  $\Theta A$ . ea igitur pars ambitus eius, quae in praecedentibus est, intra spiralem cadet, quae in sequentibus est, extra. describatur igitur ambitus usque eo, ut occurrat et lineae  $\Theta A$  in puncto  $O$  et lineae post  $\Theta K$  ad spiralem ductae, et sit  $\dot{O}M$ . rursus igitur punctum, in quo linea  $\Theta M$  spiralem secat, sit  $N$ , et describatur circulus, cuius centrum sit  $\Theta$ , radius autem  $\Theta N$ , usque eo, ut ambitus circuli lineae  $\Theta K$  et lineae post  $\Theta M$  ad spiralem ductae occurrat. et eodem modo etiam per cetera omnia puncta, in quibus lineae aequales angulos efficientes spiralem secant, circuli describantur quorum centrum sit  $\Theta$ , usque eo ut singuli ambitus et praecedenti lineae et sequenti occurrant. itaque circum spatium sumptum [figura] quaedam circumscripta erit et alia inscripta ex similibus sectoribus compositae. demonstrabimus autem, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam est datum spatium. est enim  $\Theta A O = \Theta M A$ ,  $\Theta N \Pi = \Theta N P$ ,  $\Theta X \Sigma = \Theta X T$ , et ceterorum quoque

ἔστ' ἄν B mg., Torellius. 11. ποτιπιπτούσα κατὰ τὸ M Torellius. 13.  $\Theta N$ ]  $\Theta N$  supra scripto  $K$  manu 1, ut uidetur, F;  $\Theta K H$  C. 14. ἔστε κα] scripsi; εἶσται και (utrumque comp.) F; ἔστ' ἄν B, Torellius (qui addit  $\Theta K$ ). 15. τᾶ  $\Theta K$ ] om. F; corr. B. 16. καθ' ἃ Torellius. 19. ἕκαστας F; corr. Torellius. προαγουμένα] scripsi; προαγομενα F, uulgo. 20. ἔσσειται] scripsi; εἶσται per comp. F, uulgo. 21. περιγεγραμμένον σχῆμα Torellius. τομαίων F.

ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος τῷ κοινὰν ἔχοντι πλευρὰν τομει τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τομέων. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τομεῖς πάντεσσιν ἴσοι ἐσσοῦνται. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ἐγγε-  
 5 γραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὸ χωρίον σχήματι χωρὶς τοῦ  $\Theta AK$  τομέως. μόνος γὰρ οὗτος οὐ λελάπται τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου μείζον ἐστὶ τῷ  $AK\Theta$  τομει,  
 10 ὃς ἐλάσσων ἐστὶν τοῦ προτεθέντος.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα, οἶον εἰρήται, γράφειν, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μείζον εἶμεν τοῦ χωρίου  
 15 ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράφειν, ὥστε τὸ χωρίον ὁμοίως μείζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

κβ'.

20 Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἑλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένης καὶ τᾶς εὐθείας, ἧ ἐστὶ δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς δυνατόν ἐστὶ περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι,  
 25 ὥστε τὸ περιγραφέν τοῦ ἐγγραφέντος μείζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

4. εσονται F, vulgo. 5. τῷ] (alterum) το F. 7. οὐ] addidi cum Nizzio; om. F, vulgo; λείπται B. 9. μείζον] BCD; μείζων F, vulgo. 14. εἶμεν] Torellius; εἶναι per comp. F, vulgo. 15. ἐλάσσονι] ελασσον εἶμεν F; corr. B. καὶ cum



sectorum unusquisque eorum, qui in figura inscripta sunt, aequalis est sectori latus commune habenti eorum, qui in figura circumscripta sunt. adparet igitur, etiam omnes sectores omnibus aequales fore. itaque figura spatio inscripta aequalis est figurae circumscriptae praeter sectorem  $\odot AK$ . hic enim solus non adsumptus est eorum, qui in figura circumscripta sunt. adparet igitur, figuram circumscriptam excedere inscriptam sectore  $AK\odot$ , qui minor est spatio dato [ex hypothesis].

## COROLLARIUM.

Hinc autem manifestum est, fieri posse, ut circum spatium, quod commemorauimus, figura huiusmodi describatur, ita ut figura circumscripta spatium excedat spatio minore, quam est quodlibet spatium datum, et rursus inscribatur, ita ut spatium eodem modo figuram inscriptam excedat spatio minore, quam est quodlibet datum spatium.<sup>1)</sup>

## XXII.

Sumpto spatio comprehenso spirali secunda circumactione descripta et linea secunda earum, quae in principio circumactionis sunt, fieri potest, ut circum id [spatium] figura plana circumscribatur et alia inscribatur ex similibus sectoribus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam est quodlibet datum spatium.

1) Nam spatium maius est figurá inscripta, minus uero circumscripta.

comp.  $\eta\nu$  uel  $\iota\nu$  F. 16.  $\mu\epsilon\iota\zeta$  cum comp.  $\omega\nu$  F. 19.  $\kappa\gamma'$  F.  
20.  $\upsilon\pi\acute{o}$   $\tau\epsilon$  B, Torellius.

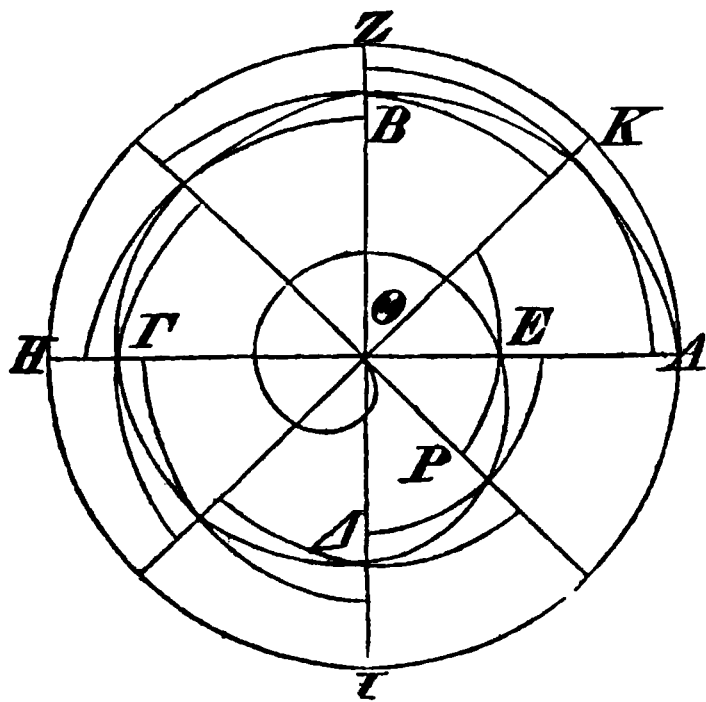
ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἧς ἂ  $ABΓΔE$ , ἐν τᾷ δευτέρῳ  
 περιφορᾷ γεγραμμένα. καὶ ἔστω τὸ μὲν  $\Theta$  σαμεῖον  
 ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἂ δὲ  $A\Theta$  ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς, ἂ  
 δὲ  $EA$  ἂ δευτέρῳ εὐθείᾳ τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περι-  
 5 φορᾶς. ὁ δὲ  $AZH$  κύκλος ἔστω δεύτερος, καὶ αἱ  
 $ΑΓΗ$ ,  $ZI$  διαμέτροι αὐτοῦ ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις.  
 πάλιν οὖν δίχα τεμνομένας τᾶς ὀρθᾶς γωνίας καὶ  
 τοῦ τομέως τοῦ τᾶν ὀρθᾶν γωνίαν περιέχοντος ἐσσεί-  
 ται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος. καὶ  
 10 ἔστω γεγεννημένος ὁ  $\Theta KA$  τομεὺς ἐλάσσων τοῦ προ-  
 τεθέντος. διαιρεθεισᾶν δὴ τᾶν ὀρθᾶν γωνιᾶν εἰς τὰς  
 ἴσας γωνίας τᾷ ὑπὸ τᾶν  $K\Theta$ ,  $\Theta A$  καὶ τῶν ἄλλων  
 κατασκευασθέντων κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον ἐσσεί-  
 ται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου  
 15 σχήματος μείζον ἐλάσσονι, ἢ ὁ τομεὺς ὁ  $\Theta KA$ . μείζον  
 γὰρ ἐσσείται τᾷ ὑπεροχᾷ, ἢ ὑπερέχει ὁ  $\Theta KA$  τομεὺς  
 τοῦ  $\Theta EP$ .

## ΠΟΡΙΣΜΑ Α'.

δῆλον οὖν, ὅτι δυνατόν ἐστι καὶ τὸ περιγραφέν  
 20 σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μείζον εἶμεν ἐλάσσονι  
 παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν τὸ λαφθέν  
 χωρίον μείζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσ-  
 σονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

6.  $ΑΓΗ$ ]  $α Γ Η$  F; corr. ACD;  $Γ Η Β$ , ed. Basil.;  $Α Η$  To-  
 rellius. ποτ'] προς per comp. F; corr. Torellius. ἀλλη-  
 λαις F; corr. Torellius. 7. παλ cum comp. ην uel ιν F, ut  
 lin. 21. αἰ δίχα Torellius. 8. την ορθην (comp.) F; corr.  
 Torellius. 9. καὶ ἔστω ad προτεθέντος lin. 11 mg. F, manu 1,  
 signo adposito, quod idem in textu exstat; χωρίου addidit (lin.  
 11) ed. Basil., Torellius. 12. τᾶν] των per comp. F; corr.  
 Torellius.  $K\Theta A$  F, uulgo. 15. μείζον] (alt.) μείζων per  
 comp. F; corr. Torellius. 16. τᾷ] Torellius; ἂ F, uulgo. 20.  
 λαφθέντος F.

sit spiralis, in qua sit  $AB\Gamma\Delta E$ , secunda circum-  
actione descripta. et punctum  $\odot$  principium sit spi-  
ralis, linea autem  $A\odot$  principium circumactionis, linea  
autem  $EA$  secunda earum, quae in principio circum-  
actionis sunt. et circulus  $AZH$  secundus sit, et  $A\Gamma H$ ,  
 $ZI$  diametri eius inter se perpendiculares. rursus  
igitur recto angulo et sectore rectum angulum com-



prehendenti in partes  
aequales diuiso, quod re-  
linquitur, minus erit dato  
spatio [Eucl. X, 1]. et  
ortus sit sector  $\odot KA$   
dato spatio minor. an-  
gulis igitur rectis [quat-  
tuor] in angulos aequa-  
les angulo lineis  $K\odot$ ,  $\odot A$   
comprehenso diuisis et  
ceteris eodem modo, quo

antea, comparatis figura circumscripta excedet in-  
scriptam spatio minore, quam est sector  $\odot KA$ . ex-  
cedet enim spatio, quod est  $\odot KA \div \odot EP$ .

COROLLARIUM I.

Adparet igitur, fieri posse, ut figura circumscripta  
spatium sumptum excedat spatio minore, quam est  
quodlibet spatum datum, et rursus ut spatum sump-  
tum figuram inscriptam excedat spatio minore, quam  
est quodlibet datum spatum [p. 93 not. 1].

## ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄.

διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου φανερόν, διότι δυνατόν λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς ἔλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ  
 5 τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας περιγράψαι σχῆμα, οἷον εἰρήται, ἐπίπεδον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μείζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ  
 10 λαφθὲν χωρίον μείζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

κγ΄.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς ἔλικος, ἃ ἔστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμ-  
 15 μένας, οὐκ ἐχούσας πέρασ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἔλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς ἔλικος ἀγο-  
 μέναν δυνατόν ἐστι περὶ τὸ χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος  
 20 μείζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ἔστω ἔλιξ, ἐφ' ἧς ἂ  $AB\Gamma\Delta E$ , πέρατα δὲ αὐτᾶς τὰ  $A, E$ , ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἔλικος τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐπεξεύχ-  
 θωσαν αἱ  $A\Theta, \Theta E$ . γεγράφθω δὴ κύκλος κέντρῳ  
 μὲν τῷ  $\Theta$ , διαστήματι δὲ τῷ  $\Theta A$ , καὶ συμπίπτέτω τᾷ  
 25  $\Theta E$  κατὰ τὸ  $Z$ . αἰεὶ δὴ τᾶς γωνίας τᾶς ποτὶ τῷ  $\Theta$  καὶ τοῦ τομέως τοῦ  $\Theta AZ$  δίχα τεμνομένων ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον τοῦ προτεθέντος ἔλασσον. ἔστω ἐλάσσων ὁ τομεὺς ὁ  $\Theta AK$  τοῦ προτεθέντος. ὁμοίως

1. πόρισμα β΄] mg. Πορισμα (comp.) F. 2. διότι] ὅτι Nizzius. 7. ὥστε] ἐστω per comp. F; corr. AB. 9. παλ

## COROLLARIUM II.

Et eadem ratione manifestum est, fieri posse, ut sumpto spatio comprehenso spirali qualibet circumactione descripta et linea eodem numero nominata earum, quae in principio circumactionis sunt, figura plana eius modi circumscribatur, ita ut figura circumscripta spatium sumptum excedat spatio minore, quam est quodlibet spatium datum, et rursus inscribatur, ita ut spatium sumptum figuram inscriptam excedat spatio minore, quam est quodlibet datum spatium.

## XXIII.

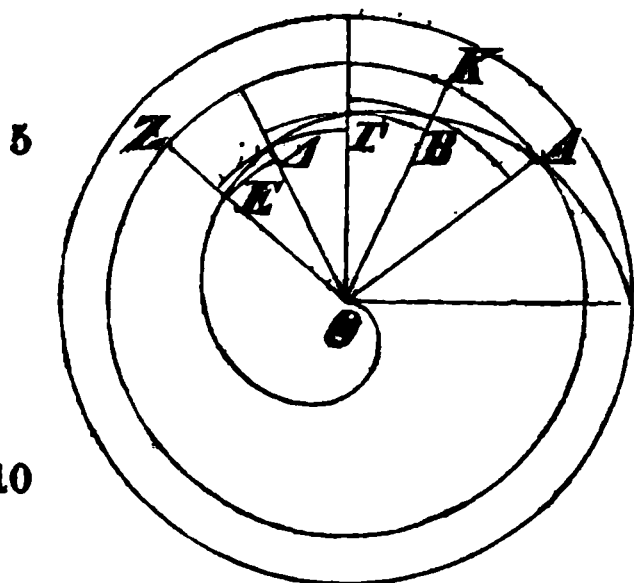
Sumpto spatio comprehenso spirali, quae minor est spirali una circumactione descripta, sed cuius terminus non est principium spiralis, et lineis a terminis spiralis ductis fieri potest, ut circum id spatium figura plana circumscribatur et alia inscribatur ex similibus sectoribus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam est quodlibet datum spatium.

sit spiralis, in qua sit  $AB\Gamma\Delta E$ , et termini eius  $A$ ,  $E$  puncta, et principium spiralis sit  $\Theta$ , et ducantur lineae  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ . describatur igitur circulus, cuius centrum sit  $\Theta$ , radius autem  $\Theta A$ , et in lineam  $\Theta E$  incidat in puncto  $Z$ . itaque angulo ad  $\Theta$  posito et sectore  $\Theta AZ$  semper deinceps in duas partes aequales

---

cum comp.  $\eta\nu$  uel  $\iota\nu$  F. 12.  $\kappa\delta'$  F. 14.  $\epsilon\sigma\tau\iota$  F, uulgo. 16.  $\tau\omicron\upsilon$   $\pi\acute{\epsilon}\rho\alpha\tau\omicron\varsigma$  Rinaltus, Torellius. 25.  $\delta\eta$ ] scripsi;  $\delta\epsilon$  F, uulgo.  $\tau\omega$ ] scripsi;  $\tau\omicron$  F, uulgo. 26.  $\acute{\epsilon}\sigma\sigma\epsilon\iota\tau\alpha\iota$ ] scripsi;  $\epsilon\sigma\tau\alpha\iota$  per comp. F, uulgo.

δὴ τοῖς πρότερον γεγράφθωσαν κύκλοι διὰ τῶν σα-  
μείων, καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἰ τὰς ἴσας γωνίας



ποιούσαι ποτὶ τῷ Θ, ὥστε τὰν  
περιφερειᾶν ἑκάσταν συμ-  
πίπτειν τᾷ τε προαγουμένῳ  
καὶ τᾷ ἐπομένῳ. ἔσσειται δὴ τι  
περὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον  
ὑπὸ τε τᾷς ΑΒΓΔΕ ἕλικος  
καὶ τὰν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν  
περιγεγραμμένον σχῆμα ἐπί-  
πεδον ἔξ ὁμοίων τομέων συγ-  
κείμενον καὶ ἄλλο ἐγγεγραμ-

μένον, καὶ τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου  
ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος χωρίου. ἐλάσσων  
15 γὰρ ἔστιν ὁ ΘΑΚ τομεύς.

#### ΠΟΡΙΣΜΑ.

ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν, ὅτι δυνατόν ἐστιν περὶ  
τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον, οἷον εἰρήται,  
περιγράψαι ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα μείζον εἶμεν  
20 τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου,  
καὶ πάλιν ἐγγράψαι ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μείζον  
εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ  
προτεθέντος χωρίου.

κδ'.

25 Τὸ περιλαφθέν χωρίον ὑπὸ τε τᾷς ἕλικος τᾷς ἐν  
τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾷς εὐθείας τᾷς  
πρώτας τὰν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾷς περιφορᾶς τρίτον μέρος  
ἔστί τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.

2. τεμνουσιν την F; corr. Torellius.

3. τῷ] Torellius;

diuiso, quod relinquatur, minus erit spatium dato. sector  $\odot AK$  sit dato spatium minor. eodem igitur modo, quo antea, circuli describantur per ea puncta, in quibus lineae aequales angulos ad  $\odot$  punctum efficientes spiralem secant, ita ut unusquisque arcus et praecedenti lineae et sequenti occurrat. erit igitur circum spatium comprehensum spirali  $AB\Gamma\Delta E$  et lineis  $A\odot$ ,  $\odot E$  figura plana circumscripta et alia inscripta ex similibus sectoribus compositae, et figura circumscripta excedit inscriptam spatium minore, quam est datum spatium. eo enim minor est sector  $\odot AK$ .

## COROLLARIUM.

Hinc manifestum est, fieri posse, ut circum spatium, quod commemorauimus, figura plana eiusmodi circumscribatur, ita ut figura circumscripta excedat spatium spatium minore, quam est quodlibet datum spatium, et rursus inscribatur, ita ut spatium illud figuram inscriptam excedat spatium minore, quam est quodlibet datum spatium [p. 93 not. 1].

## XXIV.

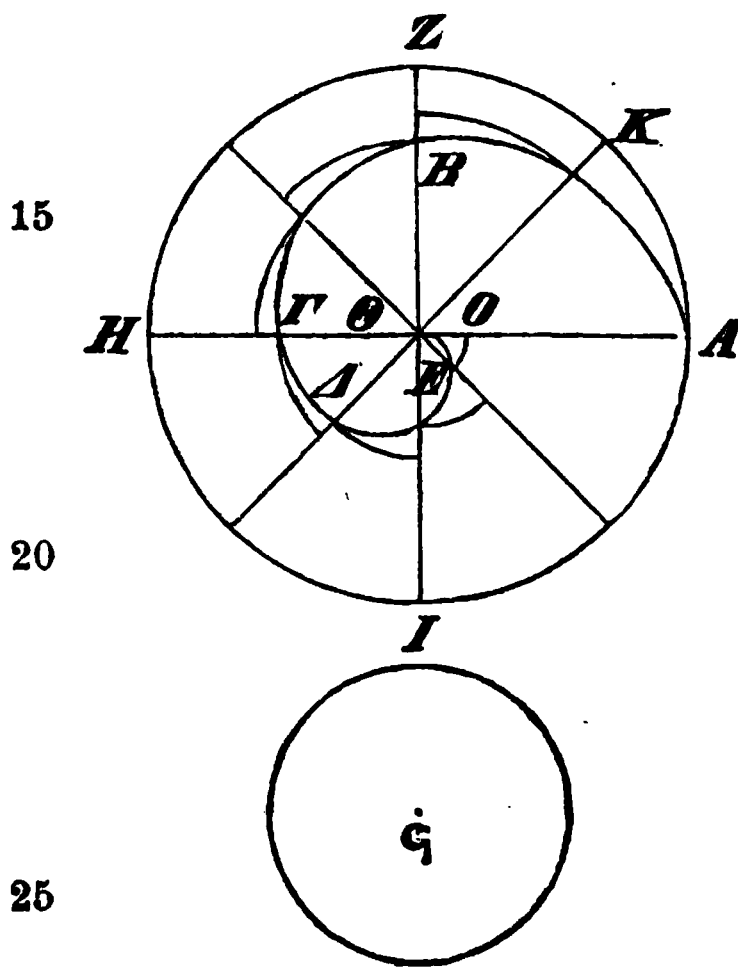
Spatium comprehensum spirali prima circumactione descripta et linea prima earum, quae in principio circumactionis sunt, tertia pars est circuli primi.<sup>1)</sup>

1) Hoc theorema suis uerbis propositum et propria ratione demonstratum habet Pappus IV, 34 p. 236—38.

$\tau\alpha$  F, uulgo. 4.  $\epsilon\kappa\alpha\sigma\tau\alpha$  F; corr. Torellius. 7.  $\pi\epsilon\rho\acute{\iota}$ ] om. F; corr. Torellius. 14.  $\epsilon\lambda\alpha\sigma\sigma$  cum comp.  $\omicron\nu$  F. 18.  $\sigma\chi\eta\mu\alpha$ ] addidi; om. F, uulgo. 21.  $\kappa\alpha\iota$   $\pi\acute{\alpha}\lambda\iota\nu$  ad lin. 23  $\chi\omega\rho\acute{\iota}\omicron\nu$  om. F; corr. Rinaltus. 24.  $\kappa\epsilon'$  F.

ἔστω ἑλιξ, ἐφ' ἧς ἂ  $ABΓΔΕΘ$ , ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα. ἔστω δὲ τὸ μὲν  $Θ$  σαμεῖον ἀρχὴ τῆς ἑλικος, ἂ δὲ  $ΘΑ$  εὐθεῖα πρώτα τῶν ἐν τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς, ὁ δὲ  $AKZH$  κύκλος πρώτος, οὗ τρίτον μέρος ἔστω ὁ, ἐν ᾧ  $ϑ$ , κύκλος. δεικτέον, ὅτι ἴσον ἔστι τὸ προειρημένον χωρίον τῷ  $ϑ$  κύκλῳ.

εἰ γὰρ μὴ, ἦτοι μείζον ἔστι ἢ ἕλασσον. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, ἕλασσον. δυνατόν δὲ ἔστι περὶ τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς  $ABΓΔΕΘ$  ἑλικος  
10 καὶ τῆς  $ΑΘ$  εὐθείας περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα



μείζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἕλασσονι τῆς ὑπεροχᾶς, ἢ ὑπερέχει ὁ  $ϑ$  κύκλος τοῦ εἰρημένου χωρίου. περιγεγράφθω δὴ, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν συγκείται τὸ εἰρημένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ  $ΘAK$ , ἐλάχιστος δὲ ὁ  $ΘEO$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἕλασσόν ἔστι τοῦ  $ϑ$  κύκλου. ἐκβεβλήσθωσαν δὲ αἱ εὐθεῖαι αἱ ποτὶ τῷ  $Θ$  ποιούσαι τὰς ἴσας γωνίας, ἔστ' ἂν ποτὶ

τῶν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. ἐντὶ δὴ τινες γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ  $Θ$  ποτὶ τὰν ἑλικὰ ποτιπιπτούσαι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, ἂν ἔστι μέγιστα μὲν ἂ

3. τῶν] addidi; om. F, vulgo. 4.  $AKZH$ ]  $ANZH$  supra scripto  $K$  manu, ut uidetur, 2 F. 5. ὁ] addidi; om. F, vulgo.



sit spiralis, in qua sit  $AB\Gamma\Delta E\Theta$ , prima circumactione descripta. et punctum  $\Theta$  principium sit spiralis, linea autem  $\Theta A$  prima earum, quae in principio circumactionis sunt, et  $AKZHI$  circulus primus, cuius tertia pars sit circulus, in quo est littera  $q$ . demonstrandum, spatium illud circulo  $q$  aequale esse.

nam si non est, aut maius est aut minus. sit prius, si fieri potest, minus. fieri igitur potest, ut circum spatium comprehensum spirali  $AB\Gamma\Delta E\Theta$  et linea  $A\Theta$  figura plana circumscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut figura circumscripta spatium excedat spatio minore, quam excessus est, quo circulus  $q$  spatium illud excedat [prop. 21]. circumscribatur igitur, et sectorum, ex quibus figura illa composita est, maximus sit  $\Theta AK$ , minimus autem  $\Theta EO$ . adparet igitur, figuram circumscriptam minorem esse circulo  $q$ .<sup>1)</sup> producantur igitur lineae, quae ad punctum  $\Theta$  aequales angulos efficiunt, usque eo, ut ad ambitum circuli perueniant. sunt igitur lineae quaedam, eae scilicet, quae a puncto  $\Theta$  ad spiralem ductae sunt, aequali spatio inter se excedentes, qua-

1) Sit spatium illud  $R$ , figura autem circumscripta  $F$ ; tum erit ex hypothesi  $F - R < q - R$   $\therefore F < q$ .

11.  $\sigmaυγκειμενον$ ] om. F; corr. Torellius. 21.  $\delta\tauι$ ] comp. F.  
 24.  $\alpha\iota$ ] (prius) addidi; om. F, uulgo.  $\alpha\iota$ ] om. F; corr. Torellius.  
 25.  $\piοτ\iota$ ]  $\piρος$  per comp. F; corr. Torellius.  $\tau\omega$ ] scripsi;  $\tauο$  F, uulgo. 28.  $\alpha\iota$ ] addidi; om. F, uulgo. 29.  $\omegaν$  F, uulgo.  $\muεγ\iota\sigma\tau\alpha$ ] scripsi;  $\muε\iota\zeta\omegaν$  F, uulgo.

ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἄ ΘΕ, καὶ ἄ ἐλαχίστα ἴσα τᾶ ὑπερ-  
 οχᾶ. ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ  
 ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ποτιπιπτούσαι τᾶ  
 μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἐκάστα ἴσα  
 5 τᾶ μεγίστα, καὶ ἀναγεγραφᾶται ἀπὸ πασᾶν ὁμοίαι το-  
 μέες, ἀπὸ τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαι ὑπερεχουσᾶν καὶ  
 ἀπὸ τᾶν ἴσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾶ μεγίστα. οἱ ἄρα  
 τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσᾶν τᾶ μεγίστα ἐλασσόνες ἐντὶ ἧ  
 τριπλασίῳ τῶν τομέων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαι  
 10 ὑπερεχουσᾶν. δεδείκται γὰρ τοῦτο. ἐντὶ δὲ οἱ μὲν  
 τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾶ μεγίστα  
 ἴσοι τῷ ΑΖΗΙ κύκλῳ, οἱ δὲ τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν τῷ  
 ἴσῳ ἀλλάλαι ὑπερεχουσᾶν ἴσοι τῷ περιγεγραμμένῳ  
 σχήματι. ἐλάσσων ἄρα ὁ ΑΖΗΙ κύκλος τοῦ περι-  
 15 γεγραμμένου σχήματος ἢ τριπλασίῳ τοῦ δὲ ρ κύκλου  
 τριπλασίῳ. ἐλάσσων ἄρα ὁ ρ κύκλος τοῦ περιγεγραμ-  
 μένου σχήματος. οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ μείζων. οὐκ ἄρα  
 ἔστιν τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ΑΒΓΔΕΘ  
 ἕλικος καὶ τᾶς ΑΘ ἐλασσον τοῦ ρ χωρίου.  
 20 οὐδὲ τοίνυν μείζων. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, μείζων.  
 ἔστι δὲ πάλιν δυνατόν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον  
 ὑπὸ τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἕλικος καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας ἐγ-  
 γραψαὶ σχῆμα, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ἐγγρα-  
 φέντος σχήματος μείζων εἴμεν ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει  
 25 τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ρ κύκλου. ἐγγεγράφθω δὲ,

1. ἐλαχίστα] (prius) scripsi; ἐλασσων F, uulgo; u. Quaest.  
 Arch. p. 138. 2. αἱ] addidi; om. F, uulgo. 5. ἀναγεγρα-  
 φᾶται] scripsi; ἀναγεγραπται F, uulgo; defendit Ahrens: de gr.  
 ling. dial. II p. 333. πασων F; corr. V. 9. ἀλλάλαι F. 14.  
 ΑΖΗΙ] scripsi; ΑΖΗΙΚ F, uulgo; „afgi“ Cr. 19. χωρίου]  
 κύκλου Torellius. 20. κς' F. 22. ΑΒΓΔΘ F; corr. To-  
 rellius.

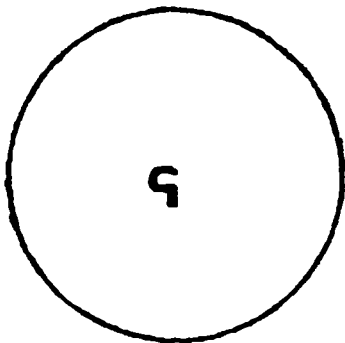
rum maxima est  $\odot A$ , minima autem  $\odot E$ , et minima excessui aequalis est.<sup>1)</sup> sed etiam aliae lineae sunt, eae scilicet, quae a puncto  $\odot$  ad circuli ambitum ductae sunt, numero illis aequales, magnitudine autem singulae aequales maximae, et in omnibus similes sectores constructi sunt, et in iis, quae aequali spatio inter se excedunt, et in iis, quae inter se et maximae aequales sunt. sectores igitur in lineis maximae aequalibus constructi minores sunt, quam triplo maiores sectoribus in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructis. hoc enim demonstratum est [prop. 10 coroll. 3]. sed sectores in lineis inter se et maximae aequalibus constructi aequales sunt circulo  $AZHI$ , sectores autem in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructi aequales sunt figurae circumscriptae. itaque circulus  $AZHI$  minor est quam triplo maior figura circumscripta; circulo autem  $q$  triplo maior est. itaque circulus  $q$  minor est figura circumscripta. erat autem non minor, sed maior. quare spatium comprehensum spirali  $AB\Gamma\Delta E\odot$  et linea  $A\odot$  minus non est spatium  $q$ .

sed ne maius quidem est. sit enim, si fieri potest, maius. itaque rursus fieri potest, ut spatium comprehenso spirali  $AB\Gamma\Delta E\odot$  et linea  $A\odot$  figura inscribatur, ita ut spatium, quod commemorauimus, figuram inscriptam excedat spatio minore, quam quanto spatium illud circulum  $q$  excedit [prop. 21 coroll.].

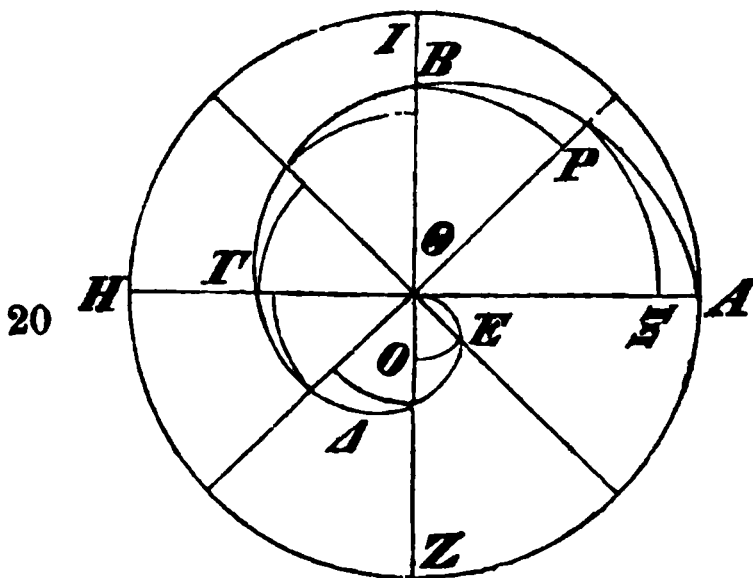
1) Lineas  $\odot E$ ,  $\odot A$ ,  $\odot \Gamma$ ,  $\odot B$  cett. aequali spatio inter se excedere, adparet ex prop. 12, quia angulos aequales faciunt. lineam autem  $\odot E$  excessui aequalem esse, siue  $\odot E = \frac{1}{2} \odot A$ , sequitur ex prop. 1; nam cum anguli aequales sint, tempus tempore duplo maius est.

καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν συγκείται τὸ ἐγγεγραμ-  
 μένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ  $\Theta P \Xi$ , ἐλάχιστος δὲ ὁ  
 $O \Theta E$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεϊ-  
 ζόν ἐστὶ τοῦ  $\zeta$  κύκλου. ἐκβεβλήσθωσαν δὴ αἱ ποιού-  
 5 σαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ τῷ  $\Theta$ , ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν  
 τοῦ κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. πάλιν οὖν ἐντί τι-  
 νες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι αἱ ἀπὸ τοῦ  
 $\Theta$  ποτὶ τὰν ἔλικα ποτιπιπτούσαι, ἂν ἐστὶ μέγιστα μὲν  
 ἂ  $\Theta A$ , ἐλάχιστα δὲ ἂ  $\Theta E$ ,<sup>1</sup> καὶ ἐστὶν ἂ ἐλάχιστα ἴσα

10



15



20

τᾶ ὑπεροχᾶ. ἐντί δὲ καὶ  
 ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ  
 τοῦ  $\Theta$  ποτὶ τὰν τοῦ  $AZHI$   
 κύκλου περιφέρειαν ποτι-  
 πιπτούσαι τῷ μὲν πλήθει  
 ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέ-  
 θει ἐκάστα ἴσα τᾶ μέγιστα,  
 καὶ ἀναγεγραφόνται ἀπὸ  
 πασᾶν ὁμοίωι τομέες ἀπό-  
 τε τᾶν ἴσῶν ἀλλάλαις τε  
 καὶ τᾶ μέγιστα καὶ ἀπὸ  
 τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερ-  
 εχουσᾶν. οἱ ἄρα τομέες οἱ  
 ἀπὸ τᾶν ἴσῶν τᾶ μέγιστα  
 μειζόνες ἐντί ἢ τριπλα-

25 σίοι τῶν τομέων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερ-  
 εχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μέγιστας. δεδείκται γὰρ  
 τοῦτο. ἐντί δὲ οἱ μὲν τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσῶν τᾶ  
 μέγιστα ἴσοι τῷ  $AZHI$  κύκλῳ, οἱ δὲ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ  
 ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μέγιστας ἴσοι

2. ἐλάχιστος] B; ελασσων F, vulgo. 3.  $O \Theta E$ ] scripsi;  
 $\Theta E$  F, vulgo;  $\Theta EO$  Torellius. οὖν] per comp. F. ὅτι]

inscribatur igitur, et sectorum, ex quibus composita est figura inscripta, maximus sit  $\odot P\Xi$ , minimus autem  $O\odot E$ . adparet igitur, figuram inscriptam maiorem esse circulo q.<sup>1)</sup> producantur igitur lineae ad punctum  $\odot$  aequales angulos efficientes usque eo, ut ad ambitum circuli perveniant. rursus igitur lineae quaedam sunt aequali spatio inter se excedentes, eae scilicet, quae a puncto  $\odot$  ad spiralem ductae sunt [prop. 12], quarum maxima est  $\odot A$ , minima autem  $\odot E$ , et minima excessui aequalis est [p. 103 not. 1]. et praeterea aliae quoque lineae sunt, quae a puncto  $\odot$  ad ambitum circuli  $AZHI$  ductae sunt, numero illis aequales, magnitudine autem singulae maximae aequales, et in omnibus sectores similes constructi sunt, et in iis, quae inter se et maximae aequales sunt, et in iis, quae aequali spatio inter se excedunt. sectores igitur in lineis maximae aequalibus constructi maiores sunt quam triplo maiores sectoribus in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructis praeter sectorem in maxima constructum. hoc enim demonstratum est [prop. 10 coroll.]. sed sectores in lineis maximae aequalibus constructi aequales sunt circulo  $AZHI$ , sectores autem in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructi praeter sectorem in maxima con-

---

1) Sit figura inscripta  $f$ , spatium illud  $R$ ; erit ex hypothesisi  $R - f < R - q$  :  $f > q$ .

---

om. F; corr. B.      5.  $\tau\phi$ ] scripsi;  $\tau\theta$  F, vulgo.      7.  $\alpha\iota$ ] addidi; om. F, vulgo.      8.  $\omega\nu$  F, vulgo.      11.  $\acute{\alpha}\lambda\lambda\alpha\iota \tau\iota\nu\acute{\epsilon}\varsigma$  Torellius.       $\alpha\iota$ ] addidi; om. F, vulgo.      17.  $\acute{\alpha}\nu\alpha\gamma\epsilon\gamma\gamma\alpha\phi\acute{\alpha}\tau\alpha\iota$  B.      29.  $\acute{\alpha}\pi\acute{o}$ ]  $\acute{\upsilon}\pi\omicron$  F; corr. Torellius.

τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. μείζων ἄρα ὁ  $AZH\Gamma$  κύκλος ἢ τριπλασίον τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· τοῦ δὲ  $\Theta$  κύκλου τριπλασίον. μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ  $\Theta$  κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ  
 5 ἐλάσσων. οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ μείζων τὸ χωρίον τὸ ὑπὸ τε τᾶς  $AB\Gamma\Delta E\Theta$  ἔλικος καὶ τᾶς  $A\Theta$  εὐθείας τοῦ  $\Theta$  κύκλου. ἴσον ἄρα ἐστὶν [τῷ περιλαφθέντι ὑπὸ τᾶς ἔλικος καὶ τᾶς  $A\Theta$  εὐθείας].

κε'.

10 Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ἔλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρῳ περιφορᾷ γεγραμμένης καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας τᾶν ἐν τᾷ ἀρχῇ τᾶς περιφορᾶς ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ  
 ζ' ποτὶ τὰ ιβ', ὅς ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὰ συν-  
 15 αμφότερα τὸ τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δευτέρου κύκλου καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ πρώτου κύκλου καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾧ ὑπερέχει ἅ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δευτέρου κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ πρώτου  
 20 κύκλου ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δευτέρου κύκλου.

ἔστω ἔλιξ, ἐφ' ἧς ἅ  $AB\Gamma\Delta E$ , ἐν τᾷ δευτέρῳ περιφορᾷ γεγραμμένα. ἔστω δὲ τὸ μὲν  $\Theta$  σαιμεῖον ἀρχὴ τᾶς ἔλικος, ἅ δὲ  $\Theta E$  εὐθεῖα ἐν τᾷ ἀρχῇ τᾶς περιφορᾶς ἅ πρώτα, ἅ δὲ  $AE$  ἐν τᾷ ἀρχῇ τᾶς περιφορᾶς ἅ δευτέρα, ὁ δὲ κύκλος ὁ  $AZH\Gamma$  ὁ δεύτερος ἔστω, καὶ αἱ  $AH$ ,  $IZ$  διαμέτροι ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. δεικτέον, ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τε τᾶς  $AB\Gamma\Delta E$

6.  $ABHE\Theta F$ . 7. ἴσος Torellius; sed de spatio agitur, non de circulo;] quare retinendum ἴσον (comp. F) et delenda

structum aequales sunt figurae inscriptae. itaque circulus  $AZHI$  maior est quam triplo maior figura inscripta; sed circulo  $Q$  triplo maior est. quare circulus  $Q$  maior est figura inscripta. sed maior non est, uerum minor. itaque ne maius quidem circulo  $Q$  erit spatium comprehensum spirali  $AB\Gamma\Delta E\Theta$  et linea  $A\Theta$ . itaque aequale est.

## XXV.

Spatium comprehensum spirali secunda circumactione descripta et linea secunda earum, quae in principio circumactionis sunt, ad circulum secundum eam habet rationem, quam  $7:12$ , quae eadem est ratio, quam habet rectangulum comprehensum radio secundi circuli et radio primi una cum tertia parte quadrati eius excessus, quo radius secundi circuli radium primi excedit, ad quadratum radii secundi circuli.

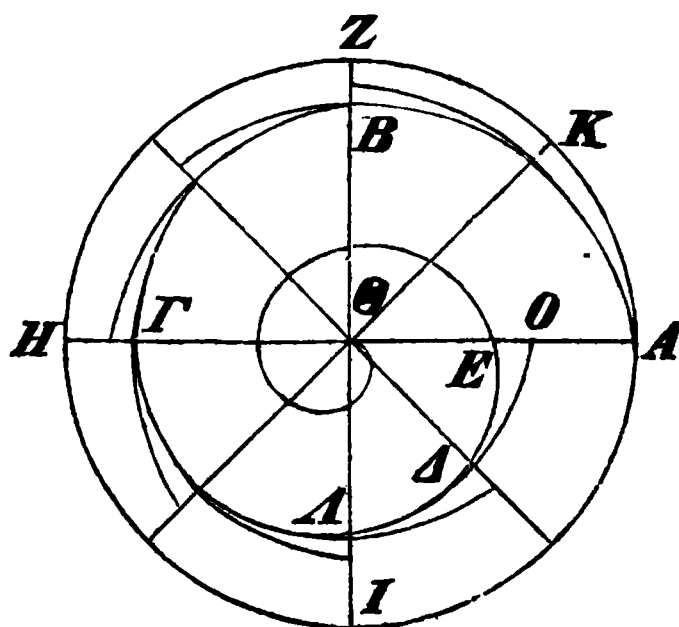
sit spiralis, in qua sit  $AB\Gamma\Delta E$ , secunda circumactione descripta. et punctum  $\Theta$  principium sit spiralis, linea autem  $\Theta E$  prima earum, quae in principio circumactionis sunt,  $AE$  autem secunda; et circulus  $AZHI$  secundus sit, et  $AH$ ,  $IZ$  diametri inter se perpendiculares. demonstrandum, spatium spirali

uerba τῶ περιλαφθέντι . . εὐθείας lin. 7—8; om. Cr. 9. κζ' F. 10. τὸ περιλαφθέν] addidi; om. F, uulgo. 16. δευτέρου] β F; et sic saepius infra (uelut lin. 17, 19 bis, 21). 27. προς (comp.) ορθας ἀλλήλαις F; corr. Torellius.

ἔλικος καὶ τᾶς  $AE$  εὐθείας ποτὶ τὸν  $AZHI$  κύκλον λόγον ἔχει, ὃν τὰ  $\zeta'$  ποτὶ  $\iota\beta'$ .

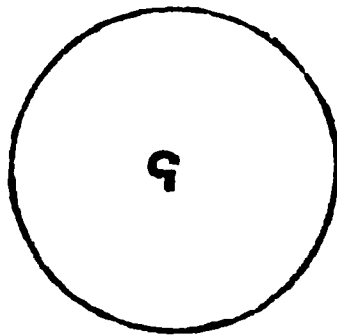
ἔστω δὴ τις κύκλος ὁ  $\alpha$ , ἃ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $\alpha$  κύκλου δυνάμει ἴσα τῶ τε ὑπὸ τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  περιεχομένῳ καὶ τῶ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς  $AE$  τετραγώνου. ἔξει δὴ ὁ  $\alpha$  κύκλος ποτὶ τὸν  $AHZI$ , ὡς  $\zeta'$  ποτὶ  $\iota\beta'$ , διότι καὶ ἃ ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $AZHI$  κύκλου τοῦτον ἔχει δυνάμει τὸν λόγον. δειχθησέεται οὖν ἴσος ὁ  $\alpha$  κύκλος

10



15

20



τῶ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τε τᾶς  $AB\Gamma\Delta E$  ἔλικος καὶ τᾶς  $AE$  εὐθείας. εἰ γὰρ μὴ, ἦτοι μείζων ἔστιν ἢ ἐλάττων. ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. δυνατόν δὴ ἔστι περὶ τὸ χωρίον περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα μείζον εἴμεν τοῦ χωρίου ἐλάττων, ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ  $\alpha$  κύκλος τοῦ χωρίου. περι-

25 γεγράφθω, καὶ ἔστω, ἐξ ᾧν συγκείται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ  $\Theta AK$  τομεὺς, ἐλάχιστος δὲ ὁ  $\Theta O\Delta$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγραφέν σχῆμα ἐλαττόν ἐστι τοῦ κύκλου. ἐκβεβλήσθωσαν αἱ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι ποτὶ τῶ  $\Theta$  ἴσας γωνίας, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν

2. προς per comp. F; corr. Torellius. 3. α] ε semper ed. Basil., Torellius. 6. προς per comp. F; corr. Torellius.



$AB\Gamma\Delta E$  et linea  $AE$  comprehensum ad circulum  $AZHI$  eam rationem habere, quam 7 : 12.

sit igitur circulus quidam  $\Theta$ , et radiûs eius quadratus sit  $= A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3}AE^2$ . itaque circulus  $\Theta$  ad circulum  $AZHI$  eam rationem habebit, quam 7 : 12, quia radius eius quadratus ad radium circuli  $AZHI$  quadratum hanc rationem habet [Eucl. XII, 2].<sup>1)</sup> demonstrabimus igitur, circulum  $\Theta$  aequalem esse spatio comprehenso spirali  $AB\Gamma\Delta E$  et linea  $AE$ . nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. sit igitur, si fieri potest, prius maior. fieri igitur potest, ut circum spatium circumscribatur figura plana ex similibus sectoribus composita, ita ut figura circumscripta spatium excedat spatio minore, quam quanto circulus  $\Theta$  spatium excedit [prop. 22]. circumscribatur, et [sectorum], ex quibus composita est figura circumscripta, maximus sit  $\Theta AK$ , minimus autem  $\Theta O\Delta$ . adparet igitur, figuram circumscriptam minorem esse circulo [p. 101 not. 1]. producantur lineae ad punctum  $\Theta$  aequales angulos efficientes, usque eo ut ad ambitum

---

1) Nam  $A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3}AE^2 : A\Theta^2 = 2\Theta E^2 + \frac{1}{3}\Theta E^2 : 4\Theta E^2 = 6\Theta E^2 + \Theta E^2 : 12\Theta E^2 = 7 : 12$ , quia  $\Theta E = AE$ ; nam sit ambitus circuli primi  $p$ ; erit ex prop. 15:  $\Theta E : \Theta A = p : 2p$ .

---

ut lin. 7 bis. 23. περιχει F. 25. ἔστω τῶν τομέων Torellius. 28. τοῦ  $\Theta$  κύκλου Nizzius. 29. τῶ] scripsi; το F, vulgo. In figura  $O$ ,  $\Delta$  cum  $F$  posui; sed pro  $\Delta$  posui  $A$ , et  $\Gamma$  addidi.

τοῦ δευτέρου κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. ἐντὶ δὴ  
 τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι αἰ ἀπὸ  
 τοῦ  $\Theta$  ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσαι, ἃν ἔστι μέγιστα  
 μὲν ἃ  $\Theta A$ , ἐλαχίστα δὲ ἃ  $\Theta E$ . ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι  
 5 γραμμαὶ αἰ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  ποτὶ τὰν τοῦ  $AZH\Gamma$  κύκλου  
 περιφέρειαν ποτιπιπτούσαι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλασ-  
 σόνες ταυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἀλλάλαις τε ἴσαι καὶ τᾷ  
 μέγιστα, καὶ ἀναγεγραφέται ὁμοίαι τομέες ἀπὸ τᾶν  
 ἴσῶν τᾷ μέγιστα καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερ-  
 10 εχουσᾶν, ἀπὸ δὲ τᾶς ἐλαχίστας οὐκ ἀναγραφέται. οἱ  
 ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσῶν τᾷ μέγιστα ποτὶ τοὺς το-  
 μέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χω-  
 ρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ  
 τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τᾶς  $\Theta A$  ποτὶ τὰ  
 15 συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  περιχόμενον καὶ  
 τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $EA$  τετραγώνου. δε-  
 δείκται γὰρ τοῦτο. ἐντὶ δὲ τοῖς μὲν τομέεσσι τοῖς ἀπὸ  
 τᾶν ἴσῶν ἀλλάλαις καὶ τᾷ μέγιστα ἴσος ὁ  $AZH\Gamma$  κύ-  
 κλος, τοῖς δὲ τομέεσσι τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν  
 20 ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας ἴσον τὸ  
 περιγεγραμμένον σχῆμα. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ  
 κύκλος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετρά-  
 γωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $A\Theta$  ποτὶ τὰ συναμφοτέρα τό  
 τε ὑπὸ τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ  
 25 τᾶς  $AE$  τετραγώνου. ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τετρά-  
 γωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta A$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $\Theta A$ ,  $\Theta E$  καὶ  
 τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $AE$  τετραγώνου, τοῦτον  
 ἔχει ὁ  $AZH\Gamma$  κύκλος ποτὶ τὸν  $\Theta$  κύκλον. ἐλάσσονα

3. ποτιπιπτουσιν F; corr. B.      ων F, vulgo.      5. ποτὶ] scripsi; επι F, vulgo.      6. ελασσ cum comp. ων F; corr. Torrellius; ἐλάσσους B.      7. ταυτᾶν] scripsi; εαυταν F, vulgo.

circuli secundi perueniant. sunt igitur lineae quaedam aequali spatio inter se excedentes [prop. 12], eae scilicet, quae a puncto  $\odot$  ad spiralem ductae sunt, quarum maxima est  $\odot A$ , minima autem  $\odot E$ . sed etiam aliae lineae sunt, quae a puncto  $\odot$  ad ambitum circuli  $AZHI$  ductae sunt, numero una pauciores illis, magnitudine autem et inter se et maximae aequales, et constructi sunt sectores similes in lineis maximae aequalibus et in iis, quae aequali spatio inter se excedunt, in minima autem nullus constructus est. itaque sectores in lineis maximae aequalibus constructi ad sectores in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructos praeter sectorem in minima constructum minorem rationem habent, quam habet

$$\odot A^2 : A\odot \times \odot E + \frac{1}{3}EA^2.$$

hoc enim demonstratum est [prop. 11 coroll.]. sed sectoribus in lineis inter se et maximae aequalibus constructis aequalis est circulus  $AZHI$ , sectoribus autem in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructis praeter sectorem in minima constructum aequalis est figura circumscripta. itaque circulus [ $AZHI$ ] ad figuram circumscriptam minorem rationem habet, quam  $A\odot^2 : A\odot \times \odot E + \frac{1}{3}AE^2$ . est autem

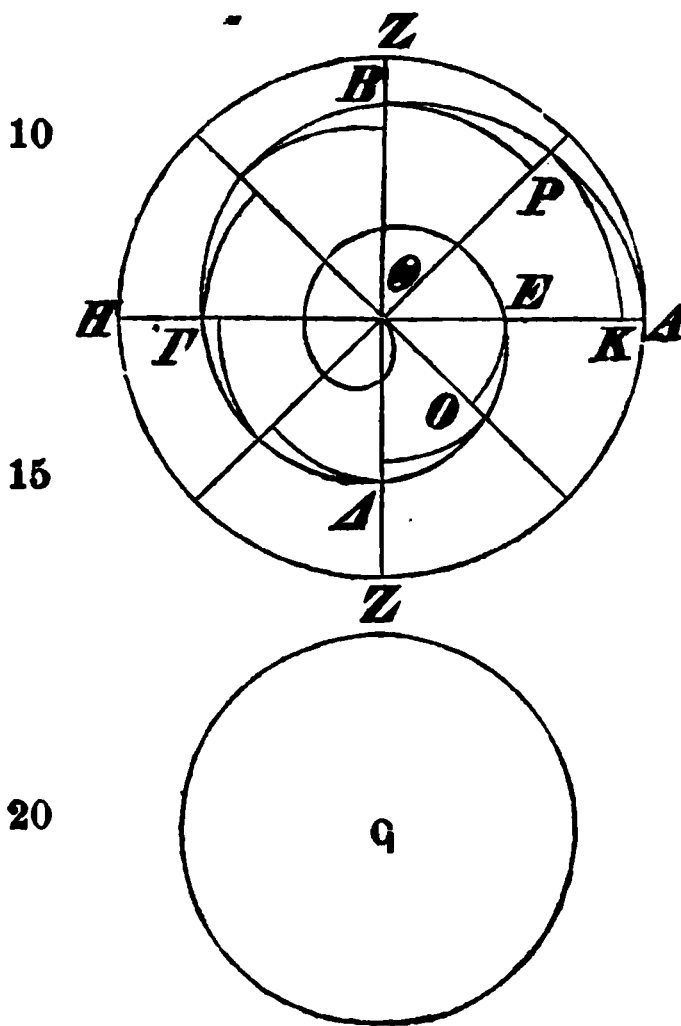
$$AZHI : \varrho = \odot A^2 : \odot A \times \odot E + \frac{1}{3}AE^2$$

[Eucl. V, 7 πρόρισμα]. quare circulus  $AZHI$  ad figu-

ἀλλάλαις] λαι supra scriptum manu 1 F. 8. ἀναγεγράφονται  
 Torellius. 10. αναγραφεται F. 12. αλλαν F. 14. με-  
 γίστας] μ supra scriptum manu 1 F. 17. τομέεσσι] scripsi;  
 τομεσσι F; τομέσι ed. Basil., uulgo; τομεῦσι Torellius. 18.  
 αλλαλας F; corr. A. AZH F; corr. B. 19. τομεσιν F; το-  
 μεῦσι Torellius. 21. ὁ κύκλος AHZI (debit ὁ AHZI κύ-  
 κλος) Torellius; habet Cr. 26.  $\odot E$ ] scripsi;  $\triangle E$  F;  $AE$  uulgo.  
 28. προς per comp. F; corr. Torellius.

οὖν λόγον ἔχει ὁ  $AZHI$  κύκλος ποτὶ τὸ περιγεγραμ-  
 μένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν  $\varrho$  κύκλον. ὥστε ἐλάσσων  
 ἐστὶν ὁ  $\varrho$  κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὐκ  
 ἐστὶ δέ, ἀλλὰ μείζων. οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὁ  $\varrho$  κύ-  
 5 κλος τοῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τε τᾶς  $AB\Gamma\Delta E$   
 ἕλικος καὶ τᾶς  $AE$  εὐθείας.

οὐδὲ τοίνυν ἐλάσσων. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἐλάσ-



σων. πάλιν οὖν δυνατόν ἐστὶν  
 εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμε-  
 νον ὑπὸ τε τᾶς ἕλικος καὶ  
 τᾶς  $AE$  εὐθείας ἐγγράψαι  
 σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ ὁμοίων  
 10 τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ  
 περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τε  
 τᾶς  $AB\Gamma\Delta E$  ἕλικος καὶ τᾶς  
 $AE$  εὐθείας μείζων εἶμεν  
 τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος  
 ἐλάσσωνι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ  
 αὐτὸ χωρίον τοῦ  $\varrho$  κύκλου.  
 ἐγγεγράφθω οὖν, καὶ ἔστω  
 15 τῶν τομέων, ἐξ ὧν συγκείται  
 τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέ-  
 γιστος μὲν ὁ  $\odot KP$  τομεύς,

ἐλάχιστος δὲ ὁ  $\odot EO$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμ-  
 25 μένον σχῆμα μείζον ἐστὶ τοῦ  $\varrho$  κύκλου. ἐκβεβλήσθω-  
 σαν αἱ ποιούσαι ἴσας γωνίας ποτὶ τῷ  $\odot$ , ἔστ' ἂν ποτὶ  
 τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. πάλιν οὖν ἐντί  
 τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι αἱ ἀπὸ  
 τοῦ  $\odot$  ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσαι, ἂν μέγιστα μὲν  
 ᾧ  $\odot A$ , ἐλάχιστα δὲ ᾧ  $\odot E$ . ἐντί δὲ καὶ ἄλλαι γραμ-

7. κη' F. 23.  $\odot KP$ ] supra scriptum X manu, ut uide-

ram circumscriptam minorem rationem habet quam ad circulum  $\Theta$ . quare circulus  $\Theta$  minor est figura circumscripta [Eucl. V, 10]. sed non est minor, uerum maior. itaque circulus  $\Theta$  maior non est spatio comprehenso spirali  $AB\Gamma\Delta E$  et linea  $AE$ .

sed ne minor quidem est. sit enim, si fieri potest, minor. rursus igitur fieri potest, ut spatio comprehenso spirali et linea  $AE$  figura plana inscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut spatium comprehensum spirali  $AB\Gamma\Delta E$  et linea  $AE$  figuram inscriptam excedat spatio minore, quam quanto idem spatium circulum  $\Theta$  excedit [prop. 22 coroll.]. inscribatur igitur, et sectorum, ex quibus figura inscripta composita est, maximus sit  $\odot KP$ , minimus autem  $\odot EO$ . adparet igitur, figuram inscriptam maiorem esse circulo  $\Theta$  [p. 105 not. 1]. producantur lineae ad punctum  $\odot$  aequales angulos efficientes usque eo, ut ad ambitum circuli perueniant. rursus igitur lineae quaedam sunt aequali spatio inter se excedentes, eae scilicet, quae a puncto  $\odot$  ad spiralem ductae sunt [prop. 12], quarum maxima est  $\odot A$ , minima autem  $\odot E$ . sed

---

tur, 1 F.      26.  $\pi\theta\sigma$  per comp. F; corr. Torellius.       $\tau\tilde{\omega}$ ] scripsi;  $\tau\theta$  F, uulgo.      29.  $\omega\nu$  F, uulgo.

μαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν  
 ποτιπιπτούσαι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσους ταυτᾶν,  
 τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστα, καὶ  
 ἀναγεγραφέαται ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν  
 5 ὁμοῖοι τομέες καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσᾶν τᾷ μεγίστα. οἱ ἄρα  
 τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσᾶν τᾷ μεγίστα ποτὶ τοὺς τομέας  
 τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ  
 ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετρά-  
 γωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta A$  ποτὶ τὰ συναμφοτέρα τό τε  
 10 περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  καὶ τὸ τρίτον τοῦ ἀπὸ  
 τᾶς  $EA$  τετραγώνου. ἔστιν δὲ τοῖς μὲν τομέεσσιν  
 τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ  
 ἀπὸ τᾶς μεγίστας ἴσον τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ  
 χωρίῳ, τοῖς δὲ ἑτέροις ὁ κύκλος. μείζονα οὖν λόγον  
 15 ἔχει ὁ  $AZHI$  κύκλος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα,  
 ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta A$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  
 $\Theta A$ ,  $\Theta E$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $AE$  τετρα-  
 γώνου, τουτέστιν ὁ  $AZHI$  κύκλος ποτὶ τὸν  $\varrho$  κύκλον.  
 μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ  $\varrho$  κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχή-  
 20 ματος· ὅπερ ἀδύνατον· ἦν γὰρ ἐλάσσων. οὐκ ἄρα  
 ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ  $\varrho$  κύκλος τοῦ περιεχομένου χω-  
 ρίου ὑπὸ τε τᾶς  $AB\Gamma\Delta E$  ἕλικος καὶ τᾶς  $AE$  εὐθείας.  
 ὥστε ἴσος.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

25 διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθησέται, καὶ διότι  
 τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν  
 ὁποιοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς  
 κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ταῖς περιφοραῖς λεγομένας

2. μιαν F; corr. B\*. ταυτᾶν] scripsi; ταυτη F; αὐτῇ AB, ed.  
 Basil.; ἐαυτᾶν Torellius. 3. ἀλλήλαις F. 4. ἀναγεγράφονται

etiam aliae lineae sunt, quae a puncto  $\odot$  ad ambitum circuli ductae sunt, numero una pauciores illis, magnitudine autem et inter se et maximae aequales, et sectores similes constructi sunt et in lineis aequali spatio inter se excedentibus et in lineis maximae aequalibus. itaque sectores in lineis maximae aequalibus constructi ad sectores in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructos praeter sectorem in maxima constructum maiorem rationem habent, quam

$$\odot A^2 : A\odot \times \odot E + \frac{1}{3}EA^2 \text{ [prop. 11 coroll.]}$$

sectoribus autem in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructis praeter sectorem in maxima constructum aequalis est figura spatio inscripta, alteris autem circulus. itaque circulus  $AZHI$  ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam

$$AZHI : \odot A \times \odot E + \frac{1}{3}AE^2,$$

h. e. quam  $AZHI : \odot$  [ex hypothesis]. itaque circulus  $\odot$  maior est figura inscripta [Eucl. V, 10]; quod fieri non potest; erat enim minor. itaque circulus  $\odot$  ne minor quidem est spatio comprehenso spirali  $AB\Gamma\Delta E$  et linea  $AE$ . quare aequalis est.

## COROLLARIUM.

Eadem autem ratione demonstrabimus, etiam spatium comprehensum spirali qualibet circumactione descripta et linea eodem numero nominata, quo circumactiones, ad circulum nominatum eodem numero, quo

Torellius. 10. ὑπό] scripsi; υπο τε F, uulgo. τρίτον μέρος B, Torellius. 11. τομευσιν F, uulgo. 13. ἀπό] ὑπο F; corr. Torellius. 16. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 18. τᾶν] τῶν per comp. F; corr. Torellius. 19. μείζον F. 25. διότι] ὅτι Nizzius. 28. κατά] scripsi; ποτι F, uulgo.

ποτὶ τὸν κύκλον τὸν κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγόμενον ταῖς περιφοραῖς λόγον ἔχει, ὃν συναμφοτέρου τό τε ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν κύκλου καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν  
 5 ἐνὶ ἐλάσσονα τᾶν περιφορᾶν λεγομένου καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ ὑπερέχει ἅ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ  
 10 κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων.

κς'.

Τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ἑλικος, ἃ ἔστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένης, οὐκ ἐχού-  
 15 σας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἑλικος καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων αὐτᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἑλικος ἀγμένην ποτὶ τὸν τομέα τὸν ἔχοντα τὰν μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσαν τᾷ μείζονι τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἑλικος ἀγμένην, τὰν δὲ περιφέρειαν,  
 20 ἃ ἔστι μεταξὺ τᾶν εἰρημένων εὐθειᾶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ἑλικι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἑλικος ἀγμένην καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ ὑπερέχει ἅ μεί-  
 25 ζων τᾶν εἰρημένων εὐθειᾶν τᾶς ἐλάσσονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἑλικος ἐπιζευχθεισᾶν.

ἔστω ἑλιξ, ἐφ' ἧς ἅ  $AB\Gamma\Delta E$ , ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένης, πέρατα δὲ αὐτᾶς ἔστω τὰ

4. τὸν ἐνί] scripsi; τα μεν ενι F; μεν ενι C\*D; μενι V; τα μεν A, ed. Basil.; τῷ μὲν ἐνί B\*, Torellius. 8. τᾶς



circumactiones, eam rationem habere, quam rectangulum comprehensum radio circuli eodem numero nominati et radio circuli numero uno minore, quam numerus circumactionum est, nominati simul cum tertia parte quadrati eius excessus, quo radius circuli maioris radium circuli minoris eorum, quos commemorauimus, excedit, ad quadratum radii circuli maioris eorum, quos commemorauimus.

## XXVI.

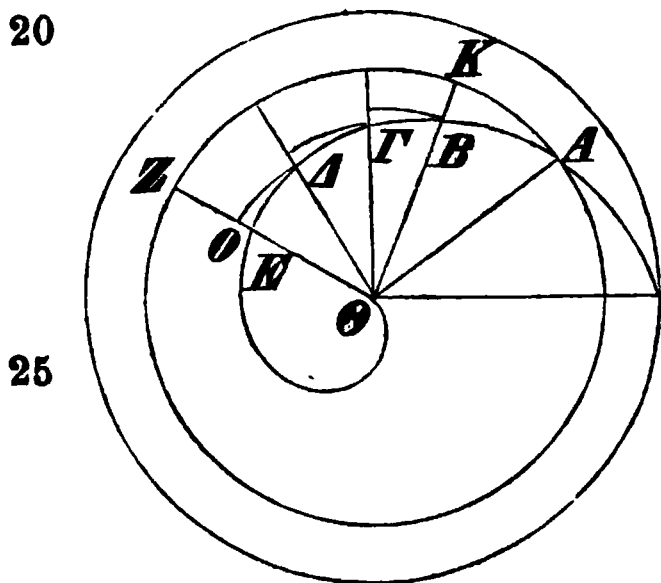
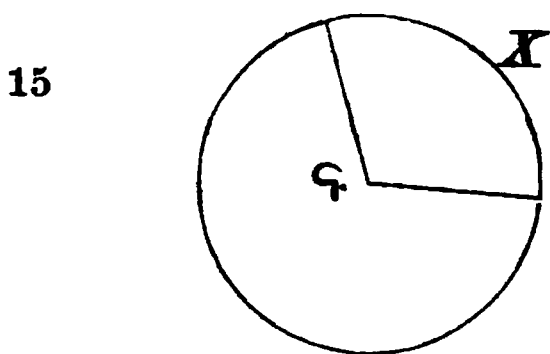
Spatium comprehensum spirali, quae minor est spirali una circumactione descripta, et cuius terminus non est principium spiralis, et lineis a terminis eius ad principium spiralis ductis ad sectorem, cuius radius aequalis est maiori linearum a terminis ad principium spiralis ductarum, arcus autem arcui inter lineas illas posito ad eandem partem uersus, in qua est spiralis, eam rationem habet, quam habet rectangulum lineis a terminis ad principium spiralis ductis comprehensum simul cum tertia parte quadrati eius excessus, quo maior linearum, quas commemorauimus, minorem excedit, ad quadratum maioris linearum a terminis ad principium spiralis ductarum.

sit spiralis, in qua sit  $AB\Gamma\Delta E$ , minor spirali una circumactione descripta, et termini eius sint  $A, E$ .

ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων mg. F  
 manu 1, adposito signo  $\surd$ , quo ad suum locum referantur; om.  
 ed. Basil. 11. κθ' F. 16. του (comp.) περατος F; corr.  
 Torellius. 20. ἐστι τα F V; fort. scrib. περιφέρεια ἴσαν τᾶ  
 μεταξύ. 25. των (comp.) εἰρημενων ευθειων F; corr. To-  
 rellius.

$A, E$ . ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἑλικος τὸ  $\Theta$  σαμεῖον. καὶ κέντρον μὲν τῷ  $\Theta$ , διαστήματι δὲ τῷ  $\Theta A$  κύκλος γεγράφθω, καὶ συμπιπέτω τᾶ περιφερεία αὐτοῦ ἃ  $\Theta E$  κατὰ τὸ  $Z$ . δεικτέον, ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον  
 5 ὑπὸ τε τᾶς  $AB\Gamma\Delta E$  ἑλικος καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  ποτὶ τὸν τομέα τὸν  $A\Theta Z$  τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρα τὸ τε ὑπὸ τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $EZ$  ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta A$ .

10 ἔστω δὴ κύκλος, ἐν ᾧ  $\rho X$ , τὰν ἐκ τοῦ κέντρον ἔχων ἴσαν δυνάμει τῷ τε ὑπὸ τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς  $EZ$ , ποτὶ δὲ τῷ κέντρον αὐτοῦ γωνία ἴσα τᾶ ποτὶ τῷ  $\Theta$ . ὁ δὴ τομεὺς ὁ  $\rho X$



ποτὶ τὸν τομέα τὸν  $\Theta AZ$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $EZ$  τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta A$  τετράγωνον· αἱ γὰρ ἐκ τῶν κέντρων τοῦτον ἔχοντι τὸν λόγον δυνάμει ποτ' ἀλλάλας. δειχθησέται δὴ ὁ  $X\rho$  τομεὺς ἴσος ἔων τῷ χωρίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τᾶς  $AB\Gamma\Delta E$  ἑλικος καὶ τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  εὐθειᾶν. εἰ γὰρ μή, ἦτοι μείζων ἔστιν ἢ ἐλάττων. ἔστω δὴ πρό-

τερον, εἰ δυνατόν, μείζων. δυνατόν οὖν ἔστι περὶ τὸ

2. τῷ] (bis) το F; corr: Torellius. 12. τῷ] scripsi cum BC\*D; το F, vulgo. κέντρον A, ed. Basil., Torellius.

principium autem spiralis sit  $\Theta$  punctum. et describatur circulus, cuius centrum sit  $\Theta$ , radius autem  $\Theta A$ , et linea  $\Theta E$  in ambitum eius incidat in puncto  $Z$ . demonstrandum, spatium comprehensum spirali  $AB\Gamma\Delta E$  et lineis  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  ad sectorem  $A\Theta Z$  eam habere rationem, quam  $A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3}EZ^2 : \Theta A^2$ .

sit igitur circulus, in quo sit  $qX$ , cuius radius quadratus aequalis sit  $A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3}EZ^2$ , et ad centrum eius angulus ponatur aequalis angulo ad  $\Theta$  posito. itaque sector  $qX$  ad sectorem  $\Theta AZ$  eandem rationem habet, quam  $A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3}EZ^2 : \Theta A^2$ ; nam radii quadrati hanc inter se rationem habent.<sup>1)</sup> demonstrabimus igitur, sectorem  $Xq$  aequalem esse spatio spirali  $AB\Gamma\Delta E$  et lineis  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  comprehenso. nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. prius igitur, si fieri potest, maior sit. itaque fieri potest, ut circum spatium, quod commemorauimus, figura

---

1) Nam sectores similes, siue quorum anguli aequales sunt, eam rationem habent, quam circuli; tum u. Eucl. XII, 2. cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 14.

---

13. προς per comp. F; corr. Torellius. 21. έχοντι F. 23. ων F, ulgo. 27. ἐστίν] addidi; om. F, ulgo; post ἐλάττων inseruit Torellius. 28. δῆ] scripsi; γαρ F, ulgo.

εἰρημένον χωρίον περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων  
 τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα  
 μείζον εἶμεν τοῦ εἰρημένου χωρίου ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκω  
 ὑπερέχει ὁ  $\Gamma X$  τομεὺς τοῦ εἰρημένου χωρίου. περι-  
 5 γεγράφθω δὴ, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν συγκείται  
 τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ  $\Theta AK$ ,  
 ἐλάχιστος δὲ ὁ  $\Theta O \Delta$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμ-  
 μένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ  $X \Gamma$  τομέως. διάχθω-  
 σαν δὴ αἱ εὐθείαι αἱ ποιούσαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ  
 10 τῷ  $\Theta$ , ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ  $\Theta AZ$  τομέως  
 πεσῶντι. ἐντὶ δὴ τινες εὐθείαι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερ-  
 εχούσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσαι,  
 ἂν ἐστι μέγιστα μὲν ἡ  $\Theta A$ , ἐλάχιστα δὲ ἡ  $\Theta E$ . ἐντὶ  
 δὲ καὶ ἄλλαι εὐθείαι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλασσόνες  
 15 ταυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ με-  
 γίστῳ, αἱ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  ποτὶ τὰν τοῦ  $A \Theta Z$  τομέως περι-  
 φέρειαν ποτιπιπτούσαι χωρὶς τᾶς  $\Theta Z$ , καὶ ἀναγεγρα-  
 φάται ὁμοῖοι τομέες ἀπὸ πασῶν ἀπὸ τε τῶν ἴσῶν  
 ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστῳ καὶ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ  
 20 ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἀπὸ δὲ τᾶς  $\Theta E$  οὐκ ἀνα-  
 γεγράφται. τομέες οὖν οἱ ἀπὸ τῶν ἴσῶν ἀλλάλαις τε καὶ  
 τᾷ μεγίστῳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ  
 ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλάχιστας  
 τομέως ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta A$  ποτὶ  
 25 τὰ συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τῶν  $A \Theta$ ,  $\Theta E$  καὶ τὸ τρί-  
 τον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $EZ$  τετραγώνου. ἔστιν δὲ  
 τοῖς μὲν τομέεσσιν τοῖς ἀπὸ τῶν ἴσῶν ἀλλάλαις τε καὶ

6. μέγιστος] scripsi; μείζων F, vulgo.  $\Theta AH$  ed. Basil., Torellius (qui etiam in figura H pro K habent);  $\Theta AK$  F, vulgo\*

7. ἐλάχιστος] scripsi; ελασσων F, vulgo. 8. διηχθωσαν F, vulgo. 9. δὴ αἱ] scripsi; αἱ om. F, vulgo. 10. τῷ]

plana circumscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut figura circumscripta spatium illud excedat spatio minore, quam quanto sector  $\Theta X$  spatium illud excedit [prop. 23]. circumscribatur igitur, et sectorum, ex quibus figura circumscripta composita est, maximus sit  $\Theta AK$ , minimus autem  $\Theta OA$ . adparet igitur, figuram circumscriptam minorem esse sectore  $\Theta X$  [p. 101 not. 1]. producantur igitur lineae aequales angulos ad punctum  $\Theta$  efficientes usque eo, ut ad ambitum sectoris  $\Theta AZ$  perueniant. sunt igitur lineae quaedam aequali spatio inter se excedentes, quae a puncto  $\Theta$  ad spiralem ductae sunt [prop. 12], quarum maxima est  $\Theta A$ , minima autem  $\Theta E$ . sed etiam aliae lineae sunt, numero una pauciores illis, magnitudine autem et inter se et maximae aequales, quae a puncto  $\Theta$  ad ambitum sectoris  $A\Theta Z$  ductae sunt, praeter  $\Theta Z$ , et in omnibus lineis, et iis, quae inter se et maximae aequales sunt, et iis, quae aequali spatio inter se excedunt, similes sectores constructi sunt, in  $\Theta E$  autem nullus constructus est. sectores igitur in lineis et inter se et maximae aequalibus constructi ad sectores in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructos praeter sectorem in minima constructum minorem rationem habent, quam

$$\Theta A^2 : A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3}EZ^2 \text{ [prop. 11 coroll.].}$$

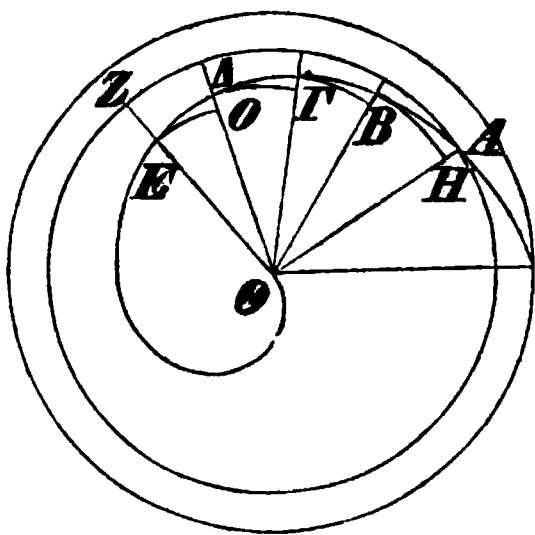
sed sectoribus in lineis et inter se et maximae aequa-

scripsi;  $\tau\theta$  F, vulgo. 13.  $\omega\nu$  F, vulgo. 14.  $\epsilon\lambda\alpha\sigma\sigma$  cum comp.  $\omega\nu$  F, vulgo; corr. Torellius;  $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\upsilon\varsigma$  B;  $\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\upsilon\iota$  ed. Basil. 15.  $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$  F; corr. Torellius, ut lin. 19. 17.  $\acute{\alpha}\nu\alpha\gamma\epsilon\gamma\rho\acute{\alpha}\phi\omicron\nu\tau\alpha\iota$  Torellius. 18.  $\tau\omicron\mu\epsilon\iota\varsigma$  F, vulgo. 25.  $\tau\acute{o}\ \tau\epsilon$ ] scripsi;  $\tau\alpha\ \tau\epsilon$  F, vulgo. 27.  $\tau\omicron\mu\epsilon\upsilon\sigma\iota\nu$  F, vulgo.  $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$  F; corr. Torellius.

τᾶ μέγιστα ἴσος ὁ  $\Theta AZ$  τομεύς, τοῖς δὲ ἀπὸ τᾶν τῶ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν τὸ περιγεγραμμένον. ἐλάσ-  
 5 σονα οὖν λόγον ἔχει ὁ  $\Theta AZ$  τομεύς ποτὶ τὸ περι-  
 γεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta A$   
 ποτὶ τὰ συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν  $\Theta A$ ,  $\Theta E$  καὶ τὸ  
 τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $ZE$ . ὄν δὲ λόγον ἔχει τὸ  
 ἀπὸ τᾶς  $\Theta A$  ποτὶ τὰ εἰρημένα, τοῦτον τὸν λόγον ἔχει  
 ὁ  $\Theta AZ$  τομεύς ποτὶ τὸν  $X\zeta$  τομέα. ὥστε ἐλάσσω  
 ἐστὶν ὁ  $X\zeta$  τομεύς τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος.  
 10 οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ μείζων. οὐκ ἄρα ἐσσεῖται ὁ  $X\zeta$   
 τομεύς μείζων τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπὸ τε τᾶς  
 $AB\Gamma\Delta E$  ἕλικος καὶ τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta E$  εὐθειᾶν.

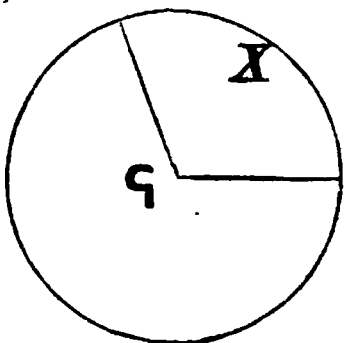
οὐδὲ τοίνυν ἐλάττων. ἔστω γὰρ ἐλάσσω, καὶ τὰ  
 ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. πάλιν δὴ δυνατόν ἐστιν

15



20

25



εἰς τὸ χωρίον ἐγγράψαι σχῆμα  
 ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων  
 συγκείμενον, ὥστε τὸ εἰρημένον  
 χωρίον μείζων εἴμεν τοῦ ἐγ-  
 γραφέντος σχήματος ἐλάσσωνι,  
 ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χω-  
 ρίον τοῦ  $X\zeta$  τομέως. ἐγ-  
 γεγράψθω οὖν, καὶ ἔστω τῶν  
 τομέων, ἐξ ὧν συγκείται τὸ  
 ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος  
 μὲν ὁ  $\Theta BH$ , ἐλάχιστος δὲ ὁ  
 $O\Theta E$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγ-  
 γεγραμμένον σχῆμα μείζον ἐστὶ  
 τοῦ  $X\zeta$  τομέως. πάλιν οὖν ἐντί

τινες γραμμαὶ τῶ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ

2. περιγεγραμμένον σχῆμα Torellius.

8.  $X\zeta$ ]  $X\Gamma$ ; corr. Torellius, ut lin. 9.

5. τό τε] τω τε F.

10. ἐστὶ per comp.

libus constructis aequalis est sector  $\odot AZ$ , iis autem, qui in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructi sunt, [figura] circumscripta. itaque sector  $\odot AZ$  ad figuram circumscriptam minorem rationem habet, quam  $\odot A^2 : \odot A \times \odot E + \frac{1}{3} ZE^2$ . est autem

$$\odot A^2 : \odot A \times \odot E + \frac{1}{3} ZE^2 = \odot AZ : X\zeta.$$

quare sector  $X\zeta$  minor est figura circumscripta [Eucl. V, 10]. sed minor non est, uerum maior. itaque sector  $X\zeta$  maior non erit spatio comprehenso spirali  $AB\Gamma\Delta E$  et lineis  $A\odot$ ,  $\odot E$ .

sed ne minor quidem est. sit enim minor, et cetera eadem comparentur. rursus igitur fieri potest, ut spatio inscribatur figura plana ex similibus sectoribus composita, ita ut spatium, quod commemorauimus, figuram inscriptam excedat spatio minore, quam quanto idem spatium sectorem  $X\zeta$  excedit [prop. 23 coroll.]. inscribatur igitur, et sectorum, ex quibus figura inscripta composita est, maximus sit  $\odot BH$ , minimus autem  $O\odot E$ . adparet igitur, figuram inscriptam maiorem esse sectore  $X\zeta$  [p. 105 not. 1]. rursus igitur lineae quaedam sunt aequali spatio inter se excedentes, quae a puncto

F, uulgo. 13. λ' F. γάρ, εἰ δυνατόν Torellius. 19. ελασ-  
 σον F; corr. B\*. 24. μέγιστος] scripsi; μειζων F, uulgo  
 25.  $\odot B\Gamma$  F, uulgo\* (etiam in figura  $\Gamma$  pro  $H$ );  $\odot BK$  ed.  
 Basil.; corr. Torellius. ἐλάχιστος] scripsi; ελασσων F, uulgo.  
 26.  $\odot E$  F. γεγραμμενον F; corr. B.D. 28.  $X\zeta$ ] scripsi;  $X F$ ,  
 uulgo. 29. αἰ] om. F; corr. Torellius.

Θ ποτὶ τὰν ἔλικα ποτιπιπτούσαι, ἂν ἐστὶ μέγιστα μὲν ἅ  
 ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἅ ΘΕ. ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ  
 αὶ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ ΘΑΖ τομέως περιφέρειαν  
 ποτιπιπτούσαι χωρὶς τᾶς ΘΑ τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἔλασ-  
 5 σόνες τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ με-  
 γέθει ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μέγιστα ἴσαι, καὶ ἀναγεγρα-  
 φάται ἀπὸ ἐκάστας ὁμοίοι τομέες, ἀπὸ δὲ τᾶς μέγιστας  
 τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν οὐκ ἀναγεγράφται.  
 οἱ τομέες οὖν οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ  
 10 μέγιστα ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλά-  
 λαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μέγιστας μείζονα  
 λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ  
 τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ  
 τᾶς ΕΖ. ὥστε καὶ ὁ ΘΑΖ τομεὺς ποτὶ τὸ ἐγγεγραμ-  
 15 μένον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ποτὶ τὸν ΧΘ τομέα.  
 ὥστε μείζων ὁ ΧΘ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήμα-  
 τος. οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ ἐλάσσων. οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ  
 ἐλάσσων ὁ ΧΘ τομεὺς τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπό-  
 τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἔλικος καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν.  
 20 ἴσος ἄρα.

κζ'.

Τῶν χωρίων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τε τᾶν ἐλίκων  
 καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἐν τᾷ περιφορᾷ τὸ μὲν τρίτον  
 τοῦ δευτέρου διπλάσιόν ἐστὶ, τὸ δὲ τέταρτον τριπλά-  
 25 σιον, τὸ δὲ πέμπτον τετραπλάσιον, καὶ αἰεὶ τὸ ἐπόμε-  
 νον κατὰ τοὺς ἐξῆς ἀριθμοὺς πολλαπλάσιον τοῦ δευ-

1. ων F, vulgo. 3. αὶ] om. F; corr. Torellius. 4. μίας  
 F; corr. Torellius. 5. τᾶν] των F; corr. Torellius. τῷ]  
 addidi cum V(?); om. F, vulgo. 6. αναγεγραφεται F, vulgo;  
 ἀναγεγράφονται Torellius. 7. τομεις F. ταν μεγαισταν F;  
 corr. B. 8. τᾶν τῷ] τᾶν om. F; corr. Torellius; τῶν B



⊙ ad spiralem ductae sunt [prop. 12], quarum maxima est ⊙*A*, minima autem ⊙*E*. sed aliae quoque lineae sunt, quae a ⊙ ad ambitum sectoris ⊙*AZ* ductae sunt, praeter lineam ⊙*A*, numero una pauciores iis, quae aequali spatio inter se excedunt, magnitudine autem et inter se et maximae aequales, et in omnibus similes sectores constructi sunt, in maxima autem earum, quae aequali spatio inter se excedunt, nullus constructus est. sectores igitur in lineis et inter se et maximae aequalibus constructi ad sectores in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructos praeter sectorem in maxima constructum maiorem rationem habent, quam  $\odot A^2 : \odot A \times \odot E + \frac{1}{3}EZ^2$  [prop. 11 coroll.]. quare etiam sector ⊙*AZ* ad figuram inscriptam maiorem rationem habet quam ad sectorem *XQ*. quare sector *XQ* maior est figura inscripta [Eucl. V, 10]. sed maior non est, uerum minor. itaque sector *XQ* ne minor quidem est spatio spirali *ABΓΔE* et lineis *A⊙*, ⊙*E* comprehenso. itaque aequalis est.

## XXVII.

Spatiorum comprehensorum spiralibus et lineis, quae in circumactione sunt, tertium duplo maius est secundo, quartum uero triplo maius, quintum uero quadruplo maius, et semper deinceps insequens spatium toties multiplex erit, quam spatium secundum,

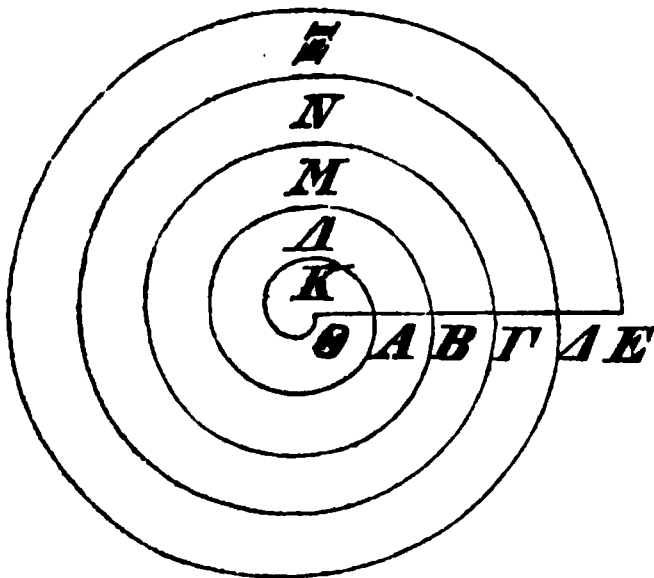
manu 2. 10. τῶ] om. F; corr. B. 13. ⊙*E*] *AE* F; corr. B.\*  
 14. ὠστε] εστῶ per comp. F; corr. BC. 15. πρὸς per comp.  
 F; corr. Torellius. *XQ*] scripsi cum Cr; *XF*, uulgo, ut lin. 16,  
 18. 20. ια F; corr. Torellius. 21. λα' F. 23. τρίτον]  
 γ F, et sic semper in hac propositione, nisi quod interdum  
 scribitur α' (p. 126 lin. 7).

τέρου χωρίου, τὸ δὲ πρῶτον χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ δευτέρου.

ἔστω ἃ προκειμένα ἔλιξ ἔν τε τᾷ πρῶτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα καὶ ἔν τᾷ δευτέρῃ καὶ ἔν ταῖς ἐπομέναις 5 ὀποσαισοῦν. ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾷς ἔλικος τὸ Θ σαμεῖον, ἃ δὲ ΘΕ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾷς περιφορᾶς. τῶν δὲ χωρίων ἔστω τὸ μὲν Κ τὸ πρῶτον, τὸ δὲ Λ τὸ δεύτερον, τὸ δὲ Μ τὸ τρίτον, τὸ δὲ Ν τὸ τέταρτον, τὸ δὲ Ξ τὸ πέμπτον. δεικτέον, ὅτι τὸ μὲν Κ χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ 10 ἐπομένου, τὸ δὲ Μ διπλάσιον τοῦ Λ, τὸ δὲ Ν τριπλάσιον τοῦ Λ, καὶ τῶν ἐξῆς αἰεὶ τὸ ἐπόμενον πολλαπλάσιον τοῦ Λ κατὰ τοὺς ἐξῆς ἀριθμούς.

ὅτι μὲν οὖν τὸ Κ ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ Λ, ᾧδε δεικνύται. ἐπεὶ τὸ ΚΛ χωρίον ποτὶ τὸν δεύτερον

15



20

κύκλον δεδείκται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ζ' ποτὶ τὰ ιβ', ὁ δὲ δεύτερος κύκλος ποτὶ τὸν πρῶτον κύκλον, ὡς ιβ' ποτὶ τὰ γ'. δῆλον γάρ ἐστιν· ὁ δὲ πρῶτος κύκλος ποτὶ τὸ Κ χωρίον ἔχει, ὡς γ' ποτὶ α', ἕκτον

ἄρα ἐστὶ τὸ Κ χωρίον τοῦ Λ. πάλιν δὲ καὶ τὸ 25 ΚΛΜ χωρίον ποτὶ τὸν τρίτον κύκλον δεδείκται ὅτι τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρου τό τε ὑπὸ ΓΘ, ΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾷς ΓΒ

3. προκειμενω F. 5. δέ] addidi; om. F, uulgo. 10. Ν τριπλάσιον] ΗΓΠ F C\*. 11. παλλαπλασιον F. 16. ἔχον] scripsi; εχειν F, uulgo. 17. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 23. 23. ἕκτον] ε' FBC\*; καί Α; ἴσον ed. Basil., uulgo. 24. Λ] Α F; corr. A. 27. ΓΘΒ F, uulgo.

quoties indicant numeri ordine sequentes, primum autem spatium sexta pars est secundi.

spiralis proposita in prima, secunda, reliquisque quotlibet circumactionibus descripta sit. principium autem spiralis sit punctum  $\Theta$ , linea autem  $\Theta E$  principium circumactionis. spatiorum autem primum sit  $K$ , secundum  $A$ , tertium  $M$ , quartum  $N$ , quintum  $\Xi$ . demonstrandum, spatium  $K$  sextam partem esse spatii sequentis [ $A$ ], spatium autem  $M$  duplo maius spatio  $A$ , spatium autem  $N$  triplo maius spatio  $A$ , et reliquorum spatiorum semper deinceps insequens toties multiplex esse, quam spatium  $A$ , quoties indicent numeri ordine sequentes.

iam spatium  $K$  sextam partem esse spatii  $A$ , hoc modo demonstramus. quoniam demonstratum est, spatium  $K + A$  ad secundum circulum eam habere rationem, quam  $7 : 12$  [prop. 25], secundus autem circulus ad primum circulum eam rationem habet, quam  $12 : 3$  (hoc enim manifestum est)<sup>1)</sup>, primus autem circulus ad spatium  $K$  eam rationem habet, quam  $3 : 1$  [prop. 24], erit igitur spatium  $K$  sexta pars spatii  $A$ .<sup>2)</sup> rursus autem demonstratum est, etiam spatium

$$K + A + M$$

ad tertium circulum eam habere rationem, quam

$$\Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 : \Gamma\Theta^2 \text{ [prop. 25 coroll.];}$$

1) Ex Eucl. XII, 2; nam  $\Theta B = 2\Theta A$ .

2) Sit enim circulus primus  $C_1$ , secundus  $C_2$  cett. erit:  $K + A : C_2 = 7 : 12$ ,  $C_2 : C_1 = 12 : 3$ ; inde  $\delta\iota' \text{ } \dot{\iota}\sigma\upsilon\upsilon$  (Eucl. V, 22):  $K + A : C_1 = 7 : 3$ . est autem  $C_1 : K = 3 : 1$ ; itaque  $\delta\iota' \text{ } \dot{\iota}\sigma\upsilon\upsilon$ :  $K + A : K = 7 : 1$ ; siue  $K + A = 7K$ ,  $A = 6K$ .

τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  τετράγωνον. ὁ δὲ τρίτος  
 κύκλος ἔχει ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  
 $\Gamma\Theta$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta B$ . ὁ δὲ δεύτερος  
 κύκλος ἔχει ποτὶ τὸ  $ΚΑ$  χωρίον, ὃν τὸ ἀπὸ  $B\Theta$  τε-  
 5 τράγωνον ποτὶ τὰ συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν  $B\Theta$ ,  
 $\Theta A$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $ΑΒ$  τετραγώνου.  
 καὶ τὸ  $ΚΑΜ$  ἄρα ποτὶ τὸ  $ΚΑ$  λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ  
 τᾶν  $\Gamma\Theta$ ,  $\Theta B$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $\Gamma B$   
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $B\Theta$ ,  $\Theta A$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ  
 10 ἀπὸ τᾶς  $ΑΒ$  τετραγώνου. ταῦτα δὲ ἔχει ποτὶ ἄλλαλα  
 λόγον, ὃν  $\iota\theta'$  ποτὶ τὰ  $\zeta'$ . ὥστε καὶ τὸ  $ΚΑΜ$  χωρίον  
 ποτὶ τὸ  $ΑΚ$  χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν  $\iota\theta'$   
 ποτὶ τὰ  $\zeta'$ . αὐτὸ οὖν τὸ  $M$  ποτὶ τὸ  $ΚΑ$  λόγον ἔχει,  
 ὃν τὰ  $\iota\beta'$  ποτὶ τὰ  $\zeta'$ . τὸ δὲ  $ΚΑ$  ποτὶ τὸ  $Α$  λόγον  
 15 ἔχει, ὃν τὰ  $\zeta'$  ποτὶ τὰ  $\epsilon'$ . δῆλον οὖν, ὅτι διπλάσιόν  
 ἐστὶ τὸ  $M$  τοῦ  $Α$ . ὅτι δὲ τὰ ἐπόμενα τὸν τῶν ἐξῆς  
 ἀριθμῶν λόγον ἔχει, δειχθησέται. τὸ γὰρ  $ΚΑΜΝΞ$   
 ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ ἐστὶν ἐκ τοῦ κέντρου ἃ  $\Theta E$ , τοῦ-  
 τον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρον τό τε ὑπὸ  
 20 τᾶν  $E\Theta$ ,  $\Theta Δ$  περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ  
 ἀπὸ τᾶς  $Δ E$  τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta E$  τετρά-  
 γωνον. ὁ δὲ κύκλος, οὗ ἐστὶν ἐκ τοῦ κέντρου ἃ  $\Theta E$ ,  
 ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ ἐστὶν ἐκ τοῦ κέντρου ἃ  $\Theta Δ$ , τοῦ-  
 τον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta E$  τετράγωνον  
 25 ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta Δ$  τετράγωνον. ὁ δὲ κύκλος, οὗ  
 ἐστὶν ἐκ τοῦ κέντρου ἃ  $Δ\Theta$ , ποτὶ τὸ  $ΚΑΜΝ$  χωρίον  
 τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta Δ$  τετράγω-

2. της  $\Gamma\Theta$   $F$ ; corr. Torellius. 7. καὶ τὸ  $ΚΑΜ$  ἄρα us-  
 que ad τοῦ ἀπὸ τᾶς  $ΑΒ$  τετραγώνου lin. 10 om.  $F$ , uulgo, et  
 fortasse abesse possunt; suppl. Commandinus (τῶν pro τᾶν  
 lin. 9; corr. Torellius), nisi quod omisit τετραγώνου lin. 10,  
 quod ipse addidi. 10. προς per comp.  $F$ ; corr. Torellius.

circulus autem tertius ad secundum eam rationem habet, quam  $\Gamma\Theta^2 : \Theta B^2$  [Eucl. XII, 2]; secundus autem circulus ad spatium  $K + A$  eam rationem habet, quam  $B\Theta^2 : B\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3}AB^2$  [prop. 25]; erit igitur etiam

$$K + A + M : K + A \\ = \Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 : B\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3}AB^2, ^1)$$

h. e. = 19 : 7. <sup>2)</sup> quare etiam

$$K + A + M : A + K = 19 : 7.$$

ergo  $M : K + A = 12 : 7$  [Eucl. V, 17]. sed

$$K + A : A = 7 : 6.$$

[ergo  $M : A = 12 : 6$  (Eucl. V, 22)]. quare  $M = 2A$ .

iam demonstrabimus, spatia insequentia eas rationes habere, quas numeri deinceps ordine sequentes. nam spatium  $K + A + M + N + \Xi$  ad circulum, cuius radius est linea  $\Theta E$ , eam rationem habet, quam  $E\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3}AE^2 : \Theta E^2$  [prop. 25 coroll.]. circulus autem, cuius radius est  $\Theta E$ , ad circulum, cuius radius est  $\Theta A$ , eam rationem habet, quam  $\Theta E^2 : \Theta A^2$  [Eucl. XII, 2]. circulus autem, cuius radius est  $A\Theta$ , ad spatium  $K + A + M + N$  eam rationem habet, quam

1) Nam  $K + A + M : C_3 = \Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 : \Gamma\Theta^2$ ,  
 $C_3 : C_2 = \Gamma\Theta^2 : \Theta B^2$ , h. e. (Eucl. V, 22)  $K + A + M : C_2$   
 $= \Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 : \Theta B^2$ ;

sed  $C_2 : K + A = \Theta B^2 : B\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3}AB^2$ ; tum u. Eucl. V, 22.

2) Nam  $\Gamma\Theta = 3\Theta A$ ,  $\Theta B = 2\Theta A$ ,  $\Gamma B = AB = \Theta A$  (p. 109 not. 1); quare  $\Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 : B\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3}AB^2$   
 $= 6\Theta A^2 + \frac{1}{3}\Theta A^2 : 2\Theta A^2 + \frac{1}{3}\Theta A^2 = 19\Theta A^2 : 7\Theta A^2 = 19 : 7$ .

$\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha$  FBC\*. 15. οὐν ὄτι] οτι ουν utrumque per comp. F.  
 17. ΗΚΑ, ΜΝΞ F. 20. των per comp. F; corr. Torellius.  
 26. ἐκ] scripsi; ἀπο F, uulgo.

νον ποτὶ τὰ συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν  $\Theta\Delta$ ,  $\Theta\Gamma$  καὶ  
 τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $\Delta\Gamma$  τετραγώνου. καὶ  
 τὸ  $K\Lambda MN\Xi$  ἄρα ποτὶ τὸ  $K\Lambda MN$  λόγον ἔχει, ὃν τὸ  
 ὑπὸ τᾶν  $\Theta E$ ,  $\Theta\Delta$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  
 5  $\Delta E$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  καὶ τὸ τρίτον μέρος  
 τοῦ ἀπὸ τᾶς  $\Delta\Gamma$ . διελόντι καὶ τὸ  $\Xi$  χωρίον ποτὶ τὸ  
 $K\Lambda MN$  λόγον ἔχει, ὃν ἂ ὑπεροχὰ τοῦ τε ὑπὸ  $E\Theta$ ,  
 $\Theta\Delta$  μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς  $E\Delta$  καὶ τοῦ  
 ὑπὸ τᾶν  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ  
 10 τᾶς  $\Delta\Gamma$  ποτὶ τε τὸ ὑπὸ τᾶν  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  καὶ τὸ τρίτον  
 μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $\Delta\Gamma$ . ὑπερέχει δὲ τὰ συναμφοτέρα  
 τῶν συναμφοτέρων, ᾧ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $E\Theta$ ,  $\Theta\Delta$  τοῦ  
 ὑπὸ τᾶν  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$ . ὑπερέχει δὲ τῷ ὑπὸ τᾶν  $\Delta\Theta$ ,  $\Gamma E$ .  
 τὸ  $\Xi$  ἄρα ποτὶ τὸ  $K\Lambda MN$  λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν  
 15  $\Theta\Delta$ ,  $\Gamma E$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  καὶ τὸ τρίτον  
 μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $\Gamma\Delta$  τετραγώνου. διὰ δὲ τῶν αὐ-  
 τῶν δειχθήσεται καὶ τὸ  $N$  ποτὶ τὸ  $K\Lambda M$  χωρίον λό-  
 γον ἔχον τοῦτον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν  $\Theta\Gamma$ ,  $B\Delta$  ποτὶ τὰ  
 συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ  $\Gamma\Theta$ ,  $\Theta B$  καὶ τὸ τρίτον μέρος  
 20 τοῦ ἀπὸ  $\Gamma B$  τετραγώνου. τὸ  $N$  ἄρα ποτὶ τὸ  $K\Lambda MN$   
 χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ  $\Theta\Gamma$ ,  $B\Delta$   
 ποτὶ τὸ ὑπὸ  $\Theta\Gamma$ ,  $B\Delta$  καὶ τὸ ὑπὸ  $\Theta\Gamma$ ,  $\Theta B$  καὶ τὸ  
 τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $\Gamma B$  [καὶ ἀνάπαλιν]· ταῦτα

4. τᾶν] των F; corr. Torellius, ut lin. 5, 10, 13 (alt.), 14 et  
 lin. 12, 13, 15 (comp. F). 5.  $\Delta\Theta$ ]  $\Delta\Theta$  FD. 7. η ὑπεροχη F;  
 corr. Torellius. 8. μερους F, uulgo. καὶ τοῦ ὑπό... ad  
 τᾶς  $\Delta\Gamma$  lin. 10 om. F; corr. Torellius, nisi quod τᾶν lin. 9  
 omisit. 10. ποτὶ] προς F; corr. Torellius. 12.  $E\Theta\Delta$  F;  
 corr. Torellius. 13.  $\Delta\Theta\Gamma$  F; corr. Torellius. 14. ὃν τό]  
 ον τε F; corr. A; ὃν τε τό B. 16. της F; corr. Torellius.  
 19. τό τε] τω τε F.  $\Gamma\Theta B$  F, uulgo. 22. τὸ ὑπὸ  $\Theta\Gamma$ ,  $B\Delta$   
 καί] addidi; om. F; post  $\Gamma B$  lin. 23 addunt Commandinus et  
 Torellius: καὶ τὸ ὑπὸ  $\Theta\Gamma$ ,  $B\Delta$ . ὑπό] om. F; corr. B. 23.  
 καὶ ἀνάπαλιν] deleo.

$\Theta \Delta^2 : \Theta \Delta \times \Theta \Gamma + \frac{1}{3} \Delta \Gamma^2$  [prop. 25 coroll.]. quare erit etiam

$$K + \Lambda + M + N + \Xi : K + \Lambda + M + N = \Theta E \times \Theta \Delta + \frac{1}{3} \Delta E^2 : \Delta \Theta \times \Theta \Gamma + \frac{1}{3} \Delta \Gamma^2. ^1)$$

et dirimendo [Eucl. V, 17] erit

$$\Xi : K + \Lambda + M + N = E \Theta \times \Theta \Delta + \frac{1}{3} E \Delta^2 \div (\Delta \Theta \times \Theta \Gamma + \frac{1}{3} \Delta \Gamma^2) : \Delta \Theta \times \Theta \Gamma + \frac{1}{3} \Delta \Gamma^2.$$

$$\text{sed } E \Theta \times \Theta \Delta + \frac{1}{3} E \Delta^2 \div (\Delta \Theta \times \Theta \Gamma + \frac{1}{3} \Delta \Gamma^2) = E \Theta \times \Theta \Delta \div \Delta \Theta \times \Theta \Gamma$$

[quia  $E \Delta = \Delta \Gamma$ ] =  $\Delta \Theta \times \Gamma E$ . erit igitur

$$\Xi : K + \Lambda + M + N = \Theta \Delta \times \Gamma E : \Delta \Theta \times \Theta \Gamma + \frac{1}{3} \Gamma \Delta^2.$$

et eadem ratione demonstrabimus, esse

$$N : K + \Lambda + M = \Theta \Gamma \times B \Delta : \Gamma \Theta \times \Theta B + \frac{1}{3} \Gamma B^2.$$

erit igitur  $N : K + \Lambda + M + N$

$$= \Theta \Gamma \times B \Delta : \Theta \Gamma \times \Theta B + \frac{1}{3} \Gamma B^2 + \Theta \Gamma \times B \Delta. ^2)$$

sed  $\Theta \Gamma \times B \Delta + \Theta \Gamma \times \Theta B + \frac{1}{3} \Gamma B^2$

$$= \Delta \Theta \times \Theta \Gamma + \frac{1}{3} \Gamma \Delta^2 \text{ [nam } \Gamma \Delta = \Gamma B].$$

1) Est enim

$$K + \Lambda + M + N + \Xi : C_5 = E \Theta \times \Theta \Delta + \frac{1}{3} \Delta E^2 : \Theta E^2$$

et  $C_5 : C_4 = \Theta E^2 : \Theta \Delta^2$ ; unde (Eucl. V, 22):

$$K + \Lambda + M + N + \Xi : C_4 = E \Theta \times \Theta \Delta + \frac{1}{3} \Delta E^2 : \Theta \Delta^2;$$

sed  $C_4 : K + \Lambda + M + N = \Theta \Delta^2 : \Theta \Delta \times \Theta \Gamma + \frac{1}{3} \Delta \Gamma^2$ ; tum u. Eucl. V, 22.

2) Cum sit

$$N : K + \Lambda + M = \Theta \Gamma \times B \Delta : \Gamma \Theta \times \Theta B + \frac{1}{3} \Gamma B^2,$$

erit etiam *ἀνάπαλιν*

$$K + \Lambda + M : N = \Gamma \Theta \times \Theta B + \frac{1}{3} \Gamma B^2 : \Theta \Gamma \times B \Delta,$$

et *συνθέντι*

$$K + \Lambda + M + N : N = \Gamma \Theta \times \Theta B + \frac{1}{3} \Gamma B^2 + \Theta \Gamma \times B \Delta : \Theta \Gamma \times B \Delta,$$

et *ἀνάπαλιν*

$$N : K + \Lambda + M + N = \Theta \Gamma \times B \Delta : \Gamma \Theta \times \Theta B + \frac{1}{3} \Gamma B^2 + \Theta \Gamma \times B \Delta.$$

Hinc simul intellegitur, ineptum esse additamentum *καὶ ἀνάπαλιν* lin. 23; nam proportio  $N : K + \Lambda + M + N$  ipsa *ἀνάπαλιν* orta est. his uerbis deletis hoc quoque adipiscimur, ut uerbum *ταῦτα* lin. 23 habeat, quo apte referatur

(sc.  $\Theta \Gamma \times B \Delta + \Theta \Gamma \times \Theta B + \frac{1}{3} \Gamma B^2$ , proxime antecedens).

δὲ ἴσα ἐντὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  καὶ τῷ τρίτῳ  
 μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς  $\Gamma\Delta$  τετραγώνου. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν  
 $\Xi$  χωρίου ποτὶ τὸ  $K\Lambda MN$  τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν  
 τὸ ὑπὸ τῶν  $\Theta\Delta$ ,  $\Gamma E$  ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε  
 5 ὑπὸ τῶν  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς  
 $\Gamma\Delta$  τετραγώνου, τὸ δὲ  $K\Lambda MN$  ποτὶ τὸ  $N$ , ὃν τὰ  
 συναμφότερα τό τε ὑπὸ τῶν  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  καὶ τὸ τρίτον  
 μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς  $\Gamma\Delta$  τετραγώνου ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  
 $\Theta\Gamma$ ,  $\Delta B$ , ἔχει ἄρα καὶ τὸ  $\Xi$  ποτὶ τὸ  $N$  τὸν αὐτὸν λόγον,  
 10 ὃν τὸ ὑπὸ τῶν  $\Theta\Delta$ ,  $\Gamma E$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $\Theta\Gamma$ ,  $\Delta B$ .  
 τὸ δὲ ὑπὸ τῶν  $\Theta\Delta$ ,  $\Gamma E$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $\Theta\Gamma$ ,  $\Delta B$   
 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂν  $\Theta\Delta$  ποτὶ τὰν  $\Theta\Gamma$ , ἐπεὶ  
 ἴσαι ἐντὶ αἱ  $\Gamma E$ ,  $B\Delta$ . δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ  $\Xi$  ποτὶ  
 τὸ  $N$  τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂν  $\Theta\Delta$  ποτὶ τὰν  $\Theta\Gamma$ .  
 15 ὁμοίως δὲ δειχθησέεται καὶ τὸ  $N$  ποτὶ τὸ  $M$  τοῦ-  
 τον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἂν  $\Theta\Gamma$  ποτὶ τὰν  $\Theta B$ , καὶ τὸ  
 $M$  ποτὶ τὸ  $\Lambda$ , ὃν ἂν  $B\Theta$  ποτὶ τὰν  $A\Theta$ . αἱ δὲ  $[E\Theta]$   
 $\Delta\Theta$ ,  $\Gamma\Theta$ ,  $B\Theta$ ,  $A\Theta$  εὐθεῖαι τὸν τῶν ἐξῆς ἀριθμῶν  
 λόγον ἔχοντι.

20

κῆ'.

Εἰ κα ἐπὶ τῆς ἑλικος τῆς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ  
 γεγραμμένης δύο σαμεῖα λαφθέωντι μὴ τὰ πέρατα,  
 ἀπὸ δὲ τῶν λαφθέντων σαμείων ἐπιζευχθέωντι εὐθεῖαι  
 ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τῆς ἑλικος, καὶ κέντρῳ μὲν τῆς ἀρχᾷ  
 25 τῆς ἑλικος, διαστημάτεσσι δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν σαμείων  
 ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τῆς ἑλικος κύκλοι γραφέωντι, τὸ περι-  
 λαφθέν χωρίου ὑπὸ τε τῆς μείζονος τῶν περιφερειῶν

3. προς per comp. F; corr. Torellius. 4. τό] (alt.) scripsi;  
 τω F, uulgo. 5.  $\Delta\Theta\Gamma$  F, uulgo. 6. τὸ δέ] τα δε F; corr.  
 Torellius. 7.  $\Delta\Theta\Gamma$  F, uulgo. 8. τὸ ὑπό] τα υπο F; corr.



iam quoniam

$$\Xi : K + A + M + N = \Theta \Delta \times \Gamma E : \Delta \Theta \times \Theta \Gamma + \frac{1}{3} \Gamma \Delta^2$$

et

$$K + A + M + N : N = \Delta \Theta \times \Theta \Gamma + \frac{1}{3} \Gamma \Delta^2 : \Theta \Gamma \times \Delta B$$

[Eucl. V, 7 πρόρισμα], erit igitur etiam [Eucl. V, 22]

$$\Xi : N = \Theta \Delta \times \Gamma E : \Theta \Gamma \times \Delta B = \Theta \Delta : \Theta \Gamma$$

(quoniam  $\Gamma E = B \Delta$ ). adparet igitur, esse

$$\Xi : N = \Theta \Delta : \Theta \Gamma.$$

et eodem modo demonstrabimus, esse etiam

$$N : M = \Theta \Gamma : \Theta B, M : A = B \Theta : A \Theta.$$

sed lineae  $\Delta \Theta$ ,  $\Gamma \Theta$ ,  $B \Theta$ ,  $A \Theta$  eam rationem habent, quam numeri ordine sequentes.<sup>1)</sup>

## XXVIII.

Si in spirali qualibet<sup>2)</sup> circumactione descripta duo puncta sumuntur, quae termini eius non sunt, et a punctis [ita] sumptis ad principium spiralis lineae ducuntur, et circuli describuntur, quorum centrum est principium spiralis, radii autem lineae a punctis ad principium spiralis ductae, spatium com-

1) Erit igitur  $\Xi : N : M : A = \Theta \Delta : \Theta \Gamma : \Theta B : \Theta A$ . hinc autem intellegitur, lineam  $E \Theta$  male additam esse lin. 17. neque enim ei ullum spatium respondet.

2) Propositio de omni spirali uera est, sed ab Archimede de spirali una circumactione descripta sola demonstratur; quare  $\delta\pi\omicron\iota\alpha\omicron\upsilon\nu$  lin. 21 suspectum est; cfr. p. 12, 12.

B. τᾶν] τα F; corr. ABD. 10. τὸ ὑπὸ τᾶν  $\Theta \Delta$ ,  $\Gamma E$  ποτι  
repetuntur in FVA. 11.  $\Theta \Delta$ ]  $\Theta A$  F; corr. manus 1. 17.  
τᾶν] τον F; corr. B.  $E \Theta$ ] deleo. 19. εχωντι F. 20. κη']  
om. F. 21.  $\delta\pi\omicron\iota\alpha\omicron\upsilon\nu$ ] μιᾶ Nizzius. 22. λαφθωντι F, uulgo.  
23. ἐπιξενχθῶντι] scripsi; ἐπιξενχθωσιν F, uulgo; ἐπιξενχ-  
θῶντι Torellius. 25. διαστημάτεσσι] scripsi; διαστημασι FC;  
διαστήματι uulgo; διαστημάσσι Torellius. σαμείων] sic F.  
26. τα αρχα F; corr. Torellius.

τᾶν μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν καὶ τᾶς ἑλικος τᾶς μεταξὺ  
 τᾶν αὐτᾶν εὐθειᾶν καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας  
 τοῦτον ἔξει τὸν λόγον ποτὶ τὸ ἀπολαφθὲν χωρίον ὑπό  
 τε τᾶς ἐλάσσονος περιφερείας καὶ τᾶς αὐτᾶς ἑλικος  
 5 καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιξενυγνυούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν,  
 ὃν ἅ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ δύο  
 τριταμορίων τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾗ ὑπερέχει ἅ ἐκ τοῦ κέν-  
 τρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  
 ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσ-  
 10 σονος κύκλου μετὰ ἐνὸς τριταμορίου τᾶς αὐτᾶς ὑπερ-  
 οχᾶς.

ἔστω ἑλιξ, ἐφ' ἧς ἅ  $AB\Gamma\Delta$ , ἐν μιᾷ περιφορᾷ γε-  
 γραμμένα, καὶ λελάφθω ἐπ' αὐτᾶς δύο σαμεῖα τὰ  $A$ ,  
 $\Gamma$ , ὥστε τὸ  $\Theta$  σαμεῖον ἀρχὰν εἶμεν τᾶς ἑλικος. καὶ  
 15 ἀπὸ τῶν  $A$ ,  $\Gamma$  ἐπεξεύχθωσαν ἐπὶ τὸ  $\Theta$ . καὶ κέντρον  
 τῶ  $\Theta$ , διαστημάτεσσι δὲ τοῖς  $\Theta A$ ,  $\Theta \Gamma$  κύκλοι γεγράφ-  
 θωσαν. δεικτέον, ὅτι τὸ  $\Xi$  χωρίον ποτὶ τὸ  $\Pi$  τὸν  
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρος ᾗ τε  $A\Theta$   
 καὶ δύο τριταμόρια τᾶς  $HA$  ποτὶ συναμφοτέρον τᾶν  
 20 τε  $A\Theta$  καὶ ἐν τριταμόριον τᾶς  $HA$ .

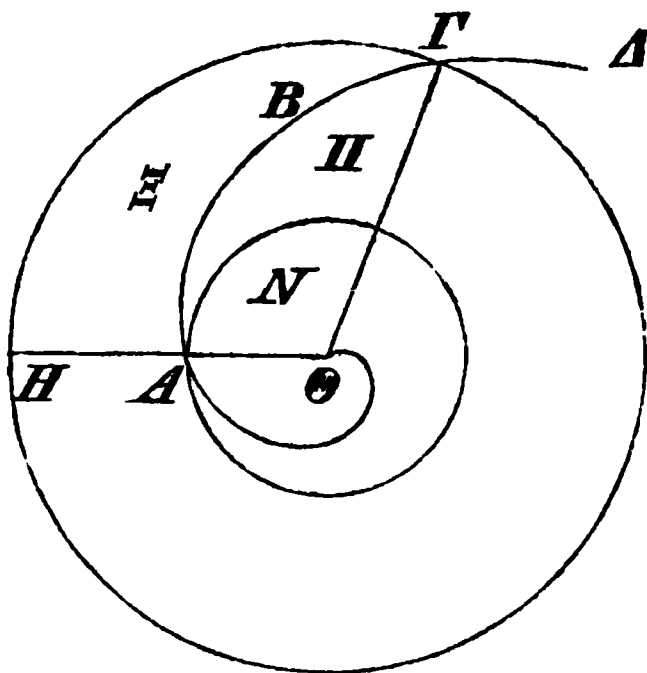
τὸ γὰρ χωρίον τὸ  $N\Pi$  ποτὶ τὸν  $H\Gamma\Theta$  τομέα δε-  
 δείκται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἔχει τό τε ὑπὸ τᾶν  
 $H\Theta$ ,  $A\Theta$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $AH$  τετρα-

1. τᾶν μεταξὺ] scripsi; τας μεταξὺ F, vulgo. 2. ἐκβλη-  
 θείας F. 3. περιλαφθὲν? 6. ἐλάσσονος] om. F; corr. To-  
 rellius. 7. ὑπεροχει F. 9. ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  
 ἐλάσσονος κύκλου] om. F; corr. ed. Basil. (πρὸς τὴν pro ποτὶ  
 τᾶν, quod corr. Torellius). 10. τριτημοριου F. 12. ἐν] ad-  
 didi; om. F, vulgo. 15. τῶν] ταν per comp. F. εὐθειᾶι  
 ἐπὶ ed. Basil., Torellius (non BC\*). 16. τῶ] το F. 18. τε]  
 addidi; om. F, vulgo.  $A\Theta$ ]  $H\Theta$  FBC\*;  $\Theta A$  vulgo, ut lin.  
 20. 19. τριτημορια FC\*.  $HA$ ]  $H$  FBC\*. 20.  $HA$ ]  $MA$   
 FBC\* 22. ἔχον] B\*, Nizzius; εχων FC\* V; ἔχειν vulgo.

prehensum maiore eorum arcuum, qui sunt inter lineas, et spirali inter easdem lineas posita et linea producta<sup>1)</sup> eam habebit rationem ad spatium comprehensum arcu minore et eadem spirali et linea terminos eorum iungenti, quam radius circuli minoris cum duabus partibus excessus, quo radius circuli maioris radium circuli minoris excedit, ad radium circuli minoris cum tertia parte eiusdem excessus.

sit spiralis, in qua sit  $AB\Gamma\Delta$ , una circumactione descripta, et sumantur in ea duo puncta  $A$ ,  $\Gamma$ , ita ut punctum  $\Theta$  principium sit spiralis. et a punctis  $A$ ,  $\Gamma$  ad punctum  $\Theta$  [lineae] ducantur. et describantur circuli, quorum centrum sit  $\Theta$ , radii autem  $\Theta A$ ,  $\Theta \Gamma$ . demonstrandum, esse  $E: \Pi = A\Theta + \frac{2}{3}HA : A\Theta + \frac{1}{3}HA$ .

nam demonstratum est, esse  $N + \Pi : H\Gamma\Theta$



$$= H\Theta \times A\Theta + \frac{1}{3}AH^2 : H\Theta^2 \text{ [prop. 26].}$$

1) Indicandum erat, radium circuli minoris ad ambitum circuli maioris producendum esse.

τᾶν μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν καὶ τᾶς ἔλικος τᾶς μεταξὺ  
 τᾶν αὐτᾶν εὐθειᾶν καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας  
 τοῦτον ἔξει τὸν λόγον ποτὶ τὸ ἀπολαφθὲν χωρίον ὑπό  
 τε τᾶς ἐλάσσονος περιφερείας καὶ τᾶς αὐτᾶς ἔλικος  
 5 καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν,  
 ὃν ἅ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ δύο  
 τριταμορίων τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ ὑπερέχει ἅ ἐκ τοῦ κέν-  
 τρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  
 ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσ-  
 10 σονος κύκλου μετὰ ἑνὸς τριταμορίου τᾶς αὐτᾶς ὑπερ-  
 οχᾶς.

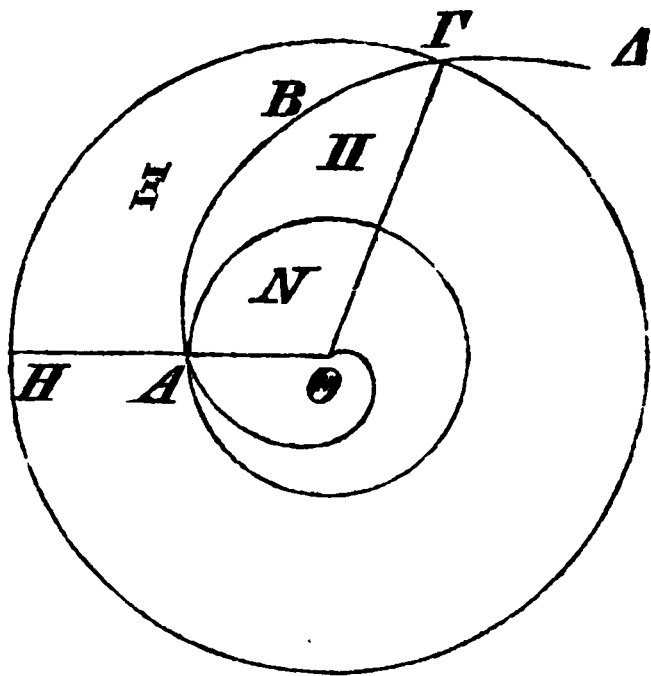
ἔστω ἔλιξ, ἐφ' ἧς ἅ  $AB\Gamma\Delta$ , ἐν μιᾷ περιφορᾷ γε-  
 γραμμένα, καὶ λελάφθω ἐπ' αὐτᾶς δύο σαμεῖα τὰ  $A$ ,  
 $\Gamma$ , ὥστε τὸ  $\Theta$  σαμεῖον ἀρχὰν εἴμεν τᾶς ἔλικος. καὶ  
 15 ἀπὸ τῶν  $A$ ,  $\Gamma$  ἐπεξεύχθωσαν ἐπὶ τὸ  $\Theta$ . καὶ κέντρον  
 τῶ  $\Theta$ , διαστημάτεσσι δὲ τοῖς  $\Theta A$ ,  $\Theta \Gamma$  κύκλοι γεγράφ-  
 θωσαν. δεικτέον, ὅτι τὸ  $\Xi$  χωρίον ποτὶ τὸ  $\Pi$  τὸν  
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρος ἃ τε  $A\Theta$   
 καὶ δύο τριταμόρια τᾶς  $HA$  ποτὶ συναμφοτέρον τάν  
 20 τε  $A\Theta$  καὶ ἓν τριταμόριον τᾶς  $HA$ .

τὸ γὰρ χωρίον τὸ  $N\Pi$  ποτὶ τὸν  $H\Gamma\Theta$  τομέα δε-  
 δείκται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἔχει τό τε ὑπὸ τᾶν  
 $H\Theta$ ,  $A\Theta$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $AH$  τετρα-

1. τᾶν μεταξὺ] scripsi; τας μεταξὺ F, vulgo. 2. ἐκβλη-  
 θείας F. 3. περιλαφθὲν? 6. ἐλάσσονος] om. F; corr. To-  
 rellius. 7. ὑπεροχει F. 9. ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  
 ἐλάσσονος κύκλου] om. F; corr. ed. Basil. (πρὸς τὴν pro ποτὶ  
 τάν, quod corr. Torellius). 10. τριτημοριου F. 12. ἐν] ad-  
 didi; om. F, vulgo. 15. τῶν] ταν per comp. F. εὐθειᾶι  
 ἐπὶ ed. Basil., Torellius (non BC\*). 16. τῶ] το F. 18. τε]  
 addidi; om. F, vulgo.  $A\Theta$ ]  $H\Theta$  FBC\*;  $\Theta A$  vulgo, ut lin.  
 20. 19. τριτημορια FC\*.  $HA$ ]  $H$  FBC\*. 20.  $HA$ ]  $MA$   
 FBC\* 22. ἔχον] B\*, Nizzius; εχων FC\*V; ἔχειν vulgo.

prehensum maiore eorum arcuum, qui sunt inter lineas, et spirali inter easdem lineas posita et linea producta<sup>1)</sup> eam habebit rationem ad spatium comprehensum arcu minore et eadem spirali et linea terminos eorum iungenti, quam radius circuli minoris cum duabus partibus excessus, quo radius circuli maioris radium circuli minoris excedit, ad radium circuli minoris cum tertia parte eiusdem excessus.

sit spiralis, in qua sit  $AB\Gamma\Delta$ , una circumactione descripta, et sumantur in ea duo puncta  $A$ ,  $\Gamma$ , ita ut punctum  $\odot$  principium sit spiralis. et a punctis  $A$ ,  $\Gamma$  ad punctum  $\odot$  [lineae] ducantur. et describantur circuli, quorum centrum sit  $\odot$ , radii autem  $\odot A$ ,  $\odot \Gamma$ . demonstrandum, esse  $\Xi: \Pi = A\odot + \frac{2}{3}HA : A\odot + \frac{1}{3}HA$ .  
nam demonstratum est, esse  $N + \Pi : H\Gamma\odot$



$$= H\odot \times A\odot + \frac{1}{3}AH^2 : H\odot^2 \text{ [prop. 26].}$$

1) Indicandum erat, radium circuli minoris ad ambitum circuli maioris producendum esse.

γώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $H\Theta$  τετράγωνον. αὐτὸ ἄρα τὸ  
 $\Xi$  ποτὶ τὸ  $N\Pi$  τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ  
 τᾶν  $\Theta A$ ,  $AH$  μετὰ δύο τριταμορίων τοῦ ἀπὸ τᾶς  $HA$   
 τετραγώνου ποτὶ τὰ συναμφότερα τὸ τε ὑπὸ τᾶν  $A\Theta$ ,  
 5  $\Theta H$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $HA$ . καὶ ἐπεὶ τὸ  
 $N\Pi$  χωρίον ποτὶ τὸν  $N\Pi\Xi$  τομέα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον,  
 ὃν ἔχει συναμφότερον τὸ τε ὑπὸ τᾶν  $\Theta A$ ,  $\Theta H$  καὶ τὸ  
 τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $HA$  ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta H$   
 τετράγωνον, ὃ δὲ  $N\Pi\Xi$  τομεὺς ποτὶ τὸν  $N$  τομέα τοῦ-  
 10 τον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta H$  ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  
 $\Theta A$ , ἔξει καὶ τὸ  $N\Pi$  χωρίον ποτὶ τὸν  $N$  τὸν αὐτὸν  
 λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τὸ τε ὑπὸ  $\Theta A$ ,  $\Theta H$  καὶ  
 τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $HA$  ποτὶ τὸ ἀπὸ  $\Theta A$ .  
 τὸ ἄρα  $N\Pi$  ποτὶ τὸ  $\Pi$  λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερον  
 15 τὸ τε ὑπὸ τᾶν  $H\Theta$ ,  $\Theta A$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ  
 τᾶς  $HA$  ποτὶ συναμφότερον τὸ τε ὑπὸ τᾶν  $HA$ ,  $\Theta A$   
 καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $HA$  τετραγώνου.  
 ἐπεὶ οὖν τὸ  $\Xi$  χωρίον ποτὶ τὸ  $N\Pi$  τοῦτον ἔχει τὸν  
 λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τὸ τε ὑπὸ  $\Theta A$ ,  $AH$  καὶ  
 20 δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς  $HA$  τετραγώνου ποτὶ τὰ  
 συναμφότερα τὸ τε ὑπὸ τᾶν  $H\Theta$ ,  $\Theta A$  καὶ τὸ τρίτον  
 μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $HA$ , τὸ δὲ  $N\Pi$  χωρίον ποτὶ τὸ  $\Pi$   
 τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὰ συναμφότερα τὸ τε ὑπὸ  
 τᾶν  $H\Theta$ ,  $\Theta A$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $HA$   
 25 τετραγώνου ποτὶ συναμφότερον τὸ τε ὑπὸ τᾶν  $HA$ ,  
 $A\Theta$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς  $HA$  τετραγώ-  
 νου, ἔξει καὶ τὸ  $\Xi$  ποτὶ τὸ  $\Pi$  τοῦτον τὸν λόγον, ὃν

1. της F; corr. Torellius. 3.  $\Theta AH$  F, uulgo; similiter  
 lin. 4. 6.  $N\Pi\Xi$ ]  $NH\Xi$  FD;  $N\Xi$  uulgo; corr. Torellius. 7.  
 τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. 8. τᾶς] του per comp.  
 F. 9.  $NH\Xi$  FV. 11.  $N$  τομέα B, ed. Basil., Torellius.

quare erit<sup>1)</sup>

$$\Xi: N + \Pi = \Theta A \times AH + \frac{2}{3} HA^2 : A\Theta \times \Theta H + \frac{1}{3} HA^2.$$

et quoniam est

$$N + \Pi : N + \Pi + \Xi = \Theta A \times \Theta H + \frac{1}{3} HA^2 : \Theta H^2,$$

et  $N + \Pi + \Xi : N = \Theta H^2 : \Theta A^2$ ,<sup>2)</sup> erit igitur

$$N + \Pi : N = \Theta A \times \Theta H + \frac{1}{3} HA^2 : \Theta A^2 \text{ [Eucl. V, 22].}$$

itaque

$$N + \Pi : \Pi = H\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3} HA^2 : HA \times \Theta A + \frac{1}{3} HA^2.$$
<sup>3)</sup>

iam quoniam est

$$\Xi: N + \Pi = \Theta A \times AH + \frac{2}{3} HA^2 : H\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3} HA^2$$

et

$$N + \Pi : \Pi = H\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3} HA^2 : HA \times A\Theta + \frac{1}{3} HA^2,$$

1) ἀνάπαλιν:  $H\Gamma\Theta : N + \Pi = H\Theta^2 : H\Theta \times A\Theta + \frac{1}{3} AH^2$ ;  
unde διελόντι:

$$\Xi: N + \Pi = H\Theta^2 \div (H\Theta \times A\Theta + \frac{1}{3} AH^2) : H\Theta \times A\Theta + \frac{1}{3} AH^2.$$

sed  $H\Theta^2 \div (H\Theta \times A\Theta + \frac{1}{3} AH^2)$

$$= HA^2 + A\Theta^2 + 2HA \times A\Theta \div HA \times A\Theta \div A\Theta^2 \div \frac{1}{3} AH^2$$

(Eucl. II, 4) =  $HA \times A\Theta + \frac{2}{3} HA^2$ .

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 14. cfr. p. 119 not. 1.

3) ἀναστρέψαντι (Eucl. V def. 17) erit

$$N + \Pi : \Pi = \Theta A \times \Theta H + \frac{1}{3} HA^2 : \Theta A \times \Theta H + \frac{1}{3} HA^2 \div \Theta A^2.$$

sed erit

$$\Theta A \times \Theta H + \frac{1}{3} HA^2 \div \Theta A^2 = \Theta A \times (\Theta H \div \Theta A) + \frac{1}{3} HA^2$$

$$= \Theta A \times HA + \frac{1}{3} HA^2.$$

Figura in F paullo aliter descripta est, numeris additis. 14.

$N\Pi$  χωρίον ed. Basil., Torellius. ποτί]  $\pi\rho^0$  F; corr. Torellius.

$\Pi$ ]  $\Pi A$  F. συναμφοτερα F; corr. B. 15.  $H\Theta A$

F, uulgo; similiter lin. 19, 21, 24, 25. 16.  $HA$ ] (prius)  $MA$  F.

ποτί] om. F; corr. B.  $\Theta A$ ]  $\Theta E$  FV. 21. ὑπὸ τᾶν]

υπαν F. 27.  $\Xi$  χωρίον ed. Basil., Torellius.

ἔχει συναμφοτέρον τό τε ὑπὸ τᾶν  $\Theta A$ ,  $HA$  καὶ δύο  
 τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς  $HA$  ποτὶ συναμφοτέρον τό  
 τε ὑπὸ τᾶν  $\Theta A$ ,  $HA$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ  
 τᾶς  $HA$ . τὰ δὲ συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν  $\Theta A$ ,  $HA$   
 5 καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς  $HA$  ποτὶ συναμφο-  
 τερον τό τε ὑπὸ τᾶν  $\Theta A$ ,  $HA$  καὶ τὸ τρίτον μέρος  
 τοῦ ἀπὸ τᾶς  $HA$  τετραγώνου τοῦτον ἔχει τὸν λόγον,  
 ὃν ἔχει συναμφοτέρα ἄ τε  $\Theta A$  καὶ δύο τριταμόρια τᾶς  
 $HA$  ποτὶ συναμφοτέραν τάν τε  $\Theta A$  καὶ τὸ τρίτον  
 10 μέρος τᾶς  $HA$ . δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ  $\Xi$  χωρίον ποτὶ  
 τὸ  $\Pi$  χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφοτέρα  
 ἄ τε  $\Theta A$  καὶ δύο τριταμόρια τᾶς  $HA$  ποτὶ συναμ-  
 φοτέρον τάν τε  $\Theta A$  καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς  $HA$ .

1.  $\Theta A$ ]  $\Theta H F$ , ut lin. 3. 4.  $\Theta A$ ]  $\Theta H F V$ , ut lin. 8,  
 9, 12, 13. 5. συναμφοτερα  $F$ , vulgo. 6.  $\Theta A$ ,  $HA$ ]  $\Theta HA F$ ;  
 corr.  $A$ . 11.  $\Pi$ ] scripsi;  $N F$ , vulgo. 12. συναμφοτέραν?  
 13. τε] addidi, om.  $F$ , vulgo. In fine Αρχιμηδους περι ελι-  
 κων  $F$ .



erit etiam [Eucl. V, 22]

$$\Xi: \Pi = \Theta A \times AH + \frac{2}{3} HA^2 : HA \times A\Theta + \frac{1}{3} HA^2.$$

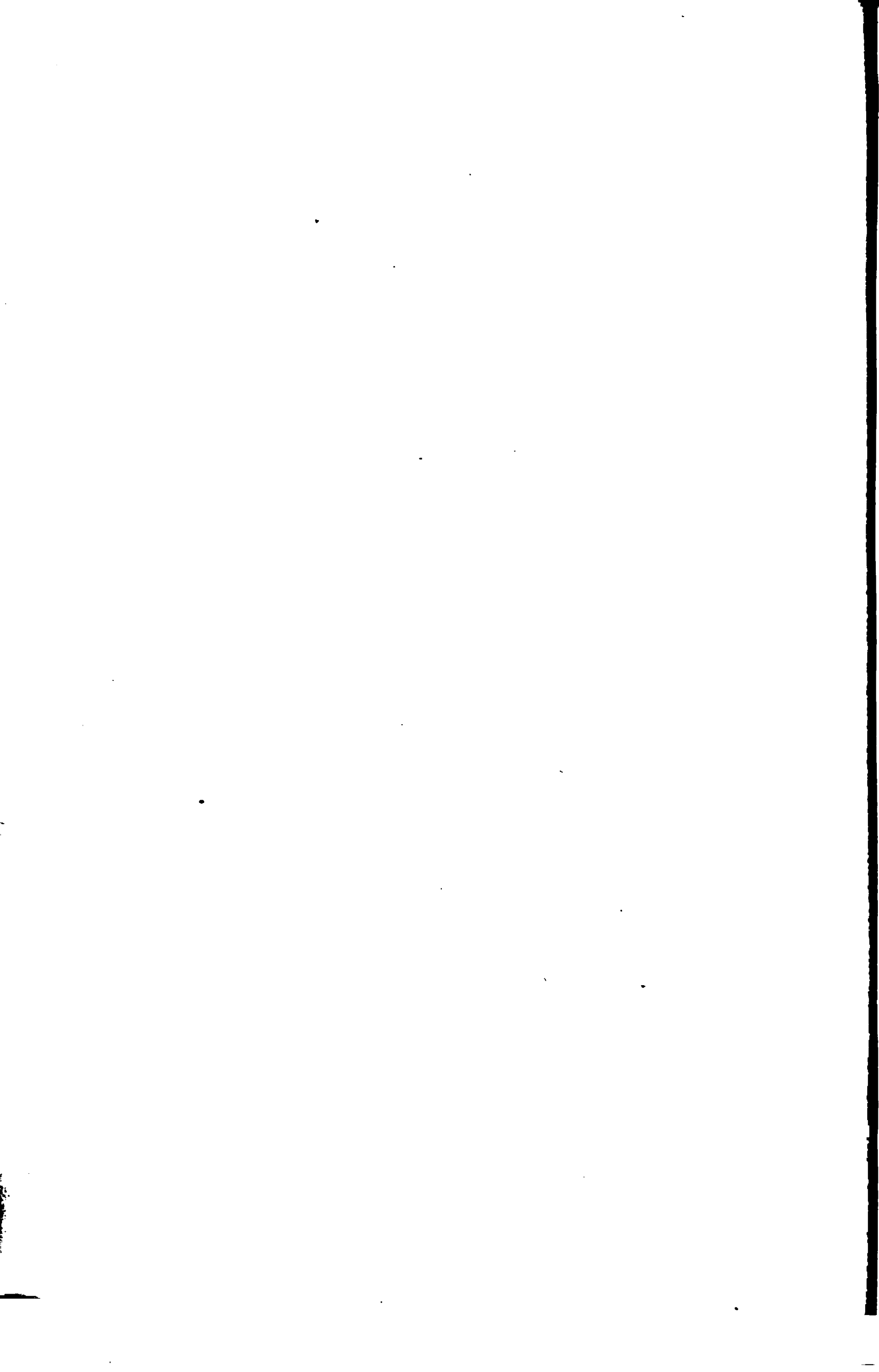
sed erit

$$\begin{aligned} \Theta A \times HA + \frac{2}{3} HA^2 &: \Theta A \times HA + \frac{1}{3} HA^2 \\ &= \Theta A + \frac{2}{3} HA : \Theta A + \frac{1}{3} HA. \end{aligned}$$

adparet igitur, esse etiam

$$\Xi: \Pi = \Theta A + \frac{2}{3} HA : \Theta A + \frac{1}{3} HA.$$


---



DE PLANORUM AEQUILIBRIIS.

LIBRI II.

**Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν ἢ κέντρα βαρῶν  
ἐπιπέδων α'.**

α'. Αἰτούμεθα τὰ ἴσα βάρη ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπεῖν, τὰ δὲ ἴσα βάρη ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων μὴ  
5 ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ρέπειν ἐπὶ τὸ βάρος τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος.

β'. εἴ κα βαρέων ἰσορροπεόντων ἀπὸ τινων μακέων ποτὶ τὸ ἕτερον τῶν βαρέων ποτιτεθῆ, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ρέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐκεῖνο, ᾧ ποτετέθη.

10 γ'. ὁμοίως δὲ καί, εἴ κα ἀπὸ τοῦ ἑτέρου τῶν βαρέων ἀφαιρεθῆ τι, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ρέπειν ἐπὶ τὸ βάρος, ἀφ' οὗ οὐκ ἀφηρέθη.

δ'. τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων σχημάτων ἐπιπέδων ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων  
15 ἐφαρμόζει ἐπ' ἄλλαλα.

ε'. τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δὲ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἐσσεῖται κείμενα. ὁμοίως δὲ λέγομεν  
σαμεῖα κέεσθαι ποτὶ τὰ ὁμοῖα σχήματα, ἀφ' ὧν ἐπὶ  
τὰς ἴσας γωνίας ἀγομέναι εὐθείαι ποιέοντι γωνίας ἴσας  
20 ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευράς.

---

3. ἰσορροπ cum comp. ην uel ιν F, ut lin. 5 bis. 5. ἰσορροπεῖν F, ut lin. 7. 8. τι, μή Torellius. 9. ἐκεινω F; corr. Riualtus. 12. ἀφ'] corr. in εφ' manu 1 F. 14. ἀλληλα F; corr. Torellius, ut lin. 15. 15. ἐφαρμόζειν Torellius. 17. ἐσσεῖται] scripsi; ἐσται per comp. F, uulgo; εἶμεν Torellius. 17. λέγομεν F, uulgo. 19. ποιῶντι F, uulgo.

## De planorum aequilibriis siue de centrīs grauitatis planorum I.

I. Supponimus<sup>1)</sup>, aequalia pondera ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibratam seruare, aequalia uero pondera ex inaequalibus longitudinibus suspensa aequilibratam non seruare, sed ad pondus e maiore longitudine suspensum uergere.

II. Si, ponderibus e quibusdam longitudinibus suspensis aequilibratam seruantibus, alteri adiciatur aliquid, aequilibratam ea non seruare, sed ad pondus, cui adiectum sit aliquid, uergere.

III. Eodem modo si ab altero pondere auferatur aliquid, ea aequilibratam non seruare, sed ad pondus, a quo nihil ablatum sit, uergere.

IV. Figuris planis et aequalibus et similibus congruentibus, etiam grauitatis centra inter se congruunt.

V. Figurarum uero inaequalium, sed similium centra grauitatis similiter posita erunt. puncta autem in figuris similibus similiter posita esse dicimus, a quibus quae ad aequales angulos ducantur lineae, cum lateribus inter se respondentibus aequales angulos efficiant.

---

1) Ὁ Ἀρχιμήδης τῶν ἀνισορροπιῶν ἀρχόμενος· αἰτούμεθα, φησί, τὰ ἴσα βάρη ἀπὸ τῶν ἴσων μηκῶν ἰσορροπεῖν· καίτοι τοῦτο μᾶλλον ἀξίωμα ἢ τις προσείποι. Proclus in Eucl. p. 181, 18.

ς'. εἴ κα μεγέθεα ἀπό τινων μακέων ἰσορροπέωντι, καὶ τὰ ἴσα αὐτοῖς ἀπὸ τῶν αὐτῶν μακέων ἰσορροπήσει.

ζ'. παντὸς σχήματος, οὗ κα ἡ περίμετρος ἐπὶ τὰ  
 5 αὐτὰ κοίλα ἢ, τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐντὸς εἶμεν δεῖ  
 τοῦ σχήματος. — τούτων δὲ ὑποκειμένων

α'.

Τὰ ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπέοντα βάρεια ἴσα ἐντί.  
 εἴπερ γὰρ ἄνισα ἐσσεῖται, ἀφαιρεθείσας ἀπὸ τοῦ  
 10 μείζονος τᾶς ὑπεροχᾶς τὰ λοιπὰ οὐκ ἰσορροποῦντι,  
 ἐπειδὴ ἰσορροπεύοντων ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἀφηγήται. ὥστε  
 τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων βάρεια ἰσορροπέοντα ἴσα ἐντί.

β'.

Τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἄνισα βάρεια οὐκ ἰσορ-  
 15 ροποῦντι, ἀλλὰ ῥέψει ἐπὶ τὸ μείζον.

ἀφαιρεθείσας γὰρ τᾶς ὑπεροχᾶς ἰσορροποῦντι,  
 ἐπειδὴ τὰ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἰσορροπέοντι.  
 ποτιτεθέντος οὖν τοῦ ἀφαιρεθέντος ῥέψει ἐπὶ τὸ μεί-  
 ζον, ἐπεὶ ἰσορροπεύοντων τῷ ἑτέρῳ ποτετέθη.

2. ἰσορροπήσειν Torellius. 5. εἶναι per comp. F; corr. Torellius. δεῖν Torellius. 7. α'] om. F; corr. Torellius.  
 11. τι. ὥστε Torellius. 13. β'] om. F; corr. Torellius. 14. ἰσορροποῦντι] scripsi; ἰσορροποῦντι F, vulgo. 19. τῶι ετερωι F. ποτετέθη] scripsi; ποτιτεθη F, vulgo; ποτιτεθη τι Torellius.

VI. Si magnitudines e quibusdam longitudinibus suspensae aequilibratam seruant, etiam magnitudines iis aequales ex iisdem longitudinibus suspensae aequilibratam seruabunt.

VII. Cuiuslibet figurae, cuius perimetrum in eandem partem caua est<sup>1)</sup>, centrum grauitatis intra figuram esse necesse est. — His autem suppositis

### I.

Pondera, quae ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibratam seruant, aequalia sunt.

nam si inaequalia erunt, excessu a maiore ablato, quae relinquuntur, aequilibratam non seruabunt, quoniam aequilibratam seruantibus ab altero aliquid ablatum est [postul. 3]. quare<sup>2)</sup> quae ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibratam seruant, aequalia sunt.

### II.

Pondera inaequalia e longitudinibus aequalibus suspensa aequilibratam non seruabunt, sed ad maius uergent.

nam ablato excessu aequilibratam seruabunt, quoniam aequalia ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibratam seruant [postul. 1]. adiecto igitur, quod ablatum est, ad maius uergent, quoniam aequilibratam seruantibus alteri aliquid adiectum est [post. 2].

1) Cfr. de sph. et cyl. I def. 2.

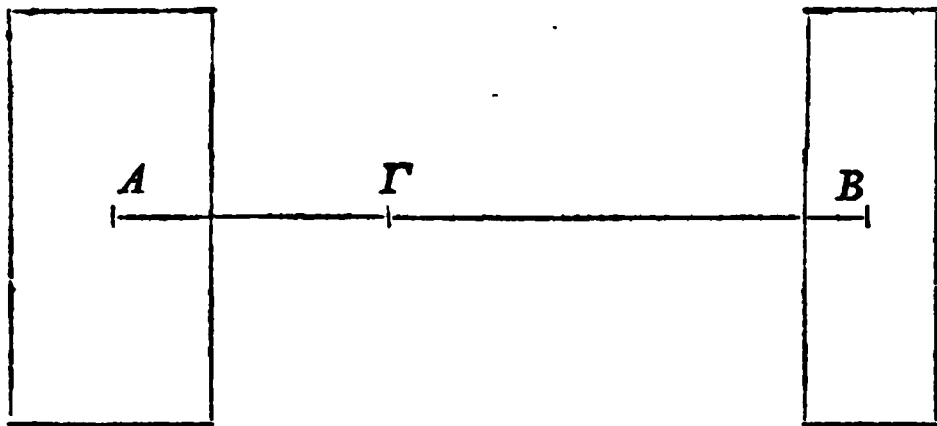
2) Nam illud absurdum est ex postul. 1.

γ'.

Τὰ ἄνισα βάρεια ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροποῦντι, καὶ τὸ μείζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

ἔστω ἄνισα βάρεια τὰ  $A$ ,  $B$ , καὶ ἔστω μείζον τὸ  $A$ , καὶ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τῶν  $ΑΓ$ ,  $ΓΒ$  μακέων. δεικτέον, ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ  $ΑΓ$  τῆς  $ΓΒ$ .

μὴ γὰρ ἔστω ἐλάσσων. ἀφαιρεθείσας δὴ τῆς ὑπεροχᾶς, ἡ ὑπερέχει τὸ  $A$  τοῦ  $B$ , ἐπειδὴ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἀφηγήται, ῥέψει ἐπὶ τὸ  $B$ . οὐ ῥέψει δέ. εἴτε γὰρ ἴσα ἐστὶν ἡ  $ΓΑ$  τῆς  $ΓΒ$ , ἰσορροποῦντι τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἰσορροπεύονται· εἴτε μείζον ἡ  $ΓΑ$  τῆς  $ΓΒ$ , ῥέπει ἐπὶ τὸ  $A$ . τὰ γὰρ ἴσα



ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσορροπεύονται, ἀλλὰ ῥέπει ἐπὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος. διὰ δὴ ταῦτα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ  $ΑΓ$  τῆς  $ΓΒ$ . — φανερόν δέ, ὅτι καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροπεύοντα ἄνισά ἐντι, καὶ μείζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

δ'.

Εἴ κα δύο ἴσα μεγέθη μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρους ἔχωντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθῶν συγ-

1. γ'] α' et ε' F. 3. μείζον] per comp. F, ut lin. 4. ἐλάσσονος] per comp. (in rasura), F, ut lin. 6, 7. 7. γάρ]



## III.

Pondera inaequalia ex inaequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruabunt<sup>1)</sup>, et maius e minore longitudine suspensum erit.

sint  $A, B$  pondera inaequalia, et maius sit  $A$ , et e longitudinibus  $AG, GB$  suspensa aequilibritatem seruent. · demonstrandum  $AG < GB$ .

nam minor ne sit. ablato igitur excessu, quo excedit  $A$  magnitudinem  $B$ , uergent ad  $B$ , quoniam aequilibritatem seruantibus ab altero aliquid ablatum est [postul. 3]. sed non uergent. nam siue  $GA = GB$ , aequilibritatem seruabunt; aequalia enim ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruant [postul. 1]. siue  $GA > GB$ , ad  $A$  uergent; nam aequalia ex inaequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem non seruant, sed ad pondus ex maiore longitudine suspensum uergunt [postul. 1]. quare erit  $AG < GB$ . — et adparet, etiam pondera, quae ex inaequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruent, inaequalia esse, et pondus e minore longitudine suspensum maius.<sup>2)</sup>

## IV.

Si duae magnitudines aequales idem centrum grauitatis non habent, magnitudinis ex utraque magnitu-

1) H. e. si pondera inaequalia aequilibritatem seruant, longitudines inaequales sunt.

2) Conuersio est propositionis 3.

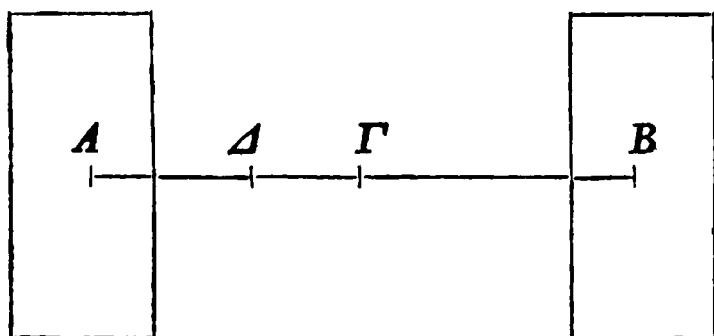
per comp. F. δῆ] scripsi; δε F, uulgo. 11. ἰσοροπέοντι] om. F; corr. Torellius. 14. ἐπί] om. F; corr. Torellius. τό] om. F; corr. Torellius. 16. ἰσοροπεοντα F. 18. β' F. 20. εχοντι F, uulgo.

κειμένου μεγέθους κέντρον ἐσσείται τοῦ βάρους τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρους.

ἔστω τοῦ μὲν  $A$  κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $A$ , τοῦ δὲ  $B$  τὸ  $B$ . καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἃ  $AB$  τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ  $\Gamma$ . λέγω, ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐστὶ τὸ  $\Gamma$ .

εἰ γὰρ μή, ἔστω τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν  $A, B$  μεγεθέων κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $\Delta$ , εἰ δυνατόν.

10



ὅτι γὰρ ἐστὶν ἐπὶ τᾶς  $AB$ , προδεδείκται. ἐπεὶ οὖν τὸ  $\Delta$  σαρμεῖον κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους

15 τοῦ ἐκ τῶν  $A, B$  συγκειμένου μεγέθους, κατεχομένου τοῦ  $\Delta$  ἰσορροπήσει. τὰ ἄρα  $A, B$  μεγέθεα ἰσορροποῦντι ἀπὸ τῶν  $A\Delta, \Delta B$  μακέων· ὅπερ ἀδύνατον· τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσορροπέονται. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ  $\Gamma$  κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ ἐκ  
20 τῶν  $A, B$  συγκειμένου μεγέθους.

ε'.

Εἰ κα τριῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρους ἐπ' εὐθείας ἔωντι κείμενα, καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἔωντι,  
25 τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐσσείται τοῦ βάρους τὸ σαρμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου τὸ αὐτὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους.

1. μεγεθους F, uulgo, ut lin. 7. ἐσσείται] scripsi; ουν per comp. F; ἔσται uulgo. 2. μεγεθ cum comp. ων F; corr. Torellius, ut lin. 6, 8. 5. τετμησθω F; corr. Torellius. 7. ἐστὶ τοῦ βάρους Torellius. 8. μεγεθέων συγκειμένου μεγέθους

dine compositae centrum grauitatis punctum medium erit lineae centra grauitatis magnitudinum iungentis.

sit  $A$  centrum grauitatis magnitudinis  $A$ ,  $B$  autem magnitudinis  $B$ , et ducatur linea  $AB$  et in puncto  $\Gamma$  in duas partes aequales secetur. dico,  $\Gamma$  punctum centrum [grauitatis] esse magnitudinis ex utraque magnitudine compositae.

nam si non est, sit punctum  $\Delta$  centrum grauitatis magnitudinis ex utraque magnitudine compositae, si fieri potest. nam [centrum grauitatis] in linea  $AB$  positum esse, antea demonstratum est.<sup>1)</sup> quoniam igitur punctum  $\Delta$  centrum grauitatis est magnitudinis ex  $A$ ,  $B$  compositae, aequilibritatem seruabit puncto  $\Delta$  sustento. itaque magnitudines  $A$ ,  $B$  ex longitudinibus  $A\Delta$ ,  $\Delta B$  suspensae aequilibritatem seruabunt; quod fieri non potest. nam pondera aequalia ex longitudinibus inaequalibus suspensa aequilibritatem non seruant [postul. 1]. adparet igitur, punctum  $\Gamma$  centrum grauitatis esse magnitudinis ex  $A$ ,  $B$  compositae.

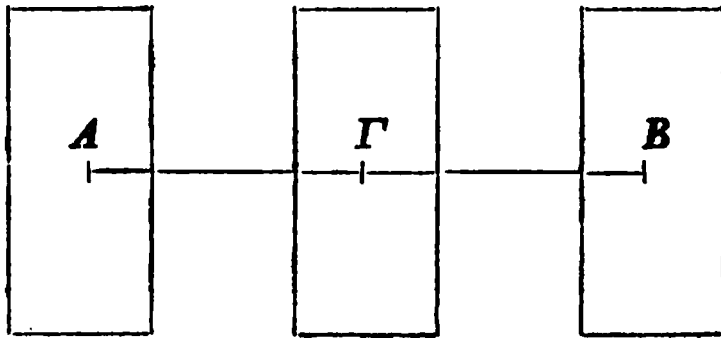
## V.

Si trium magnitudinum centra grauitatis in eadem linea recta posita sunt, et magnitudines eiusdem sunt ponderis, et lineae inter centra [grauitatis] positae aequales sunt, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae centrum grauitatis erit punctum, quod idem mediae magnitudinis centrum grauitatis est.

1) Sine dubio in libro *περὶ ζυγῶν*; Quaest. Arch. p. 32.

ed. Basil., Torellius (non ABCD\*). 11. της F; corr. Torellius.  
12. δέδεικται Eutocius. 16. τοῦ] το supra scripto του  
manu 1 F. 18. ἰσορροπεύονται F; corr. Torellius. 21. γ' F.

ἔστω τρία μεγέθη τὰ  $A, B, \Gamma$ , κέντρα δὲ αὐτῶν τοῦ βάρους τὰ  $A, B, \Gamma$  σημεία ἐπ' εὐθείας κείμενα. ἔστω δὲ τὰ τε  $A, B, \Gamma$  ἴσα, καὶ αἱ  $A\Gamma, \Gamma B$  ἴσαι εὐθείαι. λέγω, ὅτι τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθους κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ  $\Gamma$  σημείον. ἐπεὶ γὰρ τὰ  $A, B$  μεγέθη ἴσον βάρος ἔχει, κέν-



τρον ἐσσεύεται τοῦ βάρους τὸ  $\Gamma$  σημείον, ἐπειδὴ ἴσαι ἐντὶ αἱ  $A\Gamma, \Gamma B$ . ἔστιν δὲ καὶ τοῦ  $\Gamma$  κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $\Gamma$  σημείον. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τοῦ ἐκ  
 10 πάντων συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐσσεύεται τοῦ βάρους τὸ σημείον, ὃ καὶ τοῦ μέσου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους.

## ΠΟΡΙΣΜΑ Α'.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι, ὅπόσων καὶ τῶ πλήθει  
 15 περισσῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρους ἐπ' εὐθείας ἔωντι κείμενα, εἴ καὶ τὰ τε ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσου μεγέθη ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ εὐθείαι αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσαι ἔωντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐσ-  
 20 σεύεται τοῦ βάρους τὸ σημείον, ὃ καὶ τοῦ μέσου αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους.

2. σημεία F (qui in hoc libro fere σημείον servavit); corr. Torellius. 9. οὖν] addidi; om. F, vulgo. 13. [□] mg. F. 18. τῶν κέντρων] Torellius; του κεντρου F, vulgo.

sint tres magnitudines  $A, B, \Gamma$ , et centra grauitatis earum  $A, B, \Gamma$  puncta in eadem linea recta posita. et magnitudines  $A, B, \Gamma$  aequales sint, et lineae  $A\Gamma, \Gamma B$  aequales. dico, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae centrum grauitatis esse punctum  $\Gamma$ .

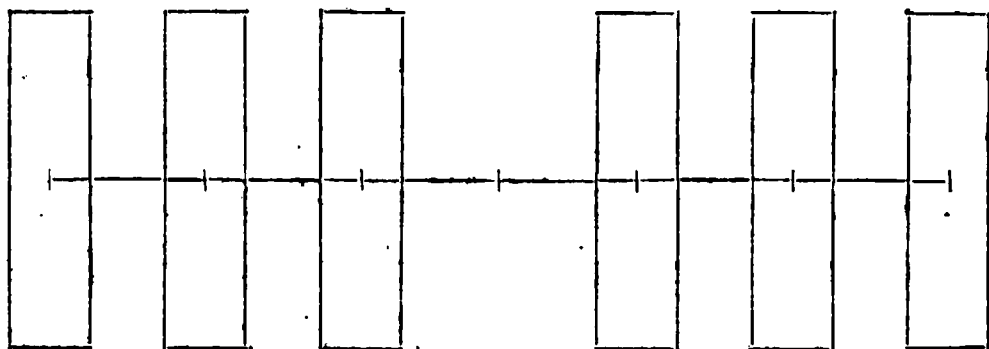
nam quoniam magnitudines  $A, B$  aequale pondus habent, centrum grauitatis erit punctum  $\Gamma$ , quoniam  $A\Gamma = \Gamma B$  [prop. 4]. sed  $\Gamma$  etiam magnitudinis  $\Gamma$  centrum grauitatis est. adparet igitur, etiam magnitudinis ex omnibus compositae centrum grauitatis fore punctum, quod idem mediae magnitudinis centrum grauitatis est.

#### COROLLARIUM I.

Hinc manifestum est, quotcunque magnitudinum imparium numero centra grauitatis in eadem linea recta posita sint, si et magnitudines aequali spatio a media distantes aequale pondus habeant, et lineae inter centra earum positae aequales sint, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae centrum grauitatis fore punctum, quod idem mediae earum centrum grauitatis sit.

## ΠΟΡΙΣΜΑ Β'.

Εἴ κα καὶ ἄρτια ἔωντι τῷ πλήθει τὰ μεγέθη, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρους αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ἔωντι



κείμενα, καὶ τὰ μέσα αὐτῶν καὶ τὰ ἴσα ἀπέχοντα ἀπ' αὐτῶν ἴσον βάρους ἔχοντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἔωντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρους τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιξενυγνούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρους τῶν μεγεθέων, ὡς ὑπογεγράφεται.

10

5'.

Τὰ σύμμετρα μεγέθη ἰσορροπεύονται ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς βάρουσιν.

ἔστω σύμμετρα μεγέθη τὰ  $A, B$ , ὧν κέντρα τὰ  $A, B$  καὶ μᾶκος ἔστω τι τὸ  $EA$ , καὶ ὡς τὸ  $A$  ποτὶ τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $EA$  μᾶκος ποτὶ τὸ  $EB$  μᾶκος· δεικτέον, ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν  $A, B$  συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τὸ  $G$ .

ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς τὸ  $A$  ποτὶ τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $EA$  ποτὶ τὸ  $EB$ , τὸ δὲ  $A$  τῷ  $B$  σύμμετρον, καὶ τὸ  $EA$  ἄρα τῷ  $EB$  σύμμετρον, τουτέστιν εὐθεῖα

4. καὶ τὰ ἴσα ἀπέχοντα ἀπ' αὐτῶν] addidi; om. F, vulgo; καὶ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων Barrowius; πάντα τὰ μέσα Nizzius. 5. ἔχοντι] scripsi; εχοντι F, vulgo. 10. δ' F. 11. ἰσορρο-

## COROLLARIUM II.

Etiam si magnitudines pares sunt numero, et centra earum grauitatis in eadem linea recta posita sunt, et mediae magnitudines, quaeque ab iis aequali spatio distant, aequale pondus habent, et lineae inter centra [grauitatis] posita aequales sunt, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae centrum grauitatis erit medium punctum lineae centra grauitatis magnitudinum iungentis, sicut infra descriptum est.<sup>1)</sup>

## VI.

Magnitudines commensurabiles aequilibritatem seruant suspensae ex longitudinibus, quae in contraria proportione sunt ac pondera.

commensurabiles magnitudines sint  $A, B$ , quarum centra [grauitatis] sint puncta  $A, B$ : et longitudo sit aliqua  $E\Delta$ , et sit  $A : B = \Delta\Gamma : \Gamma E$ . demonstrandum, punctum  $\Gamma$  centrum grauitatis esse magnitudinis ex utraque simul  $A, B$  compositae.

nam quoniam est  $A : B = \Delta\Gamma : \Gamma E$ , et  $A, B$  commensurabiles sunt, etiam longitudines, h. e. lineae rectae,  $\Gamma\Delta, \Gamma E$  commensurabiles sunt [Eucl. X, 11];

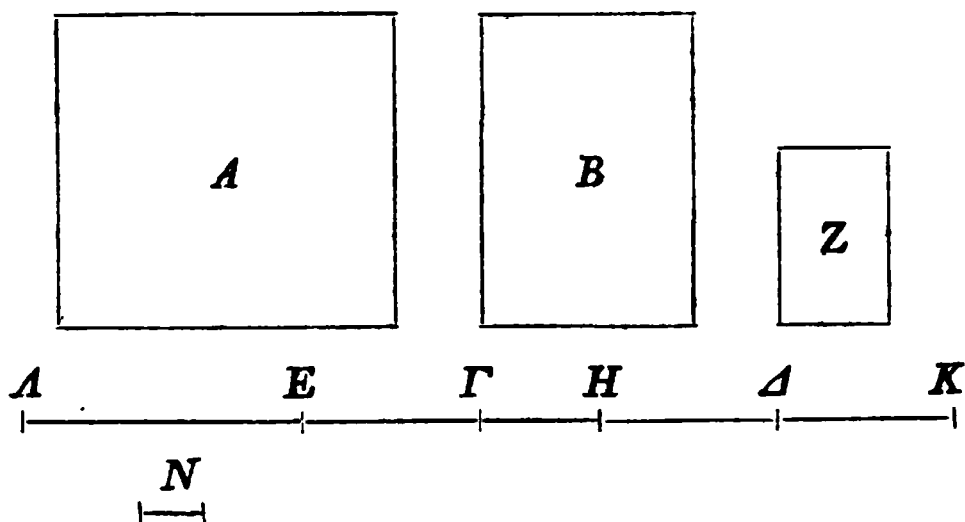
---

1) Cfr. uol. I p. 13 not. 1. hic semel moneo, sermonem et disputandi rationem, quae in his duobus libris occurrat, ab ea, qua in ceteris libris usus sit Archimedes, aliquantum discrepare. hoc utrum recensionem posteriori debeatur, an ideo factum sit, quod adolescens hos libros ediderit, longioris disputationis est.

---

$\pi\epsilon\omega\nu\tau\iota$  F; corr. Riualtus. 12.  $\alpha\nu\tau\iota\pi\epsilon\pi\omega\nu\theta\omicron\tau\omega\nu$  F ( $\alpha\nu$ - supra scripsit manus 1); corr. Torellius. 15.  $\pi\rho\sigma$  per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 16. 16.  $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma$ ] per comp. F, ut infra saepius.

τῶν εὐθειῶν, ὥστε τῶν  $ΕΓ$ ,  $ΓΔ$  ἔστι κοινὸν μέτρον. ἔστω δὴ τὸ  $N$ , καὶ κείσθω τῶν μὲν  $ΕΓ$  ἴσα ἑκατέρω τῶν  $ΔΗ$ ,  $ΔΚ$ , τῶν δὲ  $ΔΓ$  ἴσα ἃ  $ΕΛ$ . καὶ ἐπεὶ ἴσα ἃ  $ΔΗ$



τῶν  $ΓΕ$ , ἴσα καὶ ἃ  $ΔΓ$  τῶν  $ΕΗ$ . ὥστε καὶ ἃ  $ΛΕ$  ἴσα  
 5 τῶν  $ΕΗ$ . διπλασία ἄρα ἃ μὲν  $ΛΗ$  τῆς  $ΔΓ$ , ἃ δὲ  $ΗΚ$   
 τῆς  $ΓΕ$ . ὥστε τὸ  $N$  καὶ ἑκατέραν τῶν  $ΛΗ$ ,  $ΗΚ$   
 μετρεῖ, ἐπειδήπερ καὶ τὰ ἡμίσεα αὐτῶν. καὶ ἐπεὶ ἔστιν,  
 ὡς τὸ  $A$  ποτὶ τὸ  $B$ , οὕτως ἃ  $ΔΓ$  ποτὶ  $ΓΕ$ , ὡς δὲ ἃ  
 $ΔΓ$  ποτὶ  $ΓΕ$ , οὕτως ἃ  $ΛΗ$  ποτὶ  $ΗΚ$ . διπλασία γὰρ  
 10 ἑκατέρω ἑκατέρας· καὶ ὡς ἄρα τὸ  $A$  ποτὶ τὸ  $B$ , οὕτως  
 ἃ  $ΛΗ$  ποτὶ  $ΗΚ$ . ὁσαπλασίον δὲ ἔστιν ἃ  $ΛΗ$  τῆς  $N$ ,  
 τοσαυταπλασίον ἔστω τὸ  $A$  τοῦ  $Z$ . ἔστιν ἄρα ὡς ἃ  
 $ΛΗ$  ποτὶ  $N$ , οὕτως τὸ  $A$  ποτὶ  $Z$ . ἔστι δὲ καὶ ὡς ἃ  
 $ΚΗ$  ποτὶ  $ΛΗ$ , οὕτως τὸ  $B$  ποτὶ  $A$ . δι' ἴσου ἄρα  
 15 ἔστιν ὡς ἃ  $ΚΗ$  ποτὶ  $N$ , οὕτως τὸ  $B$  ποτὶ  $Z$ . ἰσάκως  
 ἄρα πολλαπλασίον ἔστιν ἃ  $ΚΗ$  τῆς  $N$  καὶ τὸ  $B$  τοῦ  
 $Z$ . ἐδείχθη δὲ τοῦ  $Z$  καὶ τὸ  $A$  πολλαπλάσιον εἶναι.  
 ὥστε τὸ  $Z$  τῶν  $A$ ,  $B$  κοινὸν ἔστι μέτρον. διαιρεθεί-  
 σασ οὖν τῆς μὲν  $ΛΗ$  εἰς τὰς τῶν  $N$  ἴσας, τοῦ δὲ  $A$   
 20 εἰς τὰ τῶν  $Z$  ἴσα, τὰ ἐν τῶν  $ΛΗ$  τμήματα ἰσομεγέθη  
 τῶν  $N$  ἴσα ἐσσεύεται τῶν πλήθει τοῖς ἐν τῶν  $A$  τμαμά-



quare longitudinum  $E\Gamma$ ,  $\Gamma\Delta$  communis est mensura. sit igitur  $N$ , et ponatur  $\Delta H = \Delta K = E\Gamma$  et  $E\Lambda = \Delta\Gamma$ . et quoniam est  $\Delta H = \Gamma E$ , erit etiam  $\Delta\Gamma = EH$ ; quare etiam  $\Delta E = EH$ . itaque  $\Delta H = 2\Delta\Gamma$  et  $HK = 2\Gamma E$ . quare  $N$  etiam utramque lineam  $\Delta H$ ,  $HK$  metitur, quia dimidias metitur [Eucl. X, 12]. et quoniam est  $A : B = \Delta\Gamma : \Gamma E$ , sed  $\Delta\Gamma : \Gamma E = \Delta H : HK$  (nam utraque [linearum  $\Delta H$ ,  $HK$ ] duplo maior est utraque [linearum  $\Delta\Gamma$ ,  $\Gamma E$ ]), erit etiam  $A : B = \Delta H : HK$ . quoties autem linea  $N$  in linea  $\Delta H$  continetur, toties contineatur  $Z$  in  $A$ . est igitur [Eucl. V def. 5]  $\Delta H : N = A : Z$ . sed etiam  $KH : \Delta H = B : A$  [Eucl. V, 7 πρόρισμα]. quare ex aequali [Eucl. V, 22]  $KH : N = B : Z$ . itaque quoties  $N$  in  $KH$  continetur, toties etiam  $Z$  in  $B$  continetur. sed demonstratum est,  $Z$  etiam  $A$  magnitudinem metiri; quare  $Z$  communis mensura est magnitudinum  $A$ ,  $B$ . diuisa igitur linea  $\Delta H$  in partes lineae  $N$  aequales, et magnitudine  $A$  in partes magnitudini  $Z$  aequales, partes lineae  $\Delta H$  aequales lineae  $N$  numero aequales erunt partibus magnitudinis  $A$  magnitudini  $Z$  aequa-

cum comp.  $\sigma\nu$  F; corr. Torellius.

7. ημιση F, uulgo.

8. προς per comp. F; corr. Torellius, ut semper in hac pagina.

12. τοῦ] το F.

17. πολλαπλασι cum comp.  $\omega\nu$  F;

corr. Torellius.  $\sigma\nu$  F, uulgo.

19. τᾶ] om. F; corr. BC.

20. ισομεγεθη F, uulgo.

21. ἴσα] ἴσον F; corr. BC.

ἔσσειται] scripsi; εἶσται per comp. F; ἔστι uulgo.

τμαμασιν F,

uulgo.

τεσσιν ἴσοις ἐοῦσιν τῷ  $Z$ . ὥστε ἂν ἐφ' ἕκαστον τῶν  
 τμαμάτων τῶν ἐν τᾷ  $\Delta H$  ἐπιτεθῆ μέγεθος ἴσον τῷ  $Z$   
 τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἔχον ἐπὶ μέσου τοῦ τμάματος,  
 τὰ τε πάντα μεγέθεα ἴσα ἐντὶ τῷ  $A$ , καὶ τοῦ ἐκ πάν-  
 5 των συγκειμένου κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρους τὸ  $E$ .  
 ἄρτιά τε γάρ ἐστι τὰ πάντα τῷ πλήθει, καὶ τὰ ἐφ'  
 ἑκάτερα τοῦ  $E$  ἴσα τῷ πλήθει διὰ τὸ ἴσαν εἶμεν τὰν  
 $\Delta E$  τᾷ  $H E$ . ὁμοίως δὲ δειχθησέται, ὅτι καὶ εἰ κα  
 ἐφ' ἕκαστον τῶν ἐν τᾷ  $K H$  τμαμάτων ἐπιτεθῆ μέγε-  
 10 θος ἴσον τῷ  $Z$  κέντρον τοῦ βάρους ἔχον ἐπὶ τοῦ μέ-  
 σου τοῦ τμάματος, τὰ τε πάντα μεγέθεα ἴσα ἐσσεῖται  
 τῷ  $B$ , καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου κέντρον τοῦ  
 βάρους ἐσσεῖται τὸ  $\Delta$ . ἐσσεῖται οὖν τὸ μὲν  $A$  ἐπι-  
 κείμενον κατὰ τὸ  $E$ , τὸ δὲ  $B$  κατὰ τὸ  $\Delta$ . ἐσσεῖται  
 15 δὴ μεγέθεα ἴσα ἀλλάλοις ἐπ' εὐθείας κείμενα, ὧν τὰ  
 κέντρα τοῦ βάρους ἴσα ἀπ' ἀλλάλων διέστακεν, συγ-  
 κείμενα ἄρτια τῷ πλήθει. δῆλον οὖν, ὅτι τοῦ ἐκ  
 πάντων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρ-  
 ος ἡ διχοτομία τᾶς εὐθείας τᾶς ἐχούσας τὰ κέντρα  
 20 τῶν μέσων μεγεθέων. ἐπεὶ δ' ἴσαι ἐντὶ ἅ μὲν  $\Delta E$   
 τᾷ  $\Gamma \Delta$ , ἅ δὲ  $E \Gamma$  τᾷ  $\Delta K$ , καὶ ὅλα ἄρα ἅ  $\Delta \Gamma$  ἴσα τᾷ  
 $\Gamma K$ . ὥστε τοῦ ἐκ πάντων μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρ-

1. ουσιν F, vulgo; ἐόντεσσιν? 2. τῷ] supra scripto o  
 manu 1 F. 3. εχο cum comp. ον F. 4. καὶ τὰ ἐφ' ἑκά-  
 τερα τοῦ  $E$  ἴσα τῷ πλήθει] addidi; om. F, vulgo. 5. ειναι  
 per comp. F; corr. Torellius. 6. καί] scripsi; καν F, vulgo.  
 7. ἐσσεῖται] (alt.) scripsi; εσται per comp. F, ut lin. 8. 9.  
 ἀλλήλοις F; corr. Torellius, ut lin. 10. 11. 20. μεγεθων F; corr.  
 Torellius. ἐντί] scripsi; εἰσιν per comp. F, vulgo.

libus. itaque si in singulis partibus lineae  $AH$  magnitudo ponitur magnitudini  $Z$  aequalis centrum grauitatis in medio partis habens, omnes simul magnitudines magnitudini  $A$  aequales sunt, et magnitudinis ex omnibus compositae centrum grauitatis erit punctum  $E$ . nam et omnes simul pares sunt numero, et quae in utraque parte puncti  $E$  positae sunt, numero aequales, quia  $AE = HE$  [tum u. prop. 5 coroll. 2].<sup>1)</sup> similiter demonstrabimus, etiam si in singulis partibus lineae  $KH$  [lineae  $N$  aequalibus] magnitudo aequalis magnitudini  $Z$  ponatur centrum grauitatis in medio partis habens, omnes simul magnitudines magnitudini  $B$  aequales erunt, et centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus compositae erit punctum  $\Delta$ .<sup>2)</sup> itaque magnitudo  $A$  in  $E$  puncto posita erit, magnitudo autem  $B$  in  $\Delta$ . et magnitudines quaedam inter se aequales in eadem linea recta positae erunt, quarum centra grauitatis aequali spatio inter se distent, omnes simul sumptae<sup>3)</sup> numero pares. adparet igitur, centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus compositae medium fore punctum lineae eius, in qua centra magnitudinum mediarum<sup>4)</sup> posita sint. et quoniam  $AE = \Gamma\Delta$ , et  $E\Gamma = \Delta K$ , erit igitur etiam  $\Delta\Gamma = \Gamma K$ . quare magnitudinis ex omnibus compositae centrum

1) Nam et omnes magnitudini  $Z$  aequales sunt, et spatia, quibus centra in eadem linea posita distant, lineae  $N$  aequalia.

2) Nam  $Z$  metitur magnitudinem  $B$ ; tum u. prop. 5 coroll. 2 et not. 1.

3) Uereor, ne in uerbo *συνκελίμενα* lin. 16 mendum lateat.

4) Ex prop. 5 coroll. 2; nam punctum medium totius lineae centra iungentis idem medium est lineae centra mediarum iungentis.

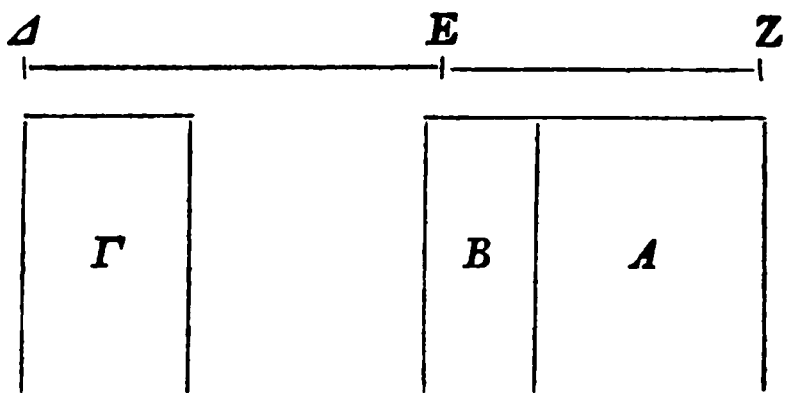
ρεος τὸ Γ σαμεῖον. τοῦ μὲν ἄρα Α κειμένου κατὰ τὸ Ε, τοῦ δὲ Β κατὰ τὸ Δ ἰσορροποῦντι κατὰ τὸ Γ.

ξ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα ἀσύμμετρα ἔωντι τὰ μεγέθη, ὁ ὁμοίως ἰσορροποῦντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς μεγέθεσιν.

ἔστω ἀσύμμετρα μεγέθη τὰ ΑΒ, Γ, μάκεα δὲ τὰ ΔΕ, ΕΖ. ἐχέτω δὲ τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ τὸ ΕΔ ποτὶ τὸ ΕΖ μάκος. λέγω, ὅτι 10 τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, Γ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε.

εἰ γὰρ μὴ ἰσορροπήσει τὸ ΑΒ τεθὲν ἐπὶ τῷ Ζ τῷ Γ τεθέντι ἐπὶ τῷ Δ, ἤτοι μείζον ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ



ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν τῷ Γ, ἢ οὐ. ἔστω μείζον. καὶ 15 ἀφηρήσθω ἀπὸ τοῦ ΑΒ ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ἢ μείζον ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν, ὥστε [τὸ] λοιπὸν τὸ Α σύμμετρον εἶμεν τῷ Γ. ἐπεὶ οὖν σύμμετρά ἐστι τὰ Α, Γ μεγέθη, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ Α ποτὶ τὸ Γ, ἢ ἂ ΔΕ ποτὶ ΕΖ, οὐκ ἰσορροποῦντι τὰ Α, Γ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ μακέων, τεθέντος 20

3. ε' F. 5. ἀντιπεπονθοι cum comp. ων F; corr. ed. Basil. 13. τῷ Δ] scripsi; το Δ F, vulgo. 14. ἦ] addidi cum B; om. F; vulgo. Γ, ἦ] ΓΗ F. τῷ Γ om. Eu-

grauitatis est punctum  $\Gamma$ . itaque magnitudine  $A$  in puncto  $E$  posita,  $B$  autem in  $\Delta$ , ex puncto  $\Gamma$  suspensae aequilibratam seruabunt.

## VII.

Iam etiam si incommensurabiles sunt magnitudines, eodem modo aequilibratam seruabunt ex longitudinibus suspensae, quae in contraria proportione sunt ac magnitudines.

magnitudines incommensurabiles sint  $AB$ ,  $\Gamma$ , longitudines autem aliquae  $\Delta E$ ,  $EZ$ , et sit  $AB : \Gamma = E\Delta : EZ$ . dico, centrum grauitatis magnitudinis ex utraque  $AB$ ,  $\Gamma$  compositae esse punctum  $E$ .<sup>1)</sup>

nam si aequilibratam non seruabunt  $AB$  magnitudo in puncto  $Z$  posita,  $\Gamma$  uero in puncto  $\Delta$ , aut maior erit  $AB$  magnitudine  $\Gamma$ , quam ut aequilibratam seruet, aut non maior. sit maior, et a magnitudine  $AB$  auferatur magnitudo minor excessu, quo  $AB$  magnitudine  $\Gamma$  maior est, quam ut aequilibratam seruet, ita ut, quae relinquitur magnitudo  $A$ , commensurabilis sit magnitudini  $\Gamma$  [u. Eutocius]. quoniam igitur  $A$ ,  $\Gamma$  magnitudines commensurabiles sunt, et est  $A : \Gamma < \Delta E : EZ$ , magnitudines  $A$ ,  $\Gamma$  ex longitudinibus  $\Delta E$ ,  $EZ$  suspensae, ita ut  $A$  in puncto  $Z$  ponatur,  $\Gamma$  autem in puncto  $\Delta$ , aequilibratam non

1) Sc. magnitudine  $AB$  in  $Z$  posita,  $\Gamma$  autem in  $\Delta$ .

tocius. 16.  $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu$ ] cum Eutocio;  $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu$  F, uulgo.  $\eta$ ] addidi; om. F, uulgo. 17.  $\tau\acute{o}$ ] deleo cum Eutocio.  $\epsilon\iota\nu\alpha\iota$  per comp. F; corr. Torellius.  $\tau\tilde{\omega}$ ]  $\tau\omicron$  F; corr. Torellius. 19.  $\Gamma$ ,  $\eta$ ]  $\overline{\Gamma H}$  F.  $\pi\rho\omicron\varsigma$  per comp. F; corr. Torellius.  $\iota\sigma\omicron\rho\omicron\pi\eta\sigma\omicron\nu\nu\iota$  F.

τοῦ μὲν  $A$  ἐπὶ τῷ  $Z$ , τοῦ δὲ  $\Gamma$  ἐπὶ τῷ  $\Delta$ . διὰ ταῦτά  
δ' οὐδ' εἰ τὸ  $\Gamma$  μείζον ἐστὶν ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν τῷ  $AB$ .

ἦ'.

Εἰ κα ἀπό τινος μεγέθους ἀφαιρεθῆ τι μέγεθος  
5 μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ, τοῦ λοιποῦ μεγέθους  
κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους, ἐκβληθείσας τὰς εὐθείας τὰς  
ἐπιξενυγνούσας τὰ κέντρα τῶν βαρέων τοῦ τε ὅλου  
μεγέθους καὶ τοῦ ἀφηρημένου ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ἃ τὸ  
κέντρον τοῦ ὅλου μεγέθους, καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς  
10 ἀπὸ [τὰς] ἐκβληθείσας τὰς ἐπιξενυγνούσας τὰ εἰρημένα  
κέντρα, ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὰν μεταξὶ  
τῶν κέντρων, ὃν ἔχει τὸ βᾶρος τοῦ ἀφηρημένου μεγέ-  
θους ποτὶ τὸ τοῦ λοιποῦ βᾶρος, τὸ πέρους τὰς ἀπο-  
λαφθείσας.

15 ἔστω μεγέθους τινος τοῦ  $AB$  κέντρον τοῦ βάρους  
τὸ  $\Gamma$ . καὶ ἀφηρήσθω ἀπὸ τοῦ  $AB$  τὸ  $A\Delta$ , οὗ κέν-  
τρον τοῦ βάρους ἔστω τὸ  $E$ . ἐπιξενυχθείσας δὲ τὰς  
 $E\Gamma$  καὶ ἐκβληθείσας ἀπολελάφθω ἃ  $\Gamma Z$  ποτὶ τὰν  $\Gamma E$   
λόγον ἔχουσα τὸν αὐτόν, ὃν ἔχει τὸ  $A\Delta$  μέγεθος ποτὶ  
20 τὸ  $\Delta H$ . δεικτέον, ὅτι τοῦ  $\Delta H$  μεγέθους κέντρον τοῦ  
βάρους ἐστὶ τὸ  $Z$  σαμεῖον.]

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ  $\Theta$  σαμεῖον. ἐπεὶ  
οὖν τοῦ μὲν  $A\Delta$  μεγέθους κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ  
τὸ  $E$ , τοῦ δὲ  $\Delta H$  τὸ  $\Theta$  σαμεῖον, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων  
25 τῶν  $A\Delta$ ,  $\Delta H$  μεγεθέων κέντρον τοῦ βάρους ἐσσεῖται

1. τῷ] scripsi cum B; το F, ulgo (bis). 2. τῷ  $AB$ ] To-  
rellius; το  $A$  F, ulgo. 3. ε' F. 8. ἐφ' ἃ] scripsi; εφ' ὁ  
F, ulgo; ἐπὶ Torellius. 10. τὰς] deleo. 11. προς την  
(compp.) F; corr. Torellius. 12. των αφηρημενων μεγεθων F;  
corr. ed. Basil. 13. προς per comp. F; corr. Torellius. 24.  
αμφοτερον F, ulgo. 25. βαρεως F.

seruabunt [prop. 6]. et eadem de causa hoc ne tum quidem fiet, si  $\Gamma$  magnitudo maior est, quam ut cum  $AB$  aequilibratam seruet.<sup>1)</sup>

## VIII.

Si a magnitudine aliqua magnitudo aufertur, cui idem centrum non est, quod toti, reliquae magnitudinis centrum grauitatis est: producta linea centra et totius et ablatae magnitudinis iungenti in eandem partem, in qua est centrum totius magnitudinis, et ablata linea a producta linea centra illa iungenti, ita ut eandem habeat rationem ad lineam inter centra positam, quam pondus magnitudinis ablatae ad pondus reliquae, terminus ablatae.

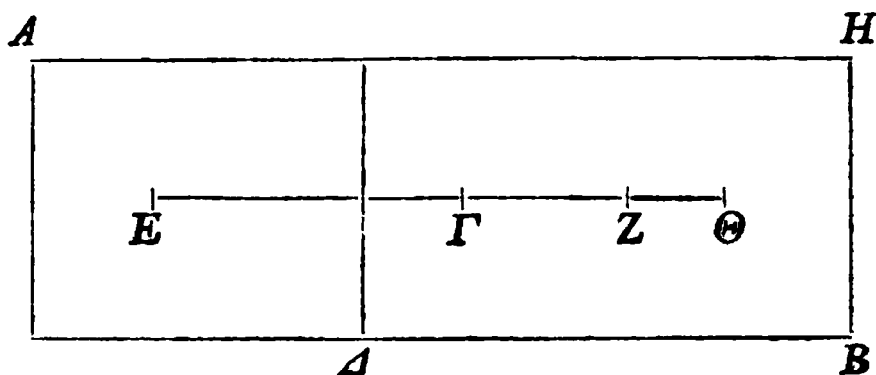
magnitudinis cuiusdam  $AB$  centrum grauitatis sit  $\Gamma$ . et ab  $AB$  auferatur  $A\Delta$ , cuius centrum grauitatis sit  $E$ . ducta autem linea  $E\Gamma$  et producta [uersus  $\Gamma$ ] abscindatur  $\Gamma Z$ , ita ut sit  $\Gamma Z : \Gamma E = A\Delta : \Delta H$ . demonstrandum, centrum grauitatis magnitudinis  $\Delta H$  esse punctum  $Z$ .

nam ne sit, uerum, si fieri potest, sit punctum  $\Theta$ . quoniam igitur magnitudinis  $A\Delta$  centrum grauitatis est  $E$ , magnitudinis autem  $\Delta H$  punctum  $\Theta$ , magnitudinis ex utraque magnitudine  $A\Delta$ ,  $\Delta H$  compositae

---

1) Demonstratio imperfecta et paullo obscurior ita sup-  
plenda est: cum  $A : \Gamma < \Delta E : EZ$ , ad punctum  $\Delta$  uergent,  
quod fieri non potest, cum minus excessu ablatum sit ab  $AB$ .  
eodem modo ratiocinandum, si  $\Gamma$  maior est. quare cum  $AB$   
neque maior sit neque minor, demonstratum est, quod propo-  
suimus.

ἐπὶ τᾶς  $E\Theta$  τραθείσας ὥστε τὰ τμήματα αὐτᾶς ἀντι-  
πεπονημένον κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τοῖς μεγέθεσιν.  
ὥστε οὐκ ἔσσειται τὸ  $\Gamma$  σαρμεῖον κατὰ τὰν ἀνάλογον



τομᾶν τᾶ εἰρημένᾳ. οὐκ ἄρα ἐστὶ τὸ  $\Gamma$  κέντρον τοῦ  
5 ἐκ τῶν  $A\Delta$ ,  $\Delta H$  συγκειμένου μεγέθεος, τουτέστι τοῦ  
 $AB$ . ἔστι δέ· ὑπέκειτο γάρ. οὐκ ἄρα ἐστὶ τὸ  $\Theta$  κέν-  
τρον βάρους τοῦ  $\Delta H$  μεγέθεος.

θ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρους  
10 ἐστὶν ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιξενυνούσας τὰς διχο-  
τομίας τᾶν κατ' ἐναντίον τοῦ παραλληλογράμμου  
πλευρᾶν.

ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ  $AB\Gamma\Delta$ , ἐπὶ δὲ τὰν  
διχοτομίαν τᾶν  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  ἅ  $EZ$ . φαρμὶ δὴ, ὅτι τοῦ  
15  $AB\Gamma\Delta$  παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρους  
ἔσσειται ἐπὶ τᾶς  $EZ$ .

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ  $\Theta$ , καὶ ἄχθω  
παρὰ τὰν  $AB$  ἅ  $\Theta I$ . τᾶς δὲ δὴ  $EB$  διχοτομουμένας  
αἰεὶ ἔσσειται ποκὰ ἅ καταλειπομένα ἐλάσσων τᾶς  $I\Theta$ .  
20 καὶ διηρήσθω ἑκατέρα τᾶν  $AE$ ,  $EB$  εἰς τὰς τᾶ  $E\kappa$

1. ἀντιπεπονημεν F. 3. ἔσσειται] scripsi; ἐστὶ per  
comp. F, vulgo. 4. κέντρον τοῦ βάρους Torellius. 7. βα-  
ρους . . μεγέθεος F, vulgo. 8. ζ' F. 11. τας . . πλευρας  
F; corr. Torellius. 14. τᾶν] των per comp. F; corr. Torem-



centrum grauitatis positum erit in linea  $E\Theta$  ita diuisa, ut partes eius in contraria ratione sint ac magnitudines [prop. 6 — 7]. [sed punctum  $\Gamma$  positum est in linea  $EZ$  ita diuisa, ut partes eius in contraria ratione sint ac magnitudines].<sup>1)</sup> quare punctum  $\Gamma$  in sectione ei, quam commemorauimus, respondenti positum non erit. quare punctum  $\Gamma$  magnitudinis ex  $A\Delta$ ,  $\Delta H$  compositae, h. e. magnitudinis  $AB$ , centrum non est. uerum est; hoc enim suppositum est. itaque punctum  $\Theta$  magnitudinis  $\Delta H$  centrum grauitatis non est.

## IX.

Cuiusuis parallelogrammi centrum grauitatis in ea linea positum est, quae media puncta laterum sibi oppositorum parallelogrammi iungit.

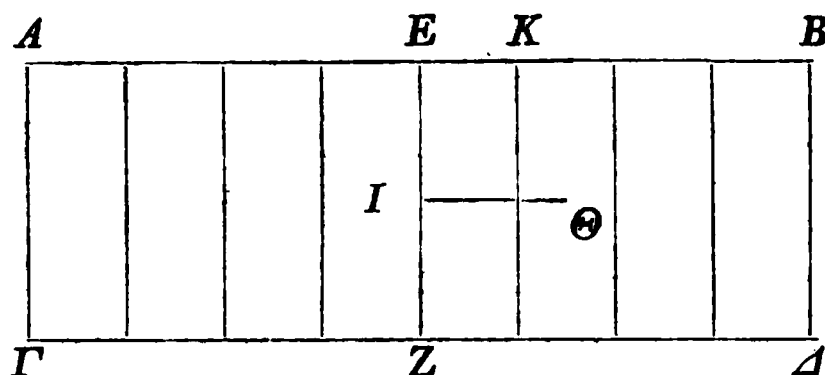
parallelogrammum sit  $AB\Gamma\Delta$ , et ad medium punctum laterum  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  [ducta sit]  $EZ$ . dico igitur, centrum grauitatis parallelogrammi  $AB\Gamma\Delta$  in linea  $EZ$  fore.

nam ne sit, uerum, si fieri potest, sit  $\Theta$ , et ducatur  $\Theta I$  lineae  $AB$  parallela. itaque linea  $EB$  semper deinceps in duas partes aequales diuisa, quae relinquatur, aliquando minor erit linea  $I\Theta$ . et utraque linea  $AE$ ,  $EB$  in partes lineae  $EK$  aequales diuidatur,

1) Ex hypothesi; neque fieri potest, ut sit  $\Gamma Z : \Gamma E$  aequalis rationi partium lineae  $\Gamma\Theta$ . ceterum adparet, ante ὥστε lin. 3 lacunam esse, quam hunc in modum expleo: τὸ δὲ  $\Gamma$  ἐπὶ τῆς  $EZ$  ἐστὶ τμηθεὶς, ὥστε τὰ τμήματα ἀντιπεπονημένον τοῖς μεγέθεσιν.

lius, ut lin. 20. 16. εἶναι per comp. F, uulgo. 19. ποιά] Torellius; ποία F, uulgo. ἄ] addidi; om. F, uulgo.

ἴσας, καὶ ἀπὸ τῶν κατὰ τὰς διαιρεσίας σαμείων ἄχθωσαν παρὰ τὴν  $EZ$ . διαιρεθῆσεται δὴ τὸ ὅλον παραλληλόγραμμον εἰς παραλληλόγραμμά τινα ἴσα καὶ



ὅμοια τῷ  $KZ$ . τῶν οὖν παραλληλογράμμων τῶν ἴσων  
 5 καὶ ὁμοίων τῷ  $KZ$  ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα καὶ  
 τὰ κέντρα τοῦ βάρους αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται.  
 ἔσσουνται δὴ μεγέθεά τινα, παραλληλόγραμμα ἴσα τῷ  
 $KZ$ , ἄρτια τῷ πλήθει, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρους αὐ-  
 τῶν ἐπ' εὐθείας κείμενα, καὶ τὰ μέσα ἴσα, καὶ πάντα  
 10 τὰ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων αὐτά τε ἴσα ἐντί, καὶ αἱ  
 μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι. τοῦ ἐκ πάντων  
 αὐτῶν ἄρα συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον ἔσσειται  
 τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς εὐθείας τῆς ἐπιξεννουούσας τὰ  
 κέντρα τοῦ βάρους τῶν μέσων χωρίων. οὐκ ἔστι δέ·  
 15 τὸ γὰρ Θ ἐκτός ἐστι τῶν μέσων παραλληλογράμμων.  
 φανερόν οὖν, ὅτι ἐπὶ τῆς  $EZ$  εὐθείας τὸ κέντρον  
 ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ  $ABΓΔ$  παραλληλογράμμου.

ί.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρους  
 20 ἐστὶ τὸ σαμείον, καθ' ὃ αἱ διαμέτροι συμπίπτουσι.

ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ  $ABΓΔ$ , καὶ ἐν αὐτῷ  
 ἡ  $EZ$  δίχα τέμνουσα τὰς  $AB$ ,  $ΓΔ$ , ἡ δὲ  $ΚΑ$  τὰς  $ΑΓ$ ,

1. διαιρεσ cum comp. ης F; διαιρέσεις uulgo. 3. τινα]

et a punctis diuisionum [lineae] ducantur lineae  $EZ$  parallelae. itaque totum parallelogrammum in parallelogramma quaedam diuidetur parallelogrammo  $KZ$  aequalia et similia. parallelogrammis igitur aequalibus et similibus parallelogrammo  $KZ$  inter se congruentibus, etiam centra grauitatis eorum congruent [postul. 4]. erunt igitur magnitudines quaedam, parallelogramma aequalia parallelogrammo  $KZ$ , numero pares, et centra grauitatis earum in eadem linea recta posita, et mediae magnitudines aequales, et omnes in utraque parte mediarum positae et ipsae aequales, et lineae inter centra positae aequales. itaque centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus illis compositae in ea linea positum erit, quae centra grauitatis spatiorum mediorum iungit [prop. 5 coroll. 2]. sed non est; nam punctum  $\Theta$  extra parallelogramma media positum est.<sup>1)</sup> adparet igitur, centrum grauitatis parallelogrammi  $AB\Gamma\Delta$  in linea  $EZ$  esse.

## X.

Cuiusuis parallelogrammi centrum grauitatis id punctum est, in quo diametri inter se concurrunt.

parallelogrammum sit  $AB\Gamma\Delta$ , et in eo linea  $EZ$  lineas  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  in duas partes aequales diuidens,  $KA$

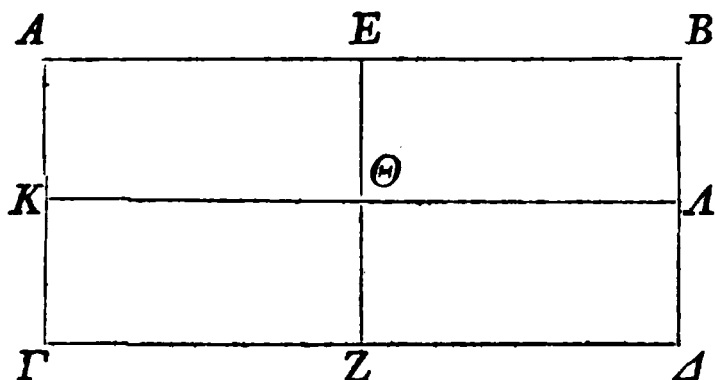
---

4) Nam  $EK < I\Theta$  ex hypothesi.

---

scripsi; τα F, uulgo. 5. εφαρμοζομενον (ον comp.) F; corr. Torellius. αλληλα F; corr. Torellius, ut lin. 6. 6. αυτ cum comp. ον F; corr. B mg. 12. εσται per comp. F, uulgo. 14. βαρους F; corr. V. 18. Η' F.

$B\Delta$ . ἔστιν δὴ τοῦ  $AB\Gamma\Delta$  παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς  $EZ$ . δεδείκται γὰρ τοῦτο. διὰ ταῦτά δὲ καὶ ἐπὶ τᾶς  $KA$ . τὸ  $\Theta$  ἄρα σαμεῖον



κέντρον τοῦ βάρους. κατὰ δὲ τὸ  $\Theta$  αἱ διαμέτροι τοῦ παραλληλογράμμου πίπτουσι. ὥστε δεδείκται τὸ προτεθέν.

#### ἈΛΛΩΣ.

ἔστιν δὲ καὶ ἄλλως τὸ αὐτὸ δεῖξαι.

ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ  $AB\Gamma\Delta$ , διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ  $\Delta B$ . τὰ ἄρα  $AB\Delta$ ,  $B\Delta\Gamma$  τρίγωνα ἴσα ἐντὶ καὶ ὁμοῖα ἀλλάλοις, ὥστε ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα τῶν τριγώνων καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρους αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται. ἔστω δὴ τοῦ  $AB\Delta$  τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $E$  σαμεῖον, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $E\Theta$  καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἀπολελάφθω ἡ  $Z\Theta$  ἴσα τᾷ  $\Theta E$ . ἐφαρμοζομένου δὴ τοῦ  $AB\Delta$  τριγώνου ἐπὶ τὸ  $B\Delta\Gamma$  τρίγωνον καὶ τιθεμένης τᾶς μὲν  $AB$  πλευρᾶς ἐπὶ τὰν  $\Delta\Gamma$ , τᾶς δὲ  $A\Delta$  ἐπὶ τὰν  $B\Gamma$  ἐφαρμόξει καὶ ἡ  $\Theta E$  εὐθεῖα ἐπὶ τὰν  $Z\Theta$ , καὶ τὸ  $E$  σαμεῖον ἐπὶ τὸ  $Z$  πεσεῖται· ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρους

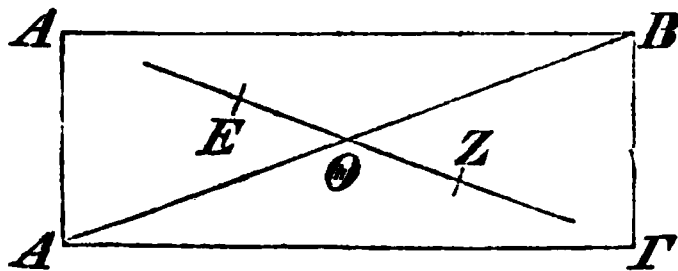
7. ἄλλως] om. F, vulgo. 10.  $\Delta B$ ]  $AB$  F. 11. ἀλλήλοις F; corr. Torellius, ut lin. 12, 13. ἐφαρμοζομενον F. Post σαμεῖον lin. 14 addunt ed. Basil. et Torellius: καὶ τετμήσθω (τετμάσθω) δίχα ἡ  $\Delta B$  κατὰ τὸ  $\Theta$ . 15. ἀπειληφθω

autem lineas  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  eodem modo diuidens. itaque centrum grauitatis parallelogrammi  $AB\Gamma\Delta$  in linea  $EZ$  positum est; hoc enim demonstratum est [prop. 9]. sed eadem de causa etiam in linea  $K\Lambda$  est. itaque punctum  $\Theta$  centrum grauitatis est. in  $\Theta$  autem puncto diametri parallelogrammi concurrunt.<sup>1)</sup> quare demonstratum est, quod proposuimus.

## ALITER.

Sed etiam aliter idem demonstrari potest.

parallelogrammum sit  $AB\Gamma\Delta$ , et diametrus eius sit  $\Delta B$ . itaque trianguli  $AB\Delta$ ,  $B\Delta\Gamma$  aequales et similes sunt [Eucl. I, 34]. quare triangulis inter se congruentibus etiam centra grauitatis eorum congruent



[postul. 4]. sit igitur punctum  $E$  centrum grauitatis trianguli  $AB\Delta$ , et ducatur linea  $E\Theta$  et producat, et abscindatur  $Z\Theta$  aequalis lineae  $\Theta E$ . itaque triangulo  $AB\Delta$  cum triangulo  $B\Delta\Gamma$  congruente et posito latere  $AB$  in  $\Delta\Gamma$  et  $A\Delta$  in  $B\Gamma$ , etiam linea  $\Theta E$  cum  $Z\Theta$  congruet, et punctum  $E$  in  $Z$  cadet. uerum etiam in centrum grauitatis trianguli  $B\Delta\Gamma$  cadet [postul. 4. itaque punctum  $Z$  centrum grauitatis est trianguli

1) Fortasse scribendum *συμπίπτουσι* lin. 5. ceterum cfr. Zeitschr. für Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 10.

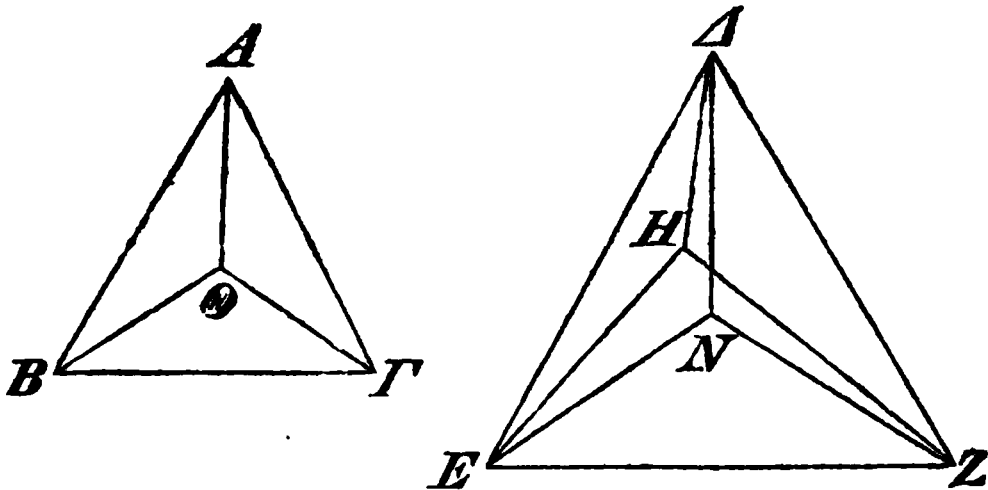
F, uulgo. 16.  $AB\Delta$ ]  $AB\Gamma\Delta$  FV. 17.  $B\Delta\Gamma$ ]  $A\Delta\Gamma$  FV. 18. *εφαρμοξει* F, uulgo; *εφαρμοσει* Torellius.

τοῦ  $B\Delta\Gamma$  τριγώνου. ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν  $AB\Delta$  τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $E$  σαμεῖον, τοῦ δὲ  $\Delta B\Gamma$  τὸ  $Z$ , δῆλον, ὡς τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν τριγώνων συγκειμένου μεγέθους κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ μέσον τῆς  $EZ$  εὐθείας, ὅπερ ἐστὶ τὸ  $\Theta$  σαμεῖον.

ια'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα ὁμοῖα ἀλλάλοις ἢ καὶ ἐν αὐτοῖς σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ποτὶ τὰ τρίγωνα, καὶ τὸ ἐν σαμεῖον τοῦ, ἐν ᾧ ἐστὶ, τριγώνου κέντρον ἢ τοῦ βάρους, καὶ τὸ λοιπὸν σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ, ἐν ᾧ ἐστὶ, τριγώνου. ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κέεσθαι ποτὶ τὰ ὁμοῖα σχήματα, ἀφ' ὧν αἱ ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγομέναι εὐθεῖαι ἴσας ποιέοντι γωνίας ποτὶ ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς.

ἔστω δύο τρίγωνα τὰ  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$ , καὶ ἔστω ὡς ἂ  $A\Gamma$  ποτὶ  $\Delta Z$ , οὕτως ἂ τε  $AB$  ποτὶ  $\Delta E$ , καὶ ἂ  $B\Gamma$



ποτὶ  $EZ$ , καὶ ἐν τοῖς εἰρημένοις τριγώνοις σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ἔστω τὰ  $\Theta$ ,  $N$  ποτὶ τὰ  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  τρίγωνα, καὶ ἔστω τὸ  $\Theta$  κέντρον τοῦ βάρους τοῦ  $AB\Gamma$

1.  $B\Delta\Gamma$ ]  $A\Delta\Gamma$  F; corr. B.      2. τό] του per comp. F.  
 6.  $\Theta'$  F.      7. ἀλλήλοις F; corr. Torellius.      8. προς per comp. F; corr. Torellius.      11. ὁμοίως δὲ ad πλευραῖς delenda cen-

$B\Delta\Gamma$ ]. iam quoniam trianguli  $AB\Delta$  centrum grauitatis est punctum  $E$ , trianguli autem  $\Delta B\Gamma$  punctum  $Z$ , adparet, magnitudinis ex utroque triangulo compositae [h. e. parallelogrammi  $AB\Gamma\Delta$ ] centrum grauitatis esse punctum medium lineae  $EZ$ , quod est punctum  $\Theta$ .<sup>1)</sup>

## XI.

Si dati sunt duo trianguli inter se similes et in iis puncta similiter posita, et alterum punctum eius trianguli, in quo est, centrum grauitatis est, etiam reliquum punctum eius trianguli, in quo est, centrum est grauitatis. puncta autem in figuris similibus similiter posita esse dicimus, a quibus quae ad aequales angulos ducantur lineae, cum lateribus inter se respondentibus aequales angulos efficiant.<sup>2)</sup>

sint duo trianguli  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$ , et sit

$$A\Gamma : \Delta Z = AB : \Delta E = B\Gamma : EZ^3),$$

et in triangulis illis similiter posita sint puncta  $\Theta$ ,  $N$ , et  $\Theta$  punctum centrum grauitatis sit trianguli  $AB\Gamma$ .

1) Nam ex hypothesi est  $E\Theta = \Theta Z$ . audiendum est, punctum  $\Theta$  id esse punctum, in quo diametri concurrant.

2) Mihi quoque haec uerba ex postul. 5 inutiliter repetita suspecta sunt, sed satius duxi, nunc saltem ea relinquere, cum postulata illa eodem modo saepissime per totum hunc librum repetantur, qui loci aut omnes subditiui sunt aut omnes genuini; utrum ueri similius sit, tum diiudicari poterit, si quando de integritate huius libri quaesitum erit.

3) H. e. sit  $AB\Gamma \sim \Delta EZ$  (Eucl. VI, 4).

τριγώνου. λέγω, ὅτι καὶ τὸ  $N$  κέντρον βάρους ἐστὶ τοῦ  $\triangle EZ$  τριγώνου.

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ  $H$  κέντρον βάρους τοῦ  $\triangle EZ$  τριγώνου. καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $\Theta A$ ,  
 $\Theta B$ ,  $\Theta \Gamma$ ,  $\Delta N$ ,  $EN$ ,  $ZN$ ,  $\Delta H$ ,  $EH$ ,  $ZH$ . ἐπεὶ οὖν  
ὁμοῖόν ἐστὶ τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $\triangle EZ$  τριγώνῳ,  
καὶ κέντρα τῶν βαρέων ἐστὶ τὰ  $\Theta$ ,  $H$  σαμεῖα, τῶν δὲ  
ὁμοίων σχημάτων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἐντὶ  
κείμενα, ὥστε ἴσας ποιησοῦντι γωνίας ποτὶ ταῖς ὁμο-  
10 λόγοις πλευραῖς ἕκαστον ἑκάσταις, ἴσα ἄρα ἂ ὑπὸ  $H\Delta E$   
γωνία τᾶ ὑπὸ  $\Theta AB$ . ἀλλὰ ἂ ὑπὸ  $\Theta AB$  γωνία ἴσα  
ἐστὶ τᾶ ὑπὸ  $E\Delta N$  διὰ τὸ ὁμοίως κείσθαι τὰ  $\Theta$ ,  $N$   
σαμεῖα. καὶ ἂ ὑπὸ  $E\Delta N$  γωνία ἄρα ἴσα ἐστὶ τᾶ ὑπὸ  
 $E\Delta H$ , ἂ μείζων τᾶ ἐλάσσονι· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ  
15 ἄρα οὐκ ἐστὶ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ  $\triangle EZ$  τριγώνου  
τὸ  $N$  σαμεῖον. ἔστιν ἄρα.

ιβ'.

Εἰ καὶ δύο τρίγωνα ὁμοῖα ἔωντι, τοῦ δὲ ἐνὸς τρι-  
γώνου κέντρον ἢ τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς εὐθείας, ἃ ἐντι  
20 ἀπὸ τινος γωνίας ἐπὶ μέσαν τὰν βάσιν ἀγομένα, καὶ  
τοῦ λοιποῦ τριγώνου τὸ κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρους  
ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένης γραμμᾶς.

ἔστω δύο τρίγωνα τὰ  $AB\Gamma$ ,  $\triangle EZ$ , καὶ ἔστω ὡς  
ἂ  $A\Gamma$  ποτὶ  $\Delta Z$ , οὕτως ἂ τε  $AB$  ποτὶ  $\Delta E$ , καὶ ἂ  $B\Gamma$   
25 ποτὶ  $Z E$ . καὶ τμαθεῖσας τᾶς  $A\Gamma$  δίχα κατὰ τὸ  $H$   
ἐπεξεύχθω ἂ  $BH$ , καὶ ἔστω τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ

10. ἕκαστον ἑκάσταις] Quaest. Arch. p. 144; ἑκάσταν ἑκάστα  
Torellius. 11. ἰση F; corr. Torellius. 12.  $E\Delta H$  F. 13.  
 $E\Delta H$  et  $E\Delta N$  F, uulgo; permutavi propter sequens ἂ μείζων  
τᾶ ἐλάσσονι. 17. ι' F. 24. προς per comp. F (bis); corr.  
Torellius, ut lin. 25.



dico, etiam  $N$  punctum centrum grauitatis esse trianguli  $\triangle EZ$ .

nam ne sit, sed si fieri potest, punctum  $H$  centrum grauitatis sit trianguli  $\triangle EZ$ . et ducantur lineae  $\odot A$ ,  $\odot B$ ,  $\odot \Gamma$ ,  $\triangle N$ ,  $EN$ ,  $ZN$ ,  $\triangle H$ ,  $EH$ ,  $ZH$ . iam quoniam similes sunt trianguli  $\triangle AB\Gamma$ ,  $\triangle EZ$ , et centra grauitatis sunt puncta  $\odot$ ,  $H$ , et similium figurarum centra grauitatis similiter posita sunt [postul. 4], ita ut singula cum singulis lateribus inter se respondentibus aequales angulos efficiant [postul. 5], erit igitur

$$\angle H\triangle E = \angle \odot AB.$$

sed  $\angle \odot AB = \angle E\triangle N$ , quia puncta  $\odot$ ,  $N$  similiter posita sunt [postul. 5]. quare etiam angulus  $E\triangle N$  aequalis est angulo  $E\triangle H$ , maior minori; quod fieri non potest. quare fieri non potest, ut  $N$  punctum centrum grauitatis trianguli  $\triangle EZ$  non sit. est igitur.

## XII.

Si dati sunt duo trianguli similes, alterius autem trianguli centrum grauitatis in ea linea positum est, quae ab angulo aliquo ad mediam basim<sup>1)</sup> ducta est, etiam reliqui trianguli centrum grauitatis in linea similiter ducta positum erit.

duo trianguli sint  $\triangle AB\Gamma$ ,  $\triangle EZ$ , et sit

$$A\Gamma : \triangle Z = AB : \triangle E = B\Gamma : ZE$$

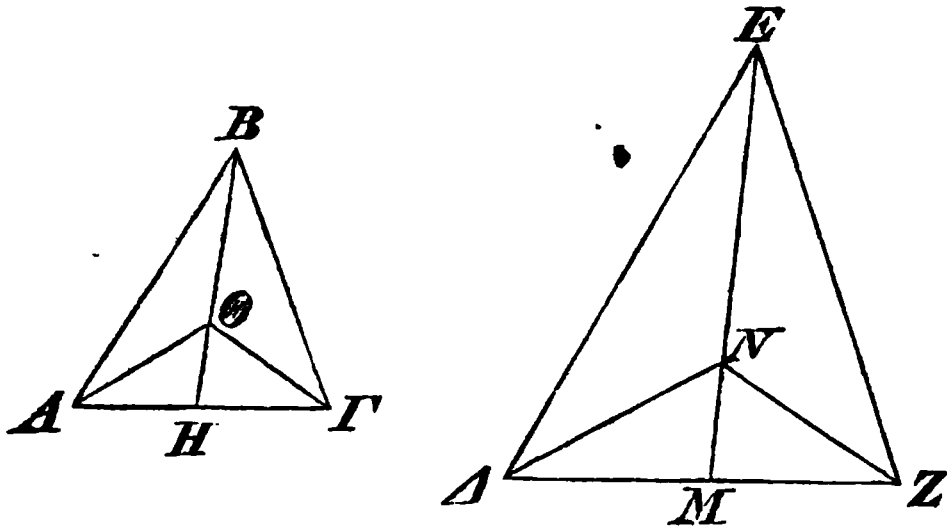
[cfr. p. 169 not. 3]. et linea  $A\Gamma$  in puncto  $H$  in duas partes aequales diuisa ducatur linea  $BH$ , et

---

1) H. e. latus angulo oppositum.

$ΑΒΓ$  τριγώνου ἐπὶ τᾶς  $ΒΗ$  τὸ  $Θ$ . λέγω, ὅτι καὶ τοῦ  $ΕΔΖ$  τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστὶν ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένης εὐθείας.

τετμάσθω ἃ  $ΔΖ$  δίχα κατὰ τὸ  $Μ$ , καὶ ἐπεξεύχθω



5 ἃ  $ΕΜ$ , καὶ πεποιήσθω, ὡς ἃ  $ΒΗ$  ποτὶ  $ΒΘ$ , οὕτως ἃ  $ΜΕ$  ποτὶ  $ΕΝ$ . καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΑΘ$ ,  $ΘΓ$ ,  $ΔΝ$ ,  $ΝΖ$ . ἐπεὶ ἐστὶ τᾶς μὲν  $ΓΑ$  ἡμίσεια ἃ  $ΑΗ$ , τᾶς δὲ  $ΔΖ$  ἡμίσεια ἃ  $ΔΜ$ , ἔστιν ἄρα καί, ὡς ἃ  $ΒΑ$  ποτὶ  $ΕΔ$ , οὕτως ἃ  $ΑΗ$  ποτὶ  $ΔΜ$ . καὶ περὶ ἴσας γωνίας  
 10 αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν ἐντι. ἴσα τε ἄρα ἐστὶν ἃ ὑπὸ  $ΑΗΒ$  γωνία τᾶ ὑπὸ  $ΔΜΕ$ , καὶ ἐστὶν ὡς ἃ  $ΑΗ$  ποτὶ  $ΔΜ$ , οὕτως ἃ  $ΒΗ$  ποτὶ  $ΕΜ$ . ἔστιν δὲ καί, ὡς ἃ  $ΒΗ$  ποτὶ  $ΒΘ$ , οὕτως ἃ  $ΜΕ$  ποτὶ  $ΕΝ$ . καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστίν, ὡς ἃ  $ΑΒ$  ποτὶ  $ΔΕ$ , οὕτως ἃ  $ΒΘ$  ποτὶ  $ΕΝ$ .  
 15 καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν ἐντι. εἰ δὲ τοῦτο, ἴσα ἐστὶν ἃ ὑπὸ  $ΒΑΘ$  γωνία τᾶ ὑπὸ  $ΕΔΝ$ . ὥστε καὶ λοιπὰ ἃ ὑπὸ  $ΘΑΓ$  γωνία ἴσα ἐστὶ τᾶ ὑπὸ  $ΝΔΖ$  γωνία. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἃ μὲν ὑπὸ  $ΒΓΘ$  γωνία ἴσα ἐστὶ τᾶ ὑπὸ  $ΕΖΝ$ , ἃ δὲ ὑπὸ  $ΘΓΗ$  τᾶ ὑπὸ  $ΝΖΜ$  ἴσα. ἐδείχθη

3. ὁμοίως] supra -ως in F manu 2 scriptum est α. 5. πεποιήσθω] γεγονέτω ed. Basil., Torellius. ποτὶ] προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 6, 8, 9, 11, 12, 13 bis, 14 bis. 6.  $ΑΘ$ ]  $ΒΘ$  FV.  $ΔΝ$ ]  $ΔΗ$  F, ut uidetur; V. etiam in

centrum grauitatis trianguli  $AB\Gamma$  in linea  $BH$  positum sit, uelut  $\Theta$ . dico, etiam trianguli  $\Delta EZ$  centrum grauitatis in linea similiter ducta positum esse.

secetur linea  $\Delta Z$  in puncto  $M$  in duas partes aequales, et ducatur linea  $EM$ , et fiat<sup>1)</sup>

$$BH : B\Theta = ME : EN.$$

et ducantur lineae  $A\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$ ,  $\Delta N$ ,  $NZ$ . iam quoniam est  $AH = \frac{1}{2}\Gamma A$  et  $\Delta M = \frac{1}{2}\Delta Z$ , erit etiam

$$BA : E\Delta = AH : \Delta M^2);$$

et latera aequales angulos<sup>3)</sup> comprehendentia proportionalia sunt. quare erit  $\angle AHB = \angle ME$  [Eucl. VI, 6] et  $AH : \Delta M = BH : EM$  [Eucl. VI, 4]. est autem etiam  $BH : B\Theta = ME : EN$  [ex hypothesi]. quare etiam ex aequali erit  $AB : \Delta E = B\Theta : EN^4)$ ; et latera aequales angulos<sup>5)</sup> comprehendentia proportionalia sunt. hoc si est, erit  $\angle BA\Theta = \angle EN$  [Eucl. VI, 6]. quare etiam qui relinquitur<sup>6)</sup> angulus  $\Theta A\Gamma = N\Delta Z$ . et iisdem de causis erit

$$\angle B\Gamma\Theta = \angle EZN \text{ et } \angle \Theta\Gamma H = \angle NZM.$$

1) *πεποιήσθω* lin. 5 pro *γεγονέτω* uestigium recensiois posterioris est; u. Quaest. Arch. p. 70.

2) Nam ex hypothesi est  $BA : E\Delta = A\Gamma : \Delta Z$ .

3) Nam  $BAH = E\Delta M$ , quia  $AB\Gamma \sim \Delta EZ$ .

4) Nam *ἐναλλάξ* erit  $AH : BH = \Delta M : EM$ ; tum u. Eucl. V, 22.

5) Nam  $AB\Theta = \angle EN$  ex Eucl. VI, 6; u. lin. 8 sq.

6) Sc. ablato  $\angle BA\Theta$  ab  $BAH$  et  $\angle EN$  ab  $E\Delta M$ , aequalibus ab aequalibus (Eucl. I *κοιν. ἐνν.* 3).

figura  $H$  pro  $N$  praebet  $F$ . 7.  $NZ$ ]  $HZ$   $FV$ . *ἐπεὶ οὐν ἐστὶ?* 9.  $AH$ ]  $AN$   $F$ ; corr. manus 1. 10. *ἐντι*] scripsi; *εἶσι* per comp.  $F$ , ut lin. 15. 17.  $\acute{\alpha}$ ] addidi; om.  $F$ , uulgo.

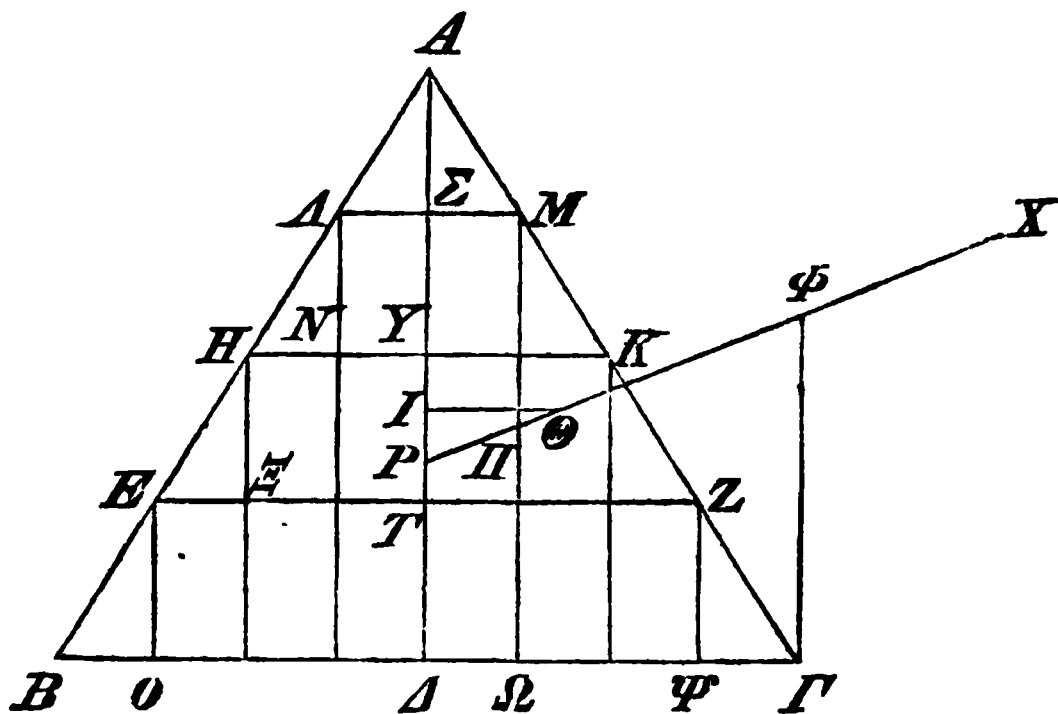
δὲ καὶ ἡ ὑπὸ  $AB\Theta$  τῶ ὑπὸ  $\Delta EM$  ἴσα. ὥστε καὶ  
 λοιπὰ ἡ ὑπὸ  $\Theta B\Gamma$  γωνία ἴσα ἐστὶ τῶ ὑπὸ  $NEZ$ . διὰ  
 ταῦτα δὴ πάντα ὁμοίως κείται τὰ  $\Theta, N$  σαμεῖα [ποτὶ  
 τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας γωνίας ποιεῖ]. ἐπεὶ οὖν  
 5 ὁμοίως κείται τὰ  $\Theta, N$  σαμεῖα, καὶ ἐστὶ τὸ  $\Theta$  κέντρον  
 τοῦ βάρους τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου, καὶ τὸ  $N$  ἄρα κέν-  
 τρον βάρους τοῦ  $\Delta EZ$ .

ιγ'.

Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἐπὶ  
 10 τῆς εὐθείας, ἣ ἐστὶν ἕκ τινος γωνίας ἐπὶ μέσαν ἀγο-  
 μένα τὰν βάσιν.

ἔστω τρίγωνον τὸ  $AB\Gamma$ , καὶ ἐν αὐτῷ ἡ  $A\Delta$  ἐπὶ  
 μέσαν τὰν  $B\Gamma$  βάσιν. δεικτέον, ὅτι ἐπὶ τῆς  $A\Delta$  τὸ  
 κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ  $AB\Gamma$ .

15 μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ  $\Theta$ , καὶ διὰ τού-



του παρὰ τὰν  $B\Gamma$  ἄχθω ἡ  $\Theta I$ . ἀεὶ δὴ δίχα τεμνο-  
 μένας τῆς  $\Delta\Gamma$  ἐσσεῖται ποκὰ ἡ καταλειπομένα ἐλάσ-

3. ταῦτα] Torellius; τα αὐτα F, uulgo. 4. καὶ ἴσας To-

sed demonstratum est  $\angle AB\Theta = \angle EM$ .<sup>1)</sup> quare etiam qui relinquitur<sup>2)</sup> angulus  $\Theta B\Gamma = NEZ$ . itaque propter haec omnia puncta  $\Theta$ ,  $N$  similiter posita sunt [nam cum lateribus respondentibus aequales angulos faciunt].<sup>3)</sup> iam quoniam puncta  $\Theta$ ,  $N$  similiter posita sunt, et  $\Theta$  centrum grauitatis trianguli  $AB\Gamma$  est, etiam  $N$  centrum grauitatis erit trianguli  $\triangle EZ$  [prop. 11].

## XIII.

Cuiusuis trianguli centrum grauitatis in ea linea positum est, quae ab angulo aliquo ad mediam basim<sup>4)</sup> ducitur.

triangulus sit  $AB\Gamma$ , et in eo linea  $A\Delta$  ad mediam basim  $B\Gamma$  [ducta]. demonstrandum, centrum grauitatis trianguli  $AB\Gamma$  in linea  $A\Delta$  positum esse.

nam ne sit, uerum, si fieri potest, sit punctum  $\Theta$ , et per id ducatur  $\Theta I$  lineae  $B\Gamma$  parallela. linea igitur  $\Delta\Gamma$  semper deinceps in duas partes aequales diuisa,

1) Sc. p. 172, 8 sq.; u. not. 5.

2) Sc. ablati  $\angle AB\Theta + B\Gamma\Theta + \Theta\Gamma H + HA\Theta + \Theta AB$  a summa angulorum trianguli  $AB\Gamma$ , et

$$\angle EN + EZN + NZM + M\Delta N + N\Delta E$$

a summa angulorum trianguli  $\triangle EZ$ , aequalibus ab aequalibus.

3) Uerba *ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευράς* lin. 3 necessario ad sequentia: *ἴσας γωνίας ποιεῖ* trahenda sunt, et omnia haec uerba interpolatori tribuo.

4) U. p. 171 not. 1.

rellius; *ἴσας γὰρ* Nizzius.

*τας* F, uulgo. *μεσα* F. Rinaltus.

15. *διὰ τούτου*] *τοῦ*  $\Theta B$ ; *δι' αὐτοῦ* ed. Basil., *εσται* per comp. F, uulgo.

8. *ια'* F.

*αναγομενα* F; corr. Torellius et

17. *ἐσσεῖται*] scripsi; *αποκα* F; corr. Torellius.

10. *τινος*] scripsi;

*δια του* F, uulgo; *δια*

σων τὰς  $\Theta I$ · καὶ διηρήσθω ἑκατέρα τῶν  $B\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$  ἐς  
 τὰς ἴσας, καὶ διὰ τῶν τομῶν παρὰ τὴν  $A\Delta$  ἄχθωσαν,  
 καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $EZ$ ,  $HK$ ,  $\Delta M$ . ἐσσοῦνται δὴ  
 αὐταὶ παρὰ τὴν  $B\Gamma$ . τοῦ δὴ παραλληλογράμμου τοῦ  
 5 μὲν  $MN$  τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς  $\Gamma\Sigma$ ,  
 τοῦ δὲ  $K\Xi$  τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς  $\Gamma\Upsilon$ , τοῦ  
 δὲ  $ZO$  ἐπὶ τῆς  $\Gamma\Delta$ . τοῦ ἄρα ἐκ πάντων συγκειμένου  
 μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς  $\Sigma\Delta$   
 εὐθείας. ἔστω δὴ τὸ  $P$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἅ  $P\Theta$  καὶ ἐκ-  
 10 βεβλήσθω, καὶ ἄχθω παρὰ τὴν  $A\Delta$  ἅ  $\Gamma\Phi$ . τὸ δὴ  
 $A\Delta\Gamma$  τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τῶν  
 $AM$ ,  $MK$ ,  $KZ$ ,  $Z\Gamma$  ἀναγεγραμμένα ὁμοῖα τῷ  $A\Delta\Gamma$   
 τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἅ  $\Gamma A$  ποτὶ  $AM$ , διὰ  
 τὸ ἴσας εἶμεν τὰς  $AM$ ,  $MK$ ,  $Z\Gamma$ ,  $KZ$ . ἐπεὶ δὲ καὶ  
 15 τὸ  $A\Delta B$  τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ ἀπὸ τῶν  $AL$ ,  $LH$ ,  
 $HE$ ,  $EB$  ἀναγεγραμμένα ὁμοῖα τρίγωνα τὸν αὐτὸν  
 ἔχει λόγον, ὃν ἅ  $BA$  ποτὶ  $AL$ , τὸ ἄρα  $AB\Gamma$  τρίγω-  
 νον ποτὶ πάντα τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦτον ἔχει τὸν  
 λόγον, ὃν ἔχει ἅ  $\Gamma A$  ποτὶ  $AM$ . ἀλλὰ ἅ  $\Gamma A$  ποτὶ  
 20  $AM$  μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἅ  $\Phi P$  ποτὶ  $P\Theta$ . ὁ γὰρ  
 τῆς  $\Gamma A$  ποτὶ  $AM$  λόγος ὁ αὐτός ἐστὶ τῷ [ὄλας] τῆς  
 $\Phi P$  ποτὶ  $P\Pi$  διὰ τὸ ὁμοῖα εἶμεν τὰ τρίγωνα. καὶ  
 τὸ  $AB\Gamma$  ἄρα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον

1.  $\Theta I$ ]  $\Theta IE$  FV. τῶν] τῶν per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 11, 15. 2. τῶν τομῶν F, uulgo. 3. εσσοῦνται F; corr. Torellius. 7.  $ZO$ ]  $Z\Theta$  FV. 9. ἔστω] εσται per comp. F; corr. Torellius. 13. πρὸς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 17, 19 bis, 20, 21, 22, 23. 14. εἶναι per comp. F; corr. Torellius.  $MK$ ]  $MZ$  F; corr. B\*.  $KZ$ ,  $Z\Gamma$  B\*, ed. Basil., Torellius. 19. ἀλλὰ ἅ  $\Gamma A$  ποτὶ  $AM$  in mg. F. 21. ὄλας] deleo cum Eutocio. 22. εἶναι per comp. F; corr. Torellius.

aliquando, quae relinquitur, minor erit linea  $\Theta I$ , et utraque linea  $B\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$  in partes [illi] aequales diuidatur, et per puncta sectionum [lineae] parallelae lineae  $A\Delta$  ducantur, et ducantur lineae  $EZ$ ,  $HK$ ,  $AM$ . eae igitur lineae  $B\Gamma$  parallelae erunt [u. Eutocius]. itaque parallelogrammi  $MN$  centrum grauitatis in linea  $T\Sigma$  positum erit, parallelogrammi autem  $K\Xi$  in  $TT$ , parallelogrammi autem  $ZO$  in  $T\Delta$  [prop. 9]. itaque magnitudinis ex omnibus compositae centrum grauitatis in linea  $\Sigma\Delta$  positum erit [prop. 4]. sit igitur  $P$ , et ducatur  $P\Theta$  et producat, et lineae  $A\Delta$  parallela ducatur  $\Gamma\Phi$ . triangulus igitur  $A\Delta\Gamma$  ad omnes triangulos triangulo  $A\Delta\Gamma$  similes, qui in lineis  $AM$ ,  $MK$ ,  $KZ$ ,  $Z\Gamma$  constructi sunt, eam rationem habet, quam  $\Gamma A : AM$ , quia lineae  $AM$ ,  $MK$ ,  $Z\Gamma$ ,  $KZ$  aequales sunt<sup>1)</sup> [u. Eutocius]. et quoniam etiam triangulus  $A\Delta B$  ad omnes triangulos similes in lineis  $A\Lambda$ ,  $\Delta H$ ,  $HE$ ,  $EB$  constructos eandem rationem habet, quam  $BA : A\Lambda$ , triangulus igitur  $AB\Gamma$  ad omnes illos triangulos eam rationem habet, quam habet  $\Gamma A : AM$ .<sup>2)</sup> sed  $\Gamma A : AM > \Phi P : P\Theta$ ; nam  $\Gamma A : AM = \Phi P : P\Pi$ , quia trianguli similes sunt<sup>3)</sup> [u. Eutocius]. quare etiam triangulus  $AB\Gamma$  ad eos,

1) Eutocius praebet  $\epsilon\acute{\iota}\mu\epsilon\nu\ \tau\acute{\alpha}\varsigma\ \epsilon\upsilon\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha\varsigma$  lin. 14; quare puto, litteras lin. 14 ab interpolatore pro genuino substitutas esse (prauo ordine).

2) Sint enim summae triangulorum  $s$  et  $s_1$ . erit  
 $A\Delta\Gamma : s = \Gamma A : AM$ ,  $A\Delta B : s_1 = BA : A\Lambda$ ;  
 sed  $\Gamma A : AM = BA : A\Lambda$ , quia  $AM \nparallel B\Gamma$  (Eucl. VI, 2). itaque  
 $A\Delta\Gamma : A\Delta B = s : s_1$ ; unde  $\sigma\nu\nu\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\iota$ :

$$AB\Gamma : A\Delta B = s + s_1 : s_1;$$

h. e.  $AB\Gamma : s + s_1 = A\Delta B : s_1 = BA : A\Lambda = \Gamma A : AM$ .

3) Verba  $\delta\acute{\iota}\alpha\ \tau\acute{o}\ \acute{o}\mu\omicron\iota\alpha\ \epsilon\acute{\iota}\mu\epsilon\nu\ \tau\acute{\alpha}\ \tau\acute{\rho}\acute{\iota}\gamma\omega\nu\alpha$  lin. 22 non habuit Eutocius.

ἔχει, ἥπερ ἂ  $\Phi P$  ποτὶ  $P\Theta$ . ὥστε καὶ διελόντι τὰ  $MN$ ,  
 $K\Xi$ ,  $ZO$  παραλληλόγραμμα ποτὶ τὰ καταλειπόμενα  
 τρίγωνα μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἂ  $\Phi\Theta$  ποτὶ  $\Theta P$ .  
 γεγονέτω οὖν ἐν τῷ τῶν παραλληλογράμμων ποτὶ τὰ  
 5 τρίγωνα λόγῳ ἂ  $X\Theta$  ποτὶ  $\Theta P$ . ἐπεὶ οὖν ἐστὶ τι μέ-  
 γεθος τὸ  $AB\Gamma$ , οὗ τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ  $\Theta$ ,  
 καὶ ἀφηγήται ἀπ' αὐτοῦ μέγεθος τὸ συγκείμενον ἐκ  
 τῶν  $MN$ ,  $K\Xi$ ,  $ZO$  παραλληλογράμμων, καὶ ἐστὶν τοῦ  
 ἀφηρημένου μεγέθους κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $P$  σα-  
 10 μείον, τοῦ ἄρα λοιποῦ μεγέθους τοῦ συγκειμένου ἐκ  
 τῶν περιλειπομένων τριγώνων κέντρον τοῦ βάρους  
 ἐστὶν ἐπὶ τῆς  $P\Theta$  εὐθείας ἐκβληθείσας εὐθείας ἀπο-  
 λαφθείσας ποτὶ τὰν  $\Theta P$  τοῦτον ἐχούσας τὸν λόγον,  
 ὃν ἔχει τὸ ἀφαιρεθὲν μέγεθος ποτὶ τὸ λοιπόν. τὸ ἄρα  
 15  $X$  σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ συγκειμένου  
 μεγέθους ἐκ τῶν περιλειπομένων· ὅπερ ἀδύνατον. τῆς  
 γὰρ διὰ τοῦ  $X$  εὐθείας παρὰ τὰν  $A\Delta$  ἀγομένας ἐν  
 τῷ ἐπιπέδῳ ἐπὶ ταῦτά πάντα ἐντί, τουτέστιν ἐπὶ θά-  
 τερον μέρος. δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

20

## ΑΛΛΩΣ ΤΟ ΑΤΤΟ.

ἔστω τρίγωνον τὸ  $AB\Gamma$ , καὶ ἄχθω ἂ  $A\Delta$  ἐπὶ μέ-  
 σαν τὰν  $B\Gamma$ . λέγω, ὅτι ἐπὶ τῆς  $A\Delta$  τὸ κέντρον ἐστὶ  
 τοῦ βάρους τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου.

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐπεξεύχ-  
 25 θωσαν αἶ τε  $A\Theta$ ,  $\Theta B$ ,  $\Theta \Gamma$  καὶ αἶ  $E\Delta$ ,  $Z E$  ἐπὶ μέ-

1. ἔχει] om. F.      προς per comp. F; corr. Torellius, ut  
 lin. 2, 3, 4, 5.      8.  $KZ$ ,  $\Xi O$  F.      12.  $P\Theta$ ]  $E\Theta$  FV.      εὐ-  
 θείας] (alt.) scripsi; και F, vulgo.      13. ποτὶ] Torellius; επι  
 F, vulgo.      17. τὰν] compendio singulari F.      18. πάντα  
 ἐντί] ἐσσεῖται πάντα τὰ κέντρα (τρίγωνα?) Eutocius.



quos commemorauimus, maiorem rationem habet, quam  $\Phi P : P\Theta$ . quare etiam dirimendo parallelogramma  $MN$ ,  $K\Xi$ ,  $ZO$  ad triangulos reliquos maiorem rationem habent, quam  $\Phi\Theta : \Theta P$ .<sup>1)</sup> fiat igitur rationi parallelogrammorum et triangulorum aequalis ratio

$$X\Theta : \Theta P$$
<sup>2)</sup>

iam quoniam est magnitudo quaedam  $AB\Gamma$ , cuius centrum grauitatis est  $\Theta$ , et ab ea magnitudo ablata est, quae composita est ex parallelogrammis  $MN$ ,  $K\Xi$ ,  $ZO$ , et magnitudinis ablatae centrum grauitatis est punctum  $P$ , reliquae igitur magnitudinis, quae ex triangulis relictis composita est, centrum grauitatis in producta linea  $P\Theta$  positum est, linea ab ea abscisa, quae ad  $\Theta P$  eam rationem habet, quam magnitudo ablata ad reliquam [prop. 8]. itaque punctum  $X$  centrum grauitatis est magnitudinis ex [triangulis] relictis compositae; quod fieri non potest. nam omnes [trianguli] in eadem parte sunt lineae per  $X$  in plano ductae lineae  $A\Delta$  parallelae, h. e. in altera parte. itaque constat propositum.<sup>3)</sup>

#### IDEM ALITER.

Sit triangulus  $AB\Gamma$ , et ducatur  $A\Delta$  ad mediam  $B\Gamma$ . dico, centrum grauitatis trianguli  $AB\Gamma$  in linea  $A\Delta$  positum esse.

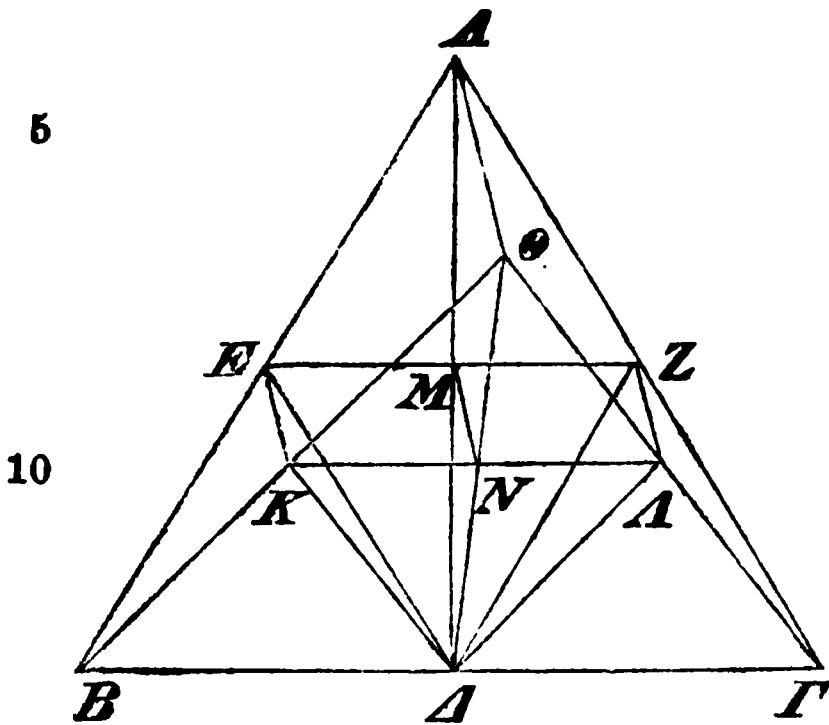
nam ne sit, uerum, si fieri potest, sit  $\Theta$ , et ducantur lineae  $A\Theta$ ,  $\Theta B$ ,  $\Theta\Gamma$ , et lineae  $E\Delta$ ,  $ZE$  ad me-

1) Cfr. Pappus VII, 45 p. 684 et supra uol. I p. 235 not. 1.

2) Adparet enim,  $X\Theta$  maiorem esse quam  $\Phi\Theta$  (Eucl. V, 8).

3) Res ipsa satis adparet ex postul. 7, sed uerba Archimedis obscuriora sunt, nec ea Eutocius intellexisse uidetur.

σας τὰς  $ΒΑ$ ,  $ΑΓ$ , καὶ παρὰ τὰν  $ΑΘ$  ἄχθωσαν αἱ  $ΕΚ$ ,  
 $ΖΑ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΚΑ$ ,  $ΑΔ$ ,  $ΔΚ$ ,  $ΔΘ$ ,  $ΜΝ$ .



ἐπεὶ ὁμοῖόν ἐστι τὸ  
 $ΑΒΓ$  τρίγωνον τῷ  
 $ΔΖΓ$  τριγώνῳ διὰ τὸ  
 παράλληλον εἶμεν τὰν  
 $ΒΑ$  τῶν  $ΖΑ$ , καὶ ἐστι  
 τοῦ  $ΑΒΓ$  τριγώνου  
 κέντρον τοῦ βάρους  
 τὸ  $Θ$  σαρμεῖον, καὶ τοῦ  
 $ΖΔΓ$  ἄρα τριγώνου  
 κέντρον τοῦ βάρους  
 ἐστι τὸ  $Α$  σαρμεῖον.  
 ὁμοίως γὰρ ἐντι κεί-

15 μενα τὰ  $Θ$ ,  $Α$  σαρμεῖα ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων, ἐπει-  
 δήπερ ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας ποιεῖντι γωνίας·  
 φανερόν γὰρ τοῦτο. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῦ  $ΕΒΔ$  κέν-  
 τρον τοῦ βάρους ἐστι τὸ  $Κ$  σαρμεῖον. ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφο-  
 τέρων τῶν  $ΕΒΔ$ ,  $ΖΔΓ$  τριγώνων συγκειμένου μεγέ-  
 20 θεος κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ μέσας τὰς  $ΚΑ$   
 εὐθείας, ἐπειδήπερ ἴσα ἐντι τὰ  $ΕΒΔ$ ,  $ΖΔΓ$  τρίγωνα.  
 καὶ ἐστὶν τὰς  $ΚΑ$  μέσον τὸ  $Ν$ , ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἂν  $ΒΕ$   
 ποτὶ  $ΕΑ$ , οὕτως ἂν  $ΒΚ$  ποτὶ  $ΘΚ$ , ὡς δὲ ἂν  $ΓΖ$  ποτὶ  
 $ΖΑ$ , οὕτως ἂν  $ΓΑ$  ποτὶ  $ΑΘ$ . εἰ δὲ τοῦτο, ἐστὶν ἂν  $ΒΓ$   
 25 τῶν  $ΚΑ$  παράλληλος. καὶ ἐπεξεύκται ἂν  $ΔΘ$ . ἐστὶν ἄρα,  
 ὡς ἂν  $ΒΔ$  ποτὶ  $ΔΓ$ , οὕτως ἂν  $ΚΝ$  ποτὶ τὰν  $ΝΑ$ .  
 ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν εἰρημένων τριγώνων συγ-

3. ἐπεὶ οὐν? 6. εἶναι per comp. F; corr. Torellius.  
 τὰν] τον F; corr. Torellius. 14. ἀντικειμένα F; corr. Torel-  
 lius. 16. προς per comp. F; corr. Torellius, ut semper hac  
 in pagina. ποιῶντι F, vulgo. 26.  $ΔΓ$ ] B F.

dias lineas  $BA$ ,  $A\Gamma$ , et lineae  $A\Theta$  parallelae ducantur  $EK$ ,  $Z\Lambda$ , et ducantur  $K\Lambda$ ,  $\Lambda\Delta$ ,  $\Delta K$ ,  $\Delta\Theta$ ,  $MN$ . iam quoniam  $AB\Gamma \sim \Delta Z\Gamma$ , quia  $BA \neq Z\Delta$ <sup>1)</sup>, et trianguli  $AB\Gamma$  centrum grauitatis est punctum  $\Theta$ , etiam trianguli  $Z\Delta\Gamma$  centrum grauitatis est punctum  $\Lambda$  [prop. 11]. nam puncta  $\Theta$ ,  $\Lambda$  similiter posita sunt in utroque triangulo, quoniam cum lateribus inter se respondentibus aequales angulos faciunt; hoc enim manifestum est.<sup>2)</sup> eadem igitur de causa etiam trianguli  $EB\Delta$  centrum grauitatis est  $K$ . quare magnitudinis ex utroque triangulo  $EB\Delta$ ,  $Z\Delta\Gamma$  compositae centrum grauitatis in media linea  $K\Lambda$  positum est, quoniam  $EB\Delta = Z\Delta\Gamma$ <sup>3)</sup> [prop. 4]. et medium punctum lineae  $K\Lambda$  est  $N$ , quoniam est  $BE : EA = BK : \Theta K$  [Eucl. VI, 2; nam  $EK \neq A\Theta$ ] et  $\Gamma Z : ZA = \Gamma\Lambda : \Lambda\Theta$  [nam  $Z\Delta \neq A\Theta$ ]. hoc si est, erit  $B\Gamma \neq K\Lambda$ .<sup>4)</sup> et ducta est  $\Delta\Theta$ . quare erit  $B\Delta : \Delta\Gamma = KN : N\Lambda$ .<sup>5)</sup> quare magnitudinis ex utroque triangulo compositae

1) Nam  $A\Gamma : Z\Gamma = B\Gamma : \Delta\Gamma = 2$ ; tum u. Eucl. VI, 2 b.

2) Nam cum  $A\Theta \neq Z\Lambda$  et  $\angle B\Lambda\Gamma = \Delta Z\Gamma$ , erit

$$\angle \Theta AZ = \angle Z\Gamma\Lambda \text{ et } \angle B\Lambda\Theta = \angle Z\Lambda\Delta;$$

praeterea  $Z\Gamma\Lambda$ ,  $\Lambda\Gamma\Delta$  communes sunt, et quoniam est

$$Z\Gamma : A\Gamma = \Delta\Gamma : \Theta\Gamma = 1 : 2 = \Delta\Gamma : B\Gamma,$$

erit  $\Delta\Lambda \neq B\Theta$ , et  $\angle \Lambda\Delta\Gamma = \angle \Theta B\Delta$ ; quare etiam reliquis  $Z\Delta\Lambda = AB\Theta$ . ceterum cfr. Eutocius, ex cuius lemmate: *ὁμοίως γὰρ ἐντι κείμενα τὰ  $\Theta$ ,  $K$ ,  $\Lambda$  ἐν τοῖς τριγώνοις* concludi posse uidetur, ei aliam huius loci formam sub oculis fuisse.

3) Eucl. I, 38; nam  $B\Delta = \Delta\Gamma$  et  $EZ \neq B\Gamma$ ; quare altitudines aequales.

4) Nam  $BE : EA = \Gamma Z : ZA$ ; quare etiam

$$\Gamma\Lambda : \Lambda\Theta = BK : \Theta K;$$

tum u. Eucl. VI, 2.

5) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 3.

κειμένου μεγέθους κέντρον ἐστὶ τὸ  $N$ . ἔστιν δὲ καὶ τοῦ  $AE\Delta Z$  παραλληλογράμμου κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $M$  σαμεῖον. ὥστε τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τᾶς  $MN$  εὐθείας. ἔστιν δὲ καὶ τοῦ  $AB\Gamma$  κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $\Theta$  σαμεῖον. ἂν  $MN$  ἄρα ἐκβαλλομένα πορευέται διὰ τοῦ  $\Theta$  σαμείου· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου οὐκ ἐστὶν ἐπὶ τᾶς  $A\Delta$  εὐθείας. ἔστιν ἄρα ἐπ' αὐτᾶς.

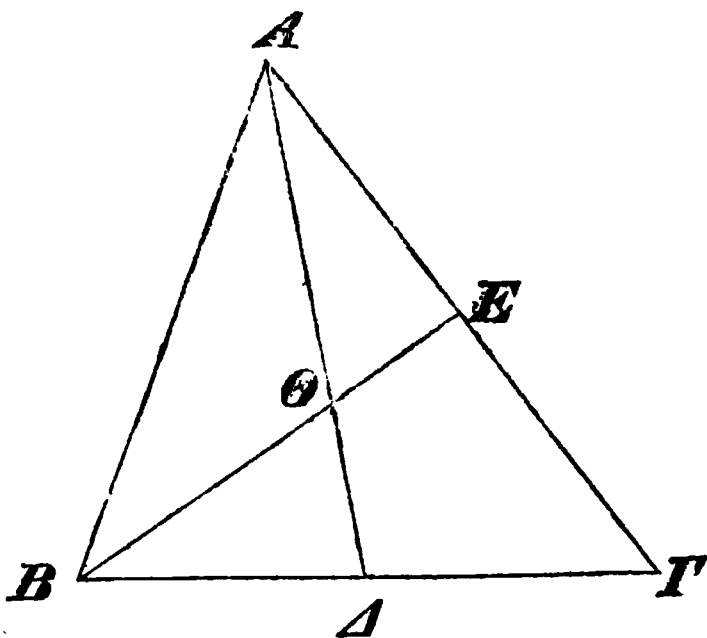
10

ιδ'.

Παντὸς τριγώνου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ συμπύκνουντι τοῦ τριγώνου αἱ ἐκ τᾶν γωνιῶν ἐπὶ μέσας τὰς πλευρὰς ἀγομέναι εὐθεῖαι.

15

20



ἔστω τρίγωνον τὸ  $AB\Gamma$ , καὶ ἄχθω ἂν μὲν  $A\Delta$  ἐπὶ μέσαν τὰν  $B\Gamma$ , ἂν δὲ  $BE$  ἐπὶ μέσαν τὰν  $AG$ . ἐσσεῖται δὴ τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐφ' ἑκατέρας τᾶν  $A\Delta$ ,  $BE$ . δεδείκται γὰρ τοῦτο. ὥστε τὸ  $\Theta$  σαμεῖον κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν.

25

ιε'.

Παντὸς τραπεζίου τὰς δύο πλευρὰς ἔχοντος παραλλήλους ἀλλάλαις τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιξενυγνούσας τὰς διχοτομίας τᾶν

1. ἐστὶ τοῦ βάρους Torellius. 6. διὰ] δε δια F. 10. ιβ' F.

centrum grauitatis est  $N$ . sed etiam parallelogrammi  $AE\Delta Z$  centrum grauitatis est  $M$  [prop. 10]. itaque magnitudinis ex omnibus compositae centrum grauitatis in linea  $MN$  positum est [p. 149 not. 1]. sed etiam centrum grauitatis trianguli  $AB\Gamma$  punctum  $\Theta$  est. itaque linea  $MN$  producta per punctum  $\Theta$  ibit; quod fieri non potest.<sup>1)</sup> quare fieri non potest, ut centrum grauitatis trianguli  $AB\Gamma$  in linea  $A\Delta$  positum non sit. itaque in ea est.

## XIV.

Cuiusuis trianguli centrum grauitatis est punctum, in quo lineae ab angulis ad media latera ductae concurrunt.

triangulus sit  $AB\Gamma$ , et ducatur  $A\Delta$  ad mediam  $B\Gamma$ ,  $BE$  autem ad mediam  $A\Gamma$ . erit igitur trianguli  $AB\Gamma$  centrum grauitatis in utraque linea  $A\Delta$ ,  $BE$ ; hoc enim demonstratum est [prop. 13]. quare punctum  $\Theta$  centrum grauitatis est.

## XV.

Cuiusuis trapezii duo latera inter se parallela habentis centrum grauitatis in ea linea positum est, quae media puncta parallelarum iungit, ita diuisa, ut

---

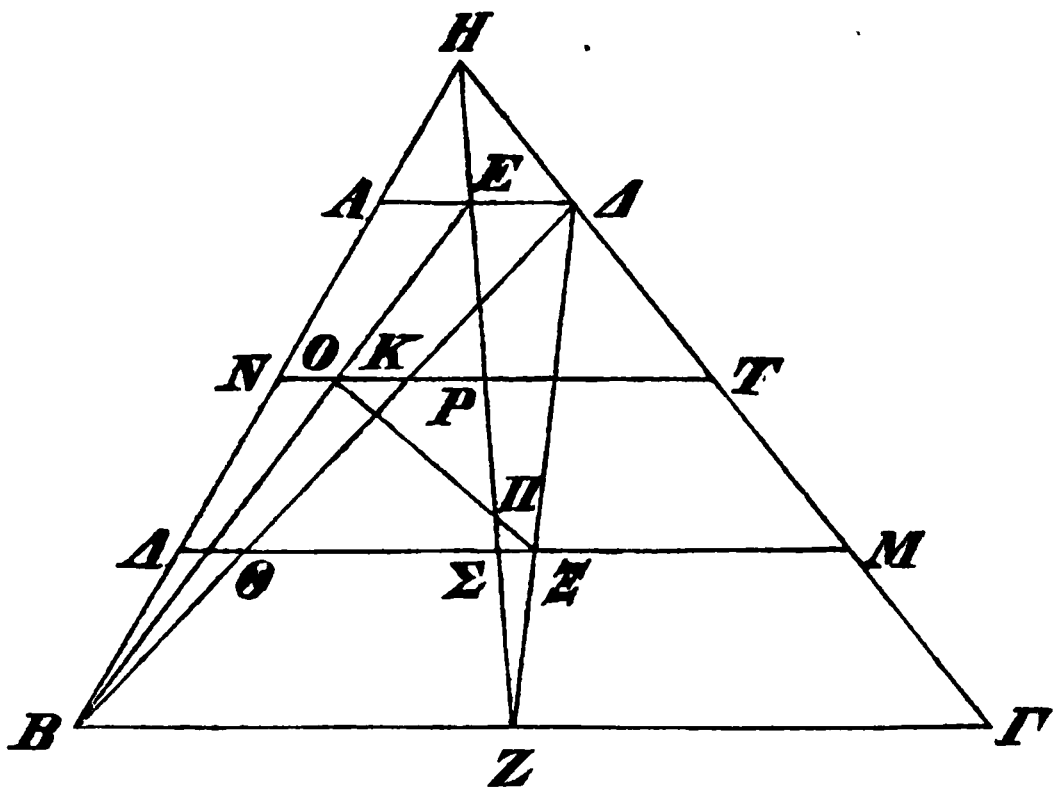
1) Nam  $EM = MZ$ ,  $KN = NA$ ; quare  $MN \neq ZA \neq A\Theta$ .

---

12. των γωνιων F, uulgo. 18. έσσείται] scripsi; ει F, uulgo; έστι B, Torellius. 19. τό] addidi; om. F, uulgo. 21. των per comp. F; corr. Torellius. 25. ιγ' F. 27. αλληλαις F; corr. Torellius. 28. τᾶν] των F, uulgo.

παραλλήλων διαιρεθείσας, ὥστε τὸ τμήμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὰν διχοτομίαν τᾶς ἐλάσσονος τᾶν παραλλήλων ποτὶ τὸ λοιπὸν τμήμα τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρος ἂ ἴσα τᾶ διπλασίᾳ τᾶς μείζονος 5 μετὰ τᾶς ἐλάσσονος ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ἐλάσσονος μετὰ τᾶς μείζονος τᾶν παραλλήλων.

ἔστω τραπέζιον τὸ  $ΑΒΓΔ$  παραλλήλους ἔχον τὰς  $ΑΔ$ ,  $ΒΓ$ , ἂ δὲ  $ΕΖ$  ἐπιζευγνύετω τὰς διχοτομίας τᾶν  $ΑΔ$ ,  $ΒΓ$ . ὅτι οὖν ἐπὶ τᾶς  $ΕΖ$  ἔστι τὸ κέντρον τοῦ



- 10 τραπέζιου, φανερόν. ἔὰν γὰρ ἐκβαλῆς τὰς  $ΓΔΗ$ ,  $ΖΕΗ$ ,  $ΒΑΗ$ , δῆλον, ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σαμεῖον ἐρχόνται. ἔσσειται οὖν τοῦ  $ΗΒΓ$  τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς  $ΗΖ$ , καὶ ὁμοίως τοῦ  $ΑΗΔ$  τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς  $ΕΗ$ . καὶ λοιποῦ ἄρα τοῦ  
15  $ΑΒΓΔ$  τραπέζιου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἔσσειται ἐπὶ τᾶς  $ΕΖ$ . ἐπιζευχθεῖσα δὲ ἂ  $ΒΔ$  διηρήσθω εἰς τρία ἴσα κατὰ τὰ  $Κ$ ,  $Θ$  σαμεῖα, καὶ δι' αὐτῶν παρὰ τὰν

1. αυτε cum comp. ης F. 2. τάν] των F; corr. Rinaltus.

pars eius terminum habens punctum medium minoris parallelarum ad reliquam partem eam habeat rationem, quam habet linea duplici maiori aequalis simul cum minore ad duplicem minorem simul cum maiore parallelarum.

trapezium sit  $AB\Gamma\Delta$  latera  $A\Delta$ ,  $B\Gamma$  parallela habens, et linea  $EZ$  media puncta linearum  $A\Delta$ ,  $B\Gamma$  iungat. iam centrum [grauitatis] trapezii in linea  $EZ$  esse, manifestum est. nam si produxeris lineas  $\Gamma\Delta H$ ,  $ZEH$ ,  $BAH$ , adparet, eas in idem punctum incidere [u. Eutocius]. itaque trianguli  $H\Gamma B$  centrum grauitatis in linea  $HZ$  positum erit [prop. 13], et eodem modo trianguli  $AH\Delta$  centrum grauitatis in linea  $EH$  positum erit [prop. 13]. itaque quod relinquitur, trapezii  $AB\Gamma\Delta$  centrum grauitatis in linea  $EZ$  positum erit [prop. 8]. ducta autem linea  $B\Delta$  in tres partes aequales diuidatur in punctis  $K$ ,  $\Theta$ , et per ea lineae

$\tau\acute{\alpha}\nu$ ] των per comp. F, uulgo, ut lin. 6. 4. τας διπλασιας F; corr. B. 5. προς per comp. F; corr. Torellius. 7. τραπεζειον F. 10. εκβαλη F. 11. ἐσσεῖται οὖν] scripsi; εσται (comp.) το F, uulgo. 13. τό] addidi; om. F, uulgo. 15. τραπεζειον F; corr. Torellius. τό] addidi; ει deletum manu 1 F; om. uulgo. εσται per comp. F, uulgo, ut p. 186 lin. 2.

$BΓ$  ἄχθωσαν αἰ  $ΛΘΜ$ ,  $NΚΤ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἰ  $ΔΖ$ ,  $ΒΕ$ ,  $ΟΞ$ . ἐσσεῖται δὴ τοῦ μὲν  $ΔΒΓ$  τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς  $ΘΜ$ , ἐπειδήπερ τρίτον μέρος ἂ  $ΘΒ$  τᾶς  $ΒΔ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Θ$  σαμείου παρ-  
 5 ἄλληλος τᾶ βάσει ἄκται ἂ  $ΜΘ$ . ἔστιν δὲ τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ  $ΔΒΓ$  τριγώνου καὶ ἐπὶ τᾶς  $ΔΖ$ . ὥστε τὸ  $Ξ$  κέντρον τοῦ βάρους τοῦ εἰρημένου τριγώνου. διὰ ταῦτά δὲ καὶ τὸ  $Ο$  σαμείον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ  $ΑΒΔ$  τριγώνου. τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν  
 10  $ΑΒΔ$ ,  $ΒΔΓ$  τριγώνων συγκειμένου μεγέθους, ὅπερ ἐστὶ τὸ τραπέζιον, τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς  $ΟΞ$  εὐθείας. ἔστιν δὲ τοῦ εἰρημένου τραπέζιου τὸ κέντρον τοῦ βάρους καὶ ἐπὶ τᾶς  $ΕΖ$ . ὥστε τοῦ  $ΑΒΓΔ$  τραπέζιου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τὸ  $Π$  σαμείον. ἔχοι  
 15 δ' ἂν τὸ  $ΒΔΓ$  τρίγωνον ποτὶ τὸ  $ΑΒΔ$  λόγον, ὃν ἂ  $ΟΠ$  ποτὶ  $ΠΞ$ . ἀλλ' ὡς τὸ  $ΒΔΓ$  τρίγωνον ποτὶ τὸ  $ΑΒΔ$  τρίγωνον, οὕτως ἐντὶ ἂ  $ΒΓ$  ποτὶ  $ΑΔ$ , ὡς δὲ ἂ  $ΟΠ$  ποτὶ  $ΠΞ$ , οὕτως ἂ  $ΡΠ$  ποτὶ  $ΠΣ$ . καὶ ὡς ἄρα ἂ  $ΒΓ$  ποτὶ  $ΑΔ$ , οὕτως ἂ  $ΡΠ$  ποτὶ  $ΠΣ$ . ὥστε καὶ  
 20 ὡς δύο αἰ  $ΒΓ$  μετὰ τᾶς  $ΑΔ$  ποτὶ δύο τὰς  $ΑΔ$  μετὰ τᾶς  $ΒΓ$ , οὕτως δύο αἰ  $ΡΠ$  μετὰ τᾶς  $ΠΣ$  ποτὶ δύο τὰς  $ΠΣ$  μετὰ τᾶς  $ΠΡ$ . ἀλλὰ δύο μὲν αἰ  $ΡΠ$  μετὰ τᾶς  $ΠΣ$  συναμφοτέρως ἐστὶν ἂ  $ΣΡΠ$ , τουτέστιν ἂ  $ΠΕ$ . δύο δὲ αἰ  $ΠΣ$  μετὰ τᾶς  $ΠΡ$  συναμφοτέρως ἐστὶν ἂ  
 25  $ΡΣΠ$ , τουτέστιν ἂ  $ΠΖ$ . δεδείκται ἄρα τὰ προτεθέντα.

11. τὸ τραπέζιον] cum B; τραπέξειον F; τραπέξειον uulgo; τραπέξειον V, Torellius. τό] addidi; om. F, uulgo. 12. εὐθείας ἐστίν? τραπέξειον F; corr. V. τό] addidi; om. F, uulgo. 14. τραπέξειον F; corr. Torellius. 15. προς per comp. F; corr. Torellius, ut semper hac in pagina. 23. τουτέστιν] per comp. F, ut lin. 25. 25.  $ΡΣΠ$ ] scripsi;  $ΡΠΣ$  F, uulgo.



$B\Gamma$  parallelae ducantur  $A\Theta M$ ,  $NKT$ , et ducantur  $\Delta Z$ ,  $BE$ ,  $OΞ$ . erit igitur trianguli  $\Delta B\Gamma$  centrum grauitatis in linea  $\Theta M$  positum, quoniam  $\Theta B = \frac{1}{3} B\Delta$  [u. Eutocius et prop. 14], et per punctum  $\Theta$  basi parallela ducta est linea  $M\Theta$ .<sup>1)</sup> sed centrum grauitatis trianguli  $\Delta B\Gamma$  etiam in linea  $\Delta Z$  positum erit [prop. 13]. itaque punctum  $Ξ$  centrum grauitatis est illius trianguli. et eadem de causa etiam punctum  $O$  centrum grauitatis est trianguli  $AB\Delta$ . magnitudinis igitur ex utroque triangulo  $AB\Delta$ ,  $B\Delta\Gamma$  compositae, h. e. trapezii, centrum grauitatis in linea  $OΞ$  positum erit. sed centrum grauitatis huius trapezii etiam in  $EZ$  positum est. quare trapezii  $AB\Gamma\Delta$  centrum grauitatis est punctum  $\Pi$ . erit autem

$$B\Delta\Gamma : AB\Delta = O\Pi : \PiΞ \text{ [prop. 6 et 7].}$$

sed  $B\Delta\Gamma : AB\Delta = B\Gamma : A\Delta$  [Eucl. VI, 1], et

$$O\Pi : \PiΞ = P\Pi : \Pi\Sigma$$
<sup>2)</sup>

quare  $B\Gamma : A\Delta = P\Pi : \Pi\Sigma$ . quare etiam

$$2B\Gamma + A\Delta : 2A\Delta + B\Gamma = 2P\Pi + \Pi\Sigma : 2\Pi\Sigma + \Pi P$$
<sup>3)</sup>

sed  $2P\Pi + \Pi\Sigma = \Sigma P + P\Pi = \Pi E$ <sup>4)</sup>; et

$$2\Pi\Sigma + \Pi P = P\Sigma + \Sigma\Pi = \Pi Z$$
<sup>5)</sup>

itaque demonstrata sunt, quae proposita erant.

1) Haec uerba: καὶ διὰ τοῦ  $\Theta$  lin. 4 — ἄκται ἃ  $M\Theta$  lin. 5 Eutocius habuisse non uidetur.

2) Nam  $OP\Pi \sim \Sigma\PiΞ$ ; tum u. Eucl. VI, 4.

3) Cfr. Quaest. Arch. p. 48.

4) Nam  $EP = P\Sigma = \Sigma Z$ , quia  $AN = NA = BA$  et  $NT \neq AM \neq B\Gamma$ .

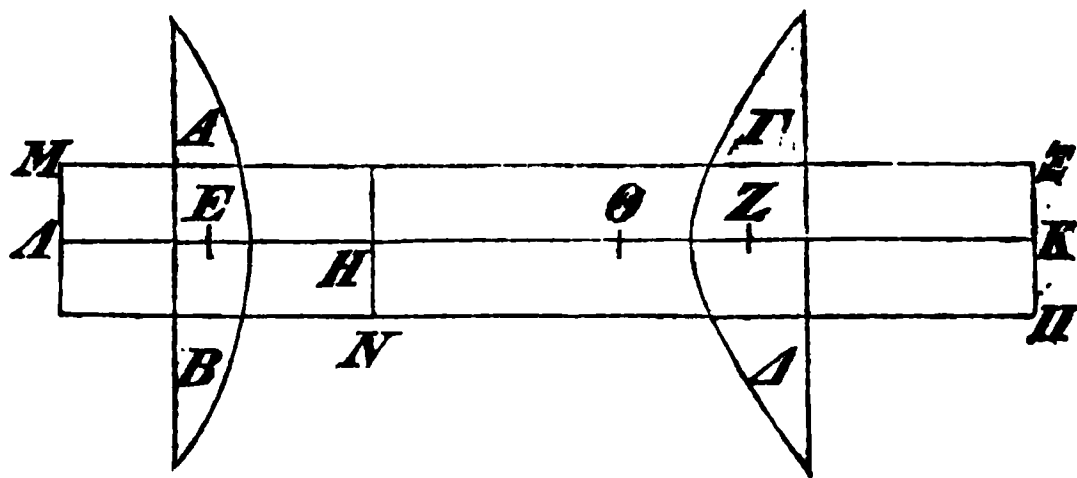
5) Erit igitur  $2B\Gamma + A\Delta : 2A\Delta + B\Gamma = \Pi E : \Pi Z$ .

Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν β'.

α'.

Εἴ κα δύο χωρία περιεχόμενα ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν δο-  
 5 θείσαν εὐθείαν παραβαλεῖν, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ  
 βάρους ἔχωντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων αὐτῶν συγκειμένου  
 μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐσσεύεται ἐπὶ τᾶς εὐ-  
 θείας τᾶς ἐπιξενυγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρους αὐτῶν  
 10 διαιρέον οὕτως τὰν εἰρημένηαν εὐθείαν, ὥστε τὰ τμά-  
 ματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν  
 τοῖς χωρίοις.

ἔστω δύο χωρία τὰ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , οἷα εἰρήται· κέν-  
 τρα δὲ αὐτῶν τοῦ βάρους ἔστω τὰ  $E$ ,  $Z$  σαμεῖα, καὶ  
 ὃν ἔχει λόγον τὸ  $AB$  ποτὶ τὸ  $\Gamma\Delta$ , τοῦτον ἔχέτω ἃ



15  $Z\Theta$  ποτὶ  $\Theta E$ . δεικτέον, ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν

1. εἰσοροπικῶν β F. comp. ἦν uel ἰν F.

2. α' ] om. F.

5. παραβαλ cum

6. ἔχωντι] scripsi; ἔχοντα F, uulgo;

## De planorum aequilibriis liber II.

### I.

Si duo spatia comprehensa linea recta et sectione conici rectanguli, quae datae lineae adplicare possumus<sup>1)</sup>, idem centrum grauitatis non habent, magnitudinis ex utroque compositae centrum grauitatis in linea centra grauitatis eorum iungenti ita positum erit, ut lineam illam ita diuidat, ut partes contrariam habeant proportionem ac spatia.<sup>2)</sup>

duo spatia, qualia diximus, sint  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , et centra grauitatis eorum sint puncta  $E$ ,  $Z$ , et sit

$$AB : \Gamma\Delta = Z\Theta : \Theta E.$$

---

1) Hoc demonstratum est in libro de quadratura parabolae scripto; u. Eutocius.

2) Haec proportio nihil continet nisi peculiarem quendam casum libri I propp. 6—7, quas Archimedes propria demonstratione adiecta ad segmenta parabolaram, de quibus hoc libro agitur, transferri uoluit; quod certe necessarium non erat.

---

$\xi\gamma\omicron\upsilon\tau\iota$  Riualtus. 9.  $\delta\iota\alpha\iota\omicron\upsilon\epsilon\omega\nu$  F; corr. Torellius. 10.  $\alpha\nu\tau\iota\text{-}\pi\epsilon\pi\omicron\nu\theta\omicron\tau$  cum comp.  $\omega\nu$  F; corr. Torellius. 15.  $\pi\rho\omicron\varsigma$  per comp. F; corr. Torellius.

$AB, \Gamma\Delta$  χωρίων συγκειμένου μεγέθους κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ  $\Theta$  σαμεῖον.

ἔστω δὴ τᾶ μὲν  $E\Theta$  ἑκατέρα ἴσα τᾶν  $ZH, ZK$ ,  
 τᾶ δὲ  $Z\Theta$ , τουτέστι τᾶ  $HE$ , ἴσα ἂ  $EA$ . ἐσσεῖται ἄρα  
 5 καὶ ἂ  $A\Theta$  τᾶ  $K\Theta$  ἴσα, καὶ ἔτι, ὡς ἂ  $AH$  ποτὶ  $HK$ ,  
 οὕτως τὸ  $AB$  ποτὶ  $\Gamma\Delta$ . διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας.  
 παραβεβλήσθω δὴ παρὰ τὰν  $AH$  τὸ χωρίον τοῦ  $AB$  ἐφ'  
 ἑκάτερα τᾶς  $AH$ , ὥστε εἴμεν τὸ  $MN$  ἴσον τῷ  $AB$ .  
 ἐσσεῖται δὴ τοῦ  $MN$  κέντρον τοῦ βάρεος τὸ  $E$  σα-  
 10 μεῖον. συμπεπληρώσθω δὴ τὸ  $NΞ$ . ἔξει δὴ τὸ  $MN$   
 ποτὶ τὸ  $NΞ$  λόγον, ὃν ἂ  $AH$  ποτὶ  $HK$ . ἔχει δὲ καὶ  
 τὸ  $AB$  ποτὶ τὸ  $\Gamma\Delta$  τὸν τᾶς  $AH$  ποτὶ  $HK$  λόγον.  
 καὶ ὡς ἄρα τὸ  $AB$  ποτὶ  $\Gamma\Delta$ , οὕτως τὸ  $MN$  ποτὶ  $NΞ$ .  
 καὶ ἐναλλάξ. ἴσον δὲ τὸ  $AB$  τῷ  $MN$ . ἴσον ἄρα καὶ  
 15 τὸ  $\Gamma\Delta$  τῷ  $NΞ$ . καὶ κέντρον ἐστὶν αὐτοῦ τοῦ βάρεος  
 τὸ  $Z$  σαμεῖον. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἂ  $A\Theta$  τᾶ  $\Theta K$ , καὶ  
 ὅλα ἂ  $AK$  τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς δίχα τέμνει, [τοῦ]  
 ὅλου τοῦ  $ΠΜ$  κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ  $\Theta$  σαμεῖον.  
 ἀλλὰ το  $ΜΠ$  ἴσον τῷ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν  $MN, NΞ$ .  
 20 ὥστε καὶ τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν  $AB, \Gamma\Delta$  κέντρον  
 ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ  $\Theta$  σαμεῖον.

3. δὴ] scripsi; δε F, uulgo. τᾶν] των per comp. F;  
 corr. Torellius. 4.  $HE$ ]  $H\Theta$  F; corr. manus 2. ἐσται per  
 comp. F, uulgo, ut lin. 9. 5. προς per comp. F; corr. To-  
 rellius, ut semper hac in pagina. 7. χωρίον] σαμειον F; corr.  
 Torellius. τοῦ] τό Torellius. 10. δὴ] δε F; corr. To-  
 rellius. 17. τοῦ deleo.

demonstrandum, magnitudinis ex utroque spatio  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  compositae centrum grauitatis esse punctum  $\Theta$ .

sit igitur  $ZH = ZK = E\Theta$  et  $E\Lambda = Z\Theta = HE$ .<sup>1)</sup> erit igitur etiam

$$\Lambda\Theta = K\Theta^2), \text{ et } \Lambda H : HK = AB : \Gamma\Delta;$$

utraque enim  $[\Lambda H, HK]$  duplo maior est utraque  $[Z\Theta, \Theta E]$ .<sup>3)</sup> adplicetur igitur lineae  $\Lambda H$  spatium  $AB$  in utramque partem lineae  $\Lambda H$ , ita ut sit  $MN = AB$ . itaque spatii  $MN$  centrum grauitatis erit punctum  $E$  [I, 10].<sup>4)</sup> expleatur igitur spatium  $N\xi$ . erit igitur  $MN : N\xi = \Lambda H : HK$  [Eucl. VI, 1]. sed etiam

$$AB : \Gamma\Delta = \Lambda H : HK.$$

quare

$$AB : \Gamma\Delta = MN : N\xi.$$

et uicissim  $[AB : MN = \Gamma\Delta : N\xi; \text{Eucl. V, 16}]$ ; et  $AB = MN$ . itaque etiam  $\Gamma\Delta = N\xi$ . et centrum grauitatis [spatii  $N\xi$ ] punctum  $Z$  erit [I, 10; u. not 4]. et quoniam  $\Lambda\Theta = \Theta K$ , et  $\Lambda K$  tota latera sibi opposita in duas partes aequales diuidit<sup>5)</sup>, totius spatii  $\Pi M$  centrum grauitatis est  $\Theta$  [I, 10; u. not. 4]. sed  $M\Pi = MN + N\xi$ . quare etiam magnitudinis ex  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ <sup>6)</sup> compositae centrum grauitatis est punctum  $\Theta$ .

1) Nam  $E\Theta = HZ$ ; auferatur igitur linea  $H\Theta$  communis.

2) Addendo  $E\Theta = ZK$  et  $E\Lambda = \Theta Z$ .

3) Est enim  $AB : \Gamma\Delta = Z\Theta : \Theta E = 2Z\Theta : 2\Theta E$ ; sed  $\Lambda H = E\Lambda + EH = 2Z\Theta$  et  $HK = HZ + ZK = 2E\Theta$ .

4) Nam punctum  $E$  id est, in quo diametri concurrunt; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV, p. 180 nr. 10.

5) Auditur, spatium  $MN$  ita positum esse, ut linea  $\Lambda H$  in duas aequales partes diuidatur; hic enim sensus est uerborum  $\acute{\epsilon}\varphi'$   $\acute{\epsilon}\kappa\acute{\alpha}\tau\epsilon\tau\alpha$   $\tau\acute{\alpha}\varsigma$   $\Lambda H$  lin. 7.

6) Sc. in punctis  $E, Z$  suspensis; ideo enim demonstratum est, haec puncta centra grauitatis esse spatiorum  $MN, N\xi$ .

β'.

Εἰ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ  
 ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῆ τὰν αὐ-  
 τὰν βάσιν ἔχον τῷ τμᾶματι καὶ ὕψος ἴσον, καὶ πάλιν  
 5 εἰς τὰ καταλειπόμενα τμᾶματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι  
 τὰς αὐτὰς βασίας ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος  
 ἴσον, καὶ ἀεὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα τμᾶματα τρίγωνα  
 ἐγγραφέωντι τὸν αὐτὸν τρόπον, τὸ γενόμενον σχῆμα  
 ἐν τῷ τμᾶματι γνωρίμως ἐγγραφέσθαι λεγέσθω. φανε-  
 10 ρὸν δέ, ὅτι τοῦ οὕτως ἐγγραφέντος σχήματος αἱ τὰς  
 γωνίας ἐπιξενυγνυόσαι τὰς τε ἔγγιστα ἀπὸ τᾶς κορυ-  
 φᾶς τοῦ τμᾶματος καὶ τὰς ἐξῆς παρὰ τὰν βάσιν ἐσ-  
 σούνται τοῦ τμᾶματος, καὶ δίχα τμαθησούνται ὑπὸ τᾶς  
 τοῦ τμᾶματος διαμέτρου, καὶ τὰν διάμετρον τεμοῦντι  
 15 εἰς τοὺς τῶν ἐξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγους, ἐνὸς  
 λεγομένου ποτὶ τᾶ κορυφᾶ τοῦ τμᾶματος. ταῦτα δὲ  
 δεικτέον ἐν ταῖς τάξεσιν.

Εἰ δέ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε  
 καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον γνωρίμως  
 20 ἐγγραφῆ, τὸ τοῦ ἐγγραφέντος κέντρον τοῦ βάρεος  
 ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς τοῦ τμᾶματος διαμέτρου.

ἔστω τμᾶμα τὸ  $ΑΒΓ$ , οἷον εἰρήται, καὶ ἐγγεγράψω  
 εἰς αὐτὸ εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ  $ΑΕΖΗΒΘΙΚΓ$ .  
 δεικτέον, ὅτι τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ εὐθυγράμμου  
 25 ἐστὶν ἐπὶ τᾶς  $ΒΔ$ .

4. τῷ] το F. 5. εγγραφευωντι F. 6. βασ cum comp.  
 ης F; βάσεις uulgo. τμαματασσιν F; corr. Torellius. 7. Post  
 ἴσον repetit F: καὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα . . . ἴσον; corr. ed.  
 Basil. 9. γνωρισμ cum comp. ως F A. 14. διάμετρον] δια-  
 μετρο. F; διαμέτρων uulgo; corr. Torellius. τεμοῦντι] ουτι  
 F; corr. Torellius. 15. τοὺς] του F. 16. ταῦτα] cum Eu-  
 tocio; τουτο F, uulgo. 18. κα] scripsi; και F, uulgo. 20.

## II.

Si segmento comprehenso linea recta et sectione conii rectanguli triangulus inscribitur eandem basim habens, quam segmentum, et altitudinem aequalem, et rursus segmentis reliquis trianguli inscribuntur easdem bases habentes, quas segmenta, et altitudinem aequalem, et semper deinceps segmentis reliquis eodem modo trianguli inscribuntur, figura inde orta proprie segmento inscribi dicatur. adparet autem, in figura ita inscripta lineas angulos iungentes et uertici segmenti proximos et ceteros basi parallelas fore, et diametro segmenti in partes aequales diuisum iri, et diametrum in proportionibus numerorum imparium ordine sequentium diuisuras esse, unario numero ad uerticem segmenti numerato. haec autem suis locis demonstranda sunt.<sup>1)</sup>

Sin segmento comprehenso linea recta et sectione conii rectanguli figura rectilinea proprie inscribitur, [figurae] inscriptae centrum grauitatis in diametro segmenti positum erit.

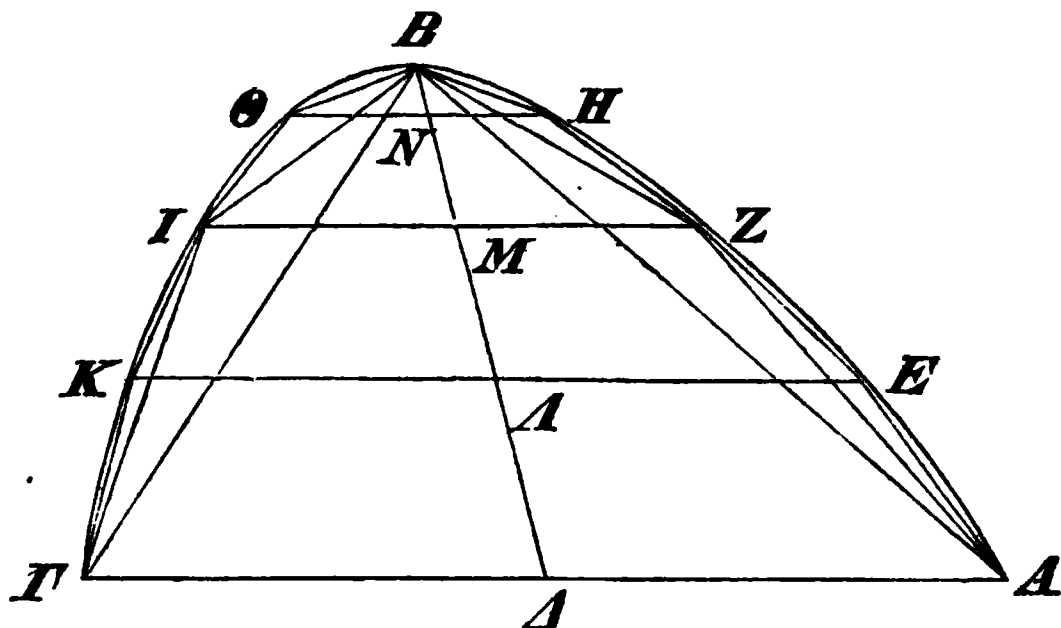
sit  $AB\Gamma$  segmentum, quale diximus, et ei inscribatur proprie figura rectilinea  $AEZH\Theta IK\Gamma$ . demonstrandum, centrum grauitatis figurae rectilineae in linea  $B\Delta$  positum esse.<sup>2)</sup>

1) U. Eutocius, ex cuius nota adparet, haec omnia in F recte cum prop. 2, non cum prop. 1 coniungi.

2) Auditur igitur, lineam  $B\Delta$  diametrum esse.

$\tau\acute{o}$ ] addidi; om. F, uulgo. 21. εσειται F. 23.  $A]$   $\Delta$  F.  
24. Ante  $\delta\epsilon\iota\kappa\tau\acute{\epsilon}\omicron\nu$  in ed. Basil. (et apud Torellium) additur:  
 $\delta\iota\acute{\alpha}\mu\epsilon\tau\rho\varsigma \delta\grave{\epsilon} \tau\omicron\upsilon \tau\mu\acute{\alpha}\mu\alpha\tau\omicron\varsigma \acute{\epsilon}\sigma\tau\omega \acute{\alpha} B\Delta$ .

ἐπεὶ γὰρ τοῦ μὲν  $ΑΕΚΓ$  τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς  $ΑΔ$  ἐστὶ, τοῦ δὲ  $ΕΖΙΚ$  τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς  $ΜΑ$ , τοῦ δὲ  $ΖΗΘΙ$  τρα-



πεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς  $ΜΝ$ , ἔτι δὲ καὶ τοῦ  $ΗΒΘ$   
 5 τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς  $ΒΝ$ , δῆλον, ὅτι καὶ τοῦ ὅλου εὐθύγραμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς  $ΒΔ$  ἐστὶν.

γ'.

Εἴ καὶ δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπὸ  
 10 εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εἰς ἑκάτερον εὐθύγραμμον ἐγγραφῆ γνωρίμως, ἔχοντι δὲ τὰ ἐγγραφέντα εὐθύγραμμα τὰς πλευρὰς ἴσας τῷ πλήθει ἀλλάλαις, τῶν εὐθύγραμμων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως τέμνοντι τὰς διαμέτρους τῶν τμαμάτων.

15 ἔστω δύο τμάματα τὰ  $ΑΒΓ$ ,  $ΞΟΠ$ , καὶ ἐγγεγράφω εἰς αὐτὰ εὐθύγραμμα γνωρίμως, καὶ τᾶν πασᾶν πλευρᾶν τὸν ἀριθμὸν ἐχόντων ἀλλάλοις ἴσον. διαμέτροι δὲ ἔστωσαν τῶν τμαμάτων αἱ  $ΒΔ$ ,  $ΟΡ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΕΚ$ ,  $ΖΙ$ ,  $ΗΘ$  καὶ  $ΣΤ$ ,  $ΥΦ$ ,  $ΧΨ$ . ἐπεὶ

1.  $ΑΕΚΓ$ ]  $\overline{ΕΖ}$   $\overline{ΙΚ}$   $ΦΥ$ . τραπεζίου F, uulgo, ut lin. 2, 3.



nam quoniam trapezii  $AEK\Gamma$  centrum grauitatis in linea  $A\Delta$  positum est [I, 15]<sup>1)</sup>, trapezii  $EZIK$  in linea  $MA$ , trapezii  $ZH\Theta I$  in linea  $MN$ , porro trianguli  $HB\Theta$  in linea  $BN$  [I, 13; u. not. 1], adparet, etiam totius figurae rectilineae centrum grauitatis in linea  $B\Delta$  positum esse [cfr. I, 4 not. 1].

## III.

Datis duobus segmentis aequalibus<sup>2)</sup> comprehensis linea recta et sectione conii rectanguli, si utrique figura rectilinea proprie inscribitur, et figurae inscriptae latera numero inter se aequalia habent, centra grauitatum figurarum similiter diametros segmentorum secant.

duo segmenta sint  $AB\Gamma$ ,  $\Xi O\Pi$ , et iis inscribantur proprie figurae rectilineae, et numerum omnium simul laterum inter se aequalem habeant.<sup>3)</sup> et diametri segmentorum sint  $B\Delta$ ,  $OP$ , et ducantur lineae  $EK$ ,  $ZI$ ,  $H\Theta$  et  $\Sigma T$ ,  $\Upsilon\Phi$ ,  $X\Psi$ . iam quoniam et

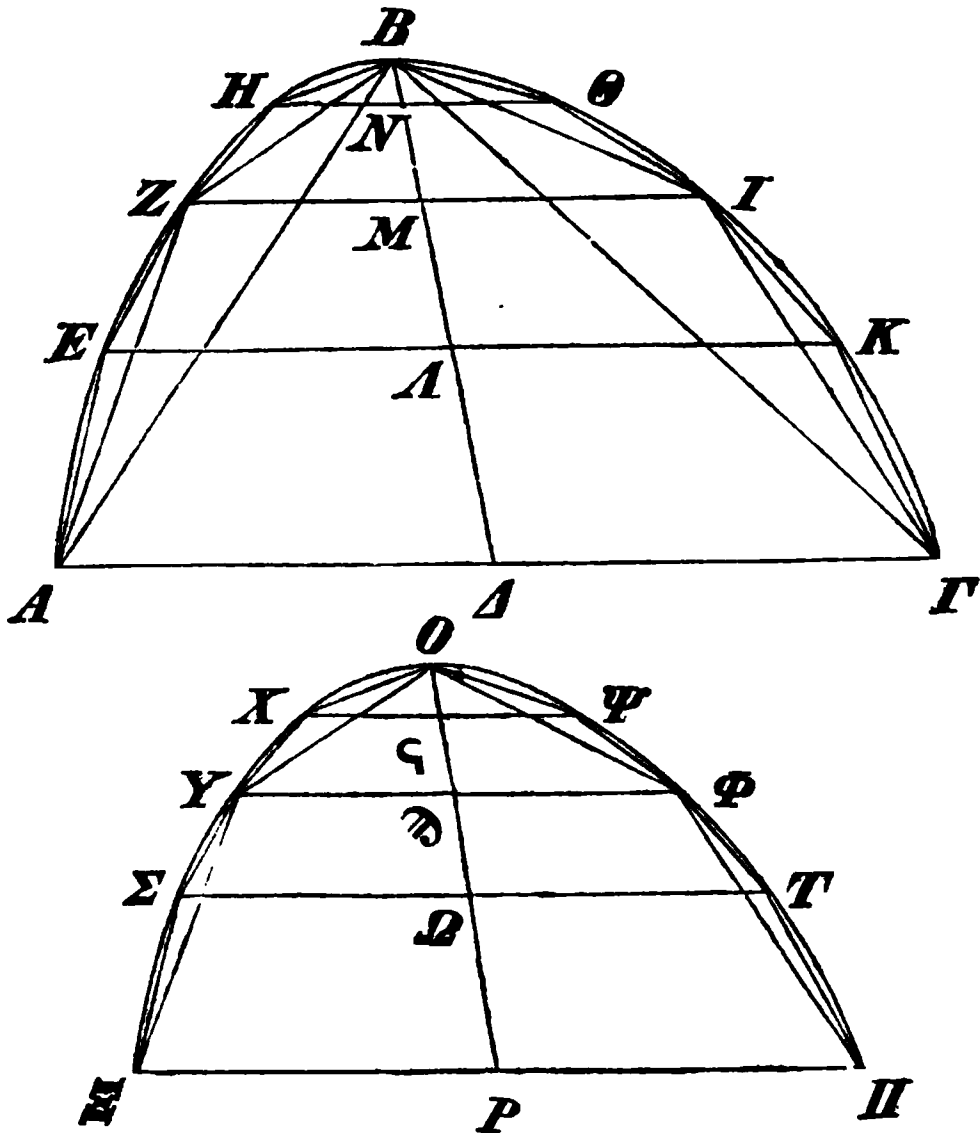
1) Nam  $\Theta N = NH$ ,  $IM = MZ$ ,  $KA = AE$ ,  $\Gamma\Delta = \Delta A$ ; u. p. 192, 13 sq.

2) U. Eutocius; cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 46 nr. 3; Apollon. VI def. 7.

3)  $\acute{\epsilon}\chi\acute{o}\nu\tau\omega\nu$  lin. 17 imperatius est.

12.  $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$  FV. 14.  $\tau\epsilon\mu\nu\omega\nu\tau\iota$  F. 16.  $\kappa\alpha\iota\ \tau\acute{\alpha}\nu$ ] scripsi;  $\kappa\alpha\tau\alpha$  F, uulgo.  $\pi\acute{\alpha}\sigma\alpha\varsigma\ \pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\acute{\alpha}\varsigma$  Torellius. 17.  $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\alpha$  Torellius.  $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\iota\varsigma$  F; corr. Torellius. 19.  $ZI$ ]  $Z\Gamma$  FV.

οὖν ἄ τε  $B\Delta$  διαιρείται ὑπὸ τᾶν παραλλήλων εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν περισσῶν λόγους, καὶ ἄ  $PO$ , καὶ τῷ πλήθει τὰ τμήματα αὐτᾶν ἴσα ἐντί, δῆλον, ὡς τὰ



τε τμήματα τᾶν διαμέτρων ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις ἐσ-  
 5 σείται, καὶ αἱ παραλλήλοι τοὺς αὐτοὺς λόγους ἐξοῦντι.  
 καὶ τῶν τραπεζίων τοῦ τε  $AEK\Gamma$  καὶ τοῦ  $\Xi\Sigma\Upsilon\Pi$   
 τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶν  $\Lambda\Delta$ ,  $\Omega P$   
 εὐθειᾶν ὁμοίως κείμενα, ἐπεὶ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον  
 αἱ  $A\Gamma$ ,  $E\K$  ταῖς  $\Xi\Pi$ ,  $\Sigma\Upsilon$ . πάλιν δὲ καὶ τῶν  $EZIK$ ,  
 10  $\Sigma\Upsilon\Phi\Upsilon$  τραπεζίων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται  
 ὁμοίως διαιρέοντα τὰς  $\Lambda M$ ,  $\Omega D$ , καὶ τῶν  $ZH\Theta I$ ,  
 $\Upsilon X\Psi\Phi$  τραπεζίων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται

1. των F, vulgo.

τούς] του F.

2. ἄ  $PO$ ] scripsi;

$B\Delta$  et  $PO$  in proportionibus numerorum imparium ordine sequentium lineis parallelis secantur, et partes earum numero aequales sunt, adparet, et partes diametrorum in iisdem proportionibus fore, et parallelas easdem rationes habituras esse.<sup>1)</sup> et trapeziorum  $AEK\Gamma$  et  $\Xi\Sigma T\Pi$  centra grauitatum in lineis  $\Lambda\Delta$ ,  $\Omega P$  similiter posita erunt, quoniam est  $\Lambda\Gamma : EK = \Xi\Pi : \Sigma T$ .<sup>2)</sup> rursus autem etiam trapeziorum  $EZIK$ ,  $\Sigma\Upsilon\Phi T$  centra grauitatum lineas  $\Lambda M$ ,  $\Omega\mathcal{D}$  similiter diuident<sup>2)</sup>, et trapeziorum  $ZH\Theta I$ ,  $\Upsilon X\Psi\Phi$  centra grauitatum

1) Nam  $BN : NM : M\Lambda : \Lambda\Delta = 1 : 3 : 5 : 7$  (p. 192, 14)  
 $= O\zeta : \zeta\mathcal{D} : \mathcal{D}\Omega : \Omega P$ ;

inde  $BN : BM : B\Lambda : B\Delta = 1 : 4 : 9 : 16 = O\zeta : O\mathcal{D} : O\Omega : OP$ .  
 est autem (quadr. parab. 3)

$$HN^2 : ZM^2 : EA^2 : \Lambda\Delta^2 = BN : BM : B\Lambda : B\Delta \\ = O\zeta : O\mathcal{D} : O\Omega : OP = X\zeta^2 : \Upsilon\mathcal{D}^2 : \Sigma\Omega^2 : \Xi P^2$$

3)  $H\Theta : ZI : EK : \Lambda\Gamma = X\Psi : \Upsilon\Phi : \Sigma T : \Xi\Pi$  (p. 192, 13).

2) Nam situs centrorum ex ratione laterum  $\Lambda\Gamma$ ,  $EK$ ,  $\Xi\Pi$ ,  $\Sigma T$  pendet (I, 15).

$\Pi PO$  F, ulgo;  $PO$  ὁμοίως ed. Basil., Torellius. 3. αυτων F, ulgo. 4. των F, ulgo, ut p. 198 lin. 3. ἐν] om. F; corr. Torellius. 6. τραπεζειων F, ulgo, ut lin. 10, p. 198 lin. 4. 7. των — ευθειων F, ulgo. 8. ἐπέ] Torellius; επι F, ulgo. 9. δέ] scripsi; δη F, ulgo. 11. τὰς  $\Lambda M$ ,  $\Omega\mathcal{D}$  ad ὁμοίως διαιρέοντα p. 198 lin. 1 om. F; suppleuit ed. Basil., nisi quod ἐν τοῖς  $Z\Theta$ ,  $\Upsilon\Psi$  τραπεζείοις lin. 11—12 praebet, quod ex usu Archimedis correxi.

ὁμοίως διαιρέοντα τὰς  $MN$ ,  $\mathcal{D}\zeta$ . ἐσσεύεται δὲ καὶ τῶν  $HB\Theta$ ,  $XO\Psi$  τριγώνων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐπὶ τῶν  $BN$ ,  $O\zeta$  ὁμοίως κείμενα. ἔχοντι δὴ τὸν αὐτὸν λόγον τὰ τραπέζια καὶ τὰ τρίγωνα. δῆλον οὖν, ὅτι  
 5 τοῦ ὅλου εὐθύγραμμου τοῦ ἐν τῷ  $AB\Gamma$  τμήματι ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ὁμοίως διαιρεῖ τὴν  $B\Delta$ , καὶ τοῦ ἐν τῷ  $\Xi O\Pi$  τμήματι ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὴν  $OP$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

10 Παντὸς τμήματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τᾶς τοῦ τμήματος διαμέτρου.]

ἔστω τμήμα, ὡς εἰρήται, τὸ  $AB\Gamma$ , οὗ διάμετρος ἔστω ἡ  $B\Delta$ . δεικτέον, ὅτι τοῦ εἰρημένου τμήματος  
 15 τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τᾶς  $B\Delta$ .

εἰ γὰρ μή, ἔστω τὸ  $E$ , καὶ δι' αὐτοῦ ἄχθω παρὰ τὴν  $B\Delta$  ἡ  $EZ$ . καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμήμα τρίγωνον τὸ  $AB\Gamma$  τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχον καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ  $\Gamma Z$  πρὸς  $\Delta Z$ , τοῦτον ἔχέτω τὸ  
 20  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $K$  χωρίου. ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εὐθύγραμμον εἰς τὸ τμήμα γνωρίμως, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ  $K$ . τοῦ δὴ ἐγγεγραφομένου εὐθύγραμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τᾶς  $B\Delta$ . ἔστω τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $\Theta E$

1.  $\mathcal{D}\zeta$ ] scripsi (quas litteras etiam in figura cum F restitui)  $CT F$ , uulgo;  $\zeta\zeta$  Torellius. εσται per comp. F, uulgo.  
 3. εχωντι F; corr. Torellius. δῆ] scripsi; δε F, uulgo. 6. το O F; corr. AB. 8. επι ταν F; corr. Nizzius. 15. τό] addidi; om. F, uulgo, ut lin. 17. 19. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 20. 22. ειναι per comp. F; corr. Torellius.

lineas  $MN$ ,  $\mathcal{D}\mathcal{Q}$  similiter diident.<sup>1)</sup> et etiam triangulorum  $HB\mathcal{Q}$ ,  $XO\Psi$  centra grauitatum in lineis  $BN$ ,  $O\mathcal{Q}$  similiter posita erunt.<sup>2)</sup> itaque trapezia et trianguli eandem rationem habent.<sup>3)</sup> adparet igitur<sup>4)</sup>, etiam totius figurae rectilineae segmento  $AB\Gamma$  inscriptae centrum grauitatis lineam  $B\Delta$  similiter diuidere ac figurae segmento  $\Xi O\Pi$  inscriptae centrum grauitatis lineam  $OP$ ; quod erat demonstrandum.<sup>5)</sup>

## IV.

Cuiusuis segmenti comprehensi linea recta et sectione conii rectanguli centrum grauitatis in diametro segmenti positum est.

sit  $AB\Gamma$  segmentum, quale diximus, cuius diameter sit  $B\Delta$ . demonstrandum, segmenti illius centrum grauitatis in linea  $B\Delta$  positum esse.

nam si non est, sit  $E$ , et per id lineae  $B\Delta$  parallela ducatur linea  $EZ$ . et segmento inscribatur triangulus  $AB\Gamma$  eandem basim habens et altitudinem aequalem. et sit  $\Gamma Z : \Delta Z = AB\Gamma : K$ . praeterea figura rectilinea segmento proprie inscribatur, ita ut segmenta reliqua spatio  $K$  minora sint [u. Eutocius]. itaque figurae rectilineae inscriptae centrum grauitatis in linea  $B\Delta$  positum est [prop. 2]. sit punctum  $\mathcal{Q}$ , et ducatur linea  $\mathcal{Q}E$  et producatur, et lineae  $B\Delta$  par-

1) Cfr. p. 197 not. 2.

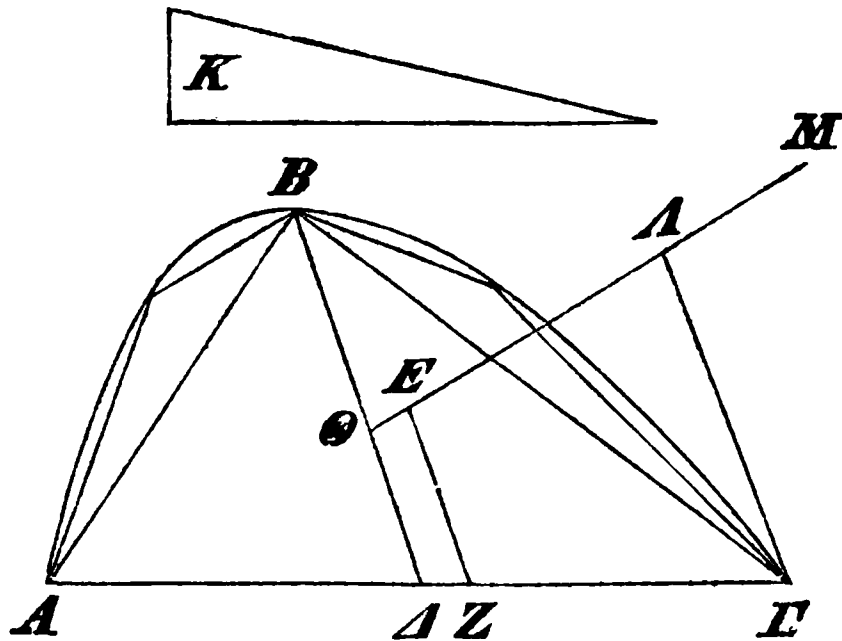
2) Ex I, 14 et Eutocio ad I, 15.

3) Nam cum trapezia respondentia et triangula similia sint, eas rationes habent, quas latera quadrata (Eucl. VI, 20)  $\mathcal{D} : A\Gamma^2 : \Xi\Pi^2$ ,  $EK^2 : \Sigma T^2$  cett., quae aequales sunt.

4) Ex I, 6—7. omnino u. Nizzius.

5) Hanc propositionem etiam de segmentis non similibus ueram esse, ostendit Nizzius p. 30  $\S$ .

καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ παρὰ τὰν  $B\Delta$  ἄχθω ἡ  $\Gamma\Lambda$ . δῆ-  
 λον δέ, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἐγγεγραμμένον εὐ-  
 θύγραμμον ἐν τῷ τμήματι ποτὶ τὰ λειπόμενα τμήματα,



ἢ τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον ποτὶ τὸ  $K$ . ἀλλ' ἔστι, ὡς τὸ  
 5  $AB\Gamma$  τρίγωνον ποτὶ τὸ  $K$ , οὕτως ἡ  $\Gamma Z$  ποτὶ  $Z\Delta$ .  
 καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἄρα εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περι-  
 λειπόμενα τμήματα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ  $\Gamma Z$  ποτὶ  
 $Z\Delta$ , τουτέστιν ἡ  $\Lambda E$  ποτὶ  $E\Theta$ . ἐχέτω οὖν ἡ  $ME$   
 ποτὶ  $E\Theta$  τὸν αὐτὸν λόγον τὸν τοῦ εὐθύγραμμου ποτὶ  
 10 τὰ τμήματα. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν  $E$  κέντρον τοῦ ὅλου  
 τμήματος, τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν αὐτῷ εὐθύγραμ-  
 μου τὸ  $\Theta$ , δῆλον, ὅτι λοιποῦ τοῦ συγκειμένου μεγέ-  
 θεος ἐκ τῶν περιλειπομένων τμημάτων τὸ κέντρον τοῦ  
 βάρους ἐστὶν ἐκβληθείσας τῆς  $\Theta E$  καὶ ἀπολαφθείσας  
 15 τινὸς εὐθείας, ἢ λόγον ἔχει ποτὶ τὰν  $\Theta E$ , ὃν τὸ ἐγγε-  
 γραμμένον εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμή-  
 ματα. ὥστε εἴη καὶ τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν  
 περιλειπομένων τμημάτων κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $M$   
 σημεῖον· ὅπερ ἄτοπον. τῆς γὰρ διὰ τοῦ  $M$  παρὰ τὰν  
 20  $B\Delta$  ἀγομένης ἐπὶ ταῦτ' ἐσσοῦνται πάντα τὰ περι-

4. ἀλλ' ἔστι ad τὸ  $K$  lin. 5 om. F; corr. ed. Basil. 5. προς

allela ducatur linea  $\Gamma A$ . adparet autem, figuram inscriptam segmento ad spatia reliqua maiorem rationem habere, quam triangulum  $AB\Gamma$  ad  $K$ .<sup>1)</sup> est autem  $\Gamma Z : Z\Delta = AB\Gamma : K$ . quare figura inscripta ad segmenta reliqua maiorem habet rationem quam  $\Gamma Z : Z\Delta$ , h. e. quam  $AE : E\Theta$ .<sup>2)</sup> habeat igitur  $ME : E\Theta$  ipsam rationem, quam habet figura rectilinea ad segmenta.<sup>3)</sup> iam quoniam punctum  $E$  centrum grauitatis est totius segmenti, punctum  $\Theta$  autem figurae ei inscriptae, adparet<sup>4)</sup>, reliquae magnitudinis ex segmentis reliquis compositae centrum grauitatis inueniri producta linea  $\Theta E$  et linea quadam ab ea abscisa, quae ad lineam  $\Theta E$  eam rationem habeat, quam figura inscripta ad segmenta reliqua. quare punctum  $M$  centrum grauitatis est magnitudinis ex segmentis reliquis compositae; quod absurdum est. nam omnia segmenta reliqua in eadem parte lineae per  $M$  lineae  $B\Delta$  par-

1) Nam figura inscripta maior est triangulo  $AB\Gamma$ , segmenta uero minora spatio  $K$ .

2) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 2.

3) Itaque, cum ratio maior esse debeat, quam  $AE : E\Theta$ , punctum  $M$  extra punctum  $A$  cadere necesse est.

4) Ex I, 8.

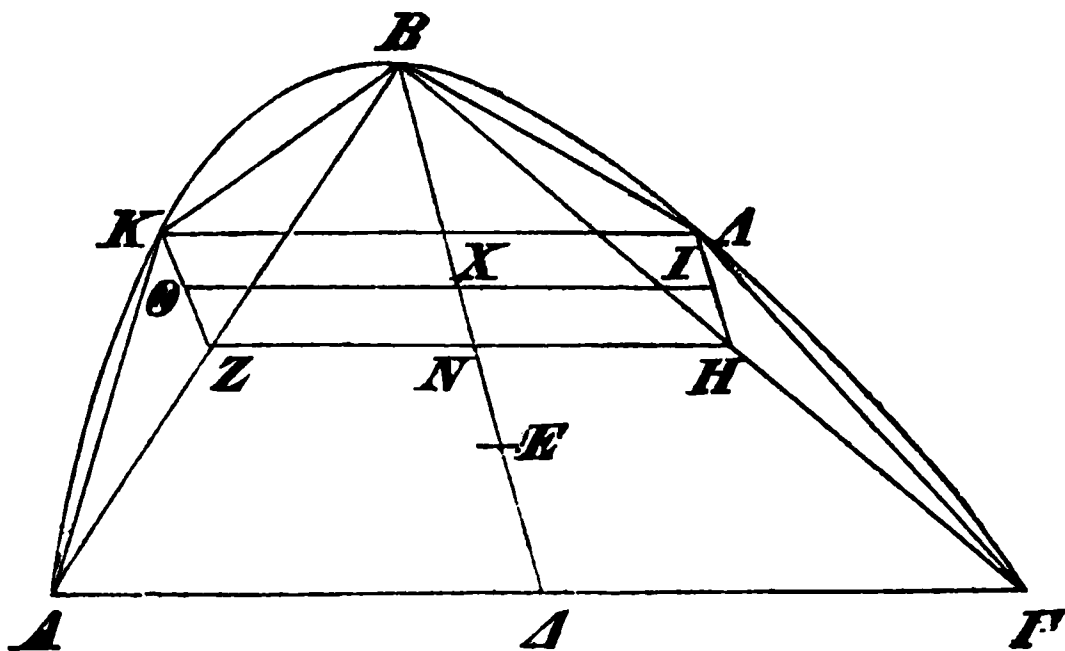
per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 6, 7, 8, 9 bis, 16. 8.  
 $Z\Delta$ ]  $Z$  om. F. 10.  $E$ ]  $B$  F. 12. λοιπ cum comp. ον F;  
 corr. A. 17. κα] scripsi; κατα F, uulgo; καί Torellius; ἄν  
 κατά B. 18. κεντρων F. 19. τὰς] Torellius; τα F, uulgo.  
 $M$  εὐθείας Torellius. 20. εσσουντι F, uulgo.

λειπόμενα τμήματα. δῆλον οὖν, ὅτι ἐπὶ τᾶς  $B\Delta$  τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους.

ε'.

Εἴ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον ἐγγραφῆ γνωρίμως, τοῦ ὅλου τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐγγύτερόν ἐστὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμήματος ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον.

ἔστω τὸ  $AB\Gamma$  τμᾶμα, οἷον εἰρήται, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἄ  $B\Delta$ . καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον πρῶτον γνωρίμως τὸ  $AB\Gamma$ , καὶ τετμάσθω ἄ  $B\Delta$  κατὰ



τὸ  $E$ , ὥστε εἶμεν διπλασίαν τὰν  $BE$  τᾶς  $E\Delta$ . ἔστιν οὖν τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $E$  σημεῖον. τετμάσθω δὲ δίχα ἑκάτερα τᾶν  $AB$ ,  $B\Gamma$  κατὰ τὰ  $Z$ ,  $H$ , καὶ διὰ τῶν  $Z$ ,  $H$  παρὰ τὰν  $B\Delta$  ἄχθωσαν αἱ  $ZK$ ,  $\Lambda H$ . ἐσσεῖται ἄρα τοῦ μὲν  $AKB$  τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς  $ZK$ , τοῦ δὲ  $B\Gamma\Lambda$  τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς  $H\Lambda$ .

8. εὐθύγραμμ cum comp. on F; corr. B.

11. τετμησθω



allelae ductae posita erunt.<sup>1)</sup> adparet igitur, centrum grauitatis [segmenti totius] in linea  $B\Delta$  positum esse.

## V.

Si segmento comprehenso linea recta et sectione conii rectanguli figura rectilinea proprie inscribitur, totius segmenti centrum grauitatis uertici segmenti propius est quam centrum figurae inscriptae.

sit  $AB\Gamma$  segmentum, quale diximus, et diametrus eius  $\Delta B$ . et primum ei triangulus proprie inscribatur  $AB\Gamma$ , et linea  $B\Delta$  in puncto  $E$  ita secetur, ut sit  $BE = 2E\Delta$ . itaque punctum  $E$  centrum grauitatis est trianguli  $AB\Gamma$  [I, 14; Eutocius ad I, 15 p. 186, 3]. utraque igitur linea  $AB$ ,  $B\Gamma$  in duas partes aequales secetur in  $Z$ ,  $H$  punctis, et per  $Z$ ,  $H$  lineae  $B\Delta$  parallelae ducantur lineae  $ZK$ ,  $AH$ . itaque segmenti  $AKB$  centrum grauitatis in linea  $ZK$  positum erit [prop. 4]<sup>2)</sup>, segmenti autem  $B\Gamma\Delta$  centrum grauitatis

1) I postul. 7; cfr. I, 13 p. 179 not. 3.

2) Nam  $ZK$  diametrus est segmenti  $AKB$ , quia  $AZ = ZB$  et  $ZK \perp B\Delta$ . u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 51 nr. 14.

F; corr. Torellius. 14.  $\tau\tilde{\alpha}\nu$ ] Torellius;  $\tau\omega\nu$  per comp. F, uulgo. 15.  $\tau\tilde{\omega}\nu$ ] scripsi;  $\tau\alpha$  F, uulgo. 16.  $\epsilon\sigma\tau\alpha\iota$  per comp. F, uulgo. 17.  $\tau\acute{o}$ ] addidi; om. F, uulgo. In figura in F om.  $E$  et pro  $N$  scribitur  $T$ .

ἔστω δὲ τὰ  $\Theta$ ,  $I$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἅ  $\Theta I$ . καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ  $\Theta ZHI$ , καὶ ἴσα ἐστὶ τᾶ  $ZN$  ἅ  $NH$ , ἔστιν ἄρα καὶ ἅ  $X\Theta$  ἴσα τᾶ  $XI$ . ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$  τμαμάτων συγκειμέ-  
 5 νου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσας τᾶς  $\Theta I$ , ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τὰ τμάματα, τουτέστιν τὸ  $X$  σαμεῖον. ἐπεὶ δὲ τοῦ μὲν  $AB\Gamma$  τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ  $E$  σαμεῖον, τοῦ δὲ συγκειμένου ἐξ ἀμφοτέρων τῶν  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$  τὸ  $X$ , δῆλον οὖν, ὅτι  
 10 ὅλου τοῦ τμάματος τοῦ  $AB\Gamma$  τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς  $XE$ , τουτέστι μεταξὺ τῶν  $X$ ,  $E$  σαμείων. ὥστ' εἶη κα ἐγγύτερον τᾶς τοῦ τμάματος κορυφᾶς τὸ κέντρον τοῦ ὅλου τμάματος ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφομένου τριγώνου γνωρίμως.

15 ἐγγεγράφθω πάλιν εἰς τὸ τμάμα πεντάγωνον εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ  $AKB\Lambda\Gamma$ . καὶ ἔστω τοῦ μὲν ὅλου τμάματος διάμετρος ἅ  $B\Delta$ , ἑκατέρου δὲ τῶν τμαμάτων ἑκατέρα τᾶν  $KZ$ ,  $\Lambda H$  διάμετρος. καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ  $AKB$  τμάματι ἐγγεγράφεται εὐθύγραμμον γνωρίμως, τοῦ ὅλου  
 20 τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐγγύτερον τᾶς κορυφᾶς ἢ τὸ τοῦ εὐθυγράμμου. ἔστω οὖν τοῦ μὲν τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ  $\Theta$ , τοῦ δὲ τρι-

2.  $\Theta ZH F V Cr.$   $ZN] ZH F.$  3.  $NH] HH F.$  5. τό] addidi; om. F, vulgo. 6. τᾶ] addidi; om. F, vulgo.  
 8.  $E] om. F; corr. AB.$  9.  $B\Lambda\Gamma] \Lambda\Gamma F.$  10. τό] addidi; om. F, vulgo. 13. ἢ τό] scripsi; η F, vulgo. 15. εισοσµαμα F; εἰς τὸ  $AB\Gamma$  τμάμα Nizzius. 17. δέ] δε του δε F, expuncto δε του manu 2. τῶν  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$  τμαμάτων Nizzius. 18. τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. διάμετρος] Nizzius; διαμετρων F, vulgo. 19. εὐθύγραμμον] τρίγωνον Nizzius. ὅλου] om. B; delet Nizzius. 21. εὐθυγράμμου] τριγώνου Nizzius. 22.  $AKB$  τμάματος ed. Basil., Torellius.

in linea  $HA$ .<sup>1)</sup> sint  $\Theta, I$  puncta, et ducatur linea  $\Theta I$ .  
et quoniam parallelogrammum est  $\Theta ZHI$ <sup>2)</sup>, et

$$NH = ZN^3),$$

erit etiam  $X\Theta = XI$ . quare magnitudinis ex segmen-  
tis  $AKB, B\Lambda\Gamma$  compositae centrum grauitatis in  
media linea  $\Theta I$  positum est, quia segmenta aequalia  
sunt<sup>4)</sup>, h. e. punctum  $X$ .<sup>5)</sup> et quoniam trianguli  $AB\Gamma$   
centrum grauitatis est  $E$ , magnitudinis autem ex [seg-  
mentis]  $AKB, B\Lambda\Gamma$  compositae punctum  $X$ , adparet,  
totius segmenti  $AB\Gamma$  centrum grauitatis in linea  $XE$   
positum esse<sup>6)</sup>, h. e. inter puncta  $X, E$ . quare cen-  
trum grauitatis totius segmenti propius uertici seg-  
menti est quam centrum trianguli proprie inscripti.

rursus segmento proprie inscribatur figura recti-  
linea quinque laterum  $AKB\Lambda\Gamma$ , et totius segmenti  
diametrus sit  $B\Delta$ , et segmentorum [ $AKB, B\Lambda\Gamma$ ] dia-  
metri sint  $KZ, \Lambda H$ . et quoniam segmento  $AKB$   
figura rectilinea<sup>7)</sup> proprie inscripta est, totius<sup>8)</sup> seg-  
menti centrum grauitatis uertici propius est quam  
figurae<sup>7)</sup> centrum [p. 202, 10 sq.]. sit igitur segmenti

1) Cfr. p. 203 not. 2.

2) U. Eutocius. inde colligitur etiam  $KZ = \Lambda H$ .

3) Nam cum  $BZ : ZA = BH : H\Gamma$ , erit  $ZH \neq \Lambda\Gamma$ ; ita-  
que (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 3)

$$ZN : NH = \Lambda\Delta : \Delta\Gamma = 1.$$

4) Nam  $AKZ = KZB$ , quia  $AZ = ZB$ , et  $B\Lambda H = \Lambda H\Gamma$ ;  
et praeterea  $KZB = BH\Lambda$ , quia bases  $KZ, \Lambda H$  aequales sunt  
(not. 2), et altitudo eadem (nam  $KZ \neq B\Delta \neq \Lambda H$ ). itaque  
 $\Delta AKB = B\Lambda\Gamma$ ; tum u. quadr. parab. 17.

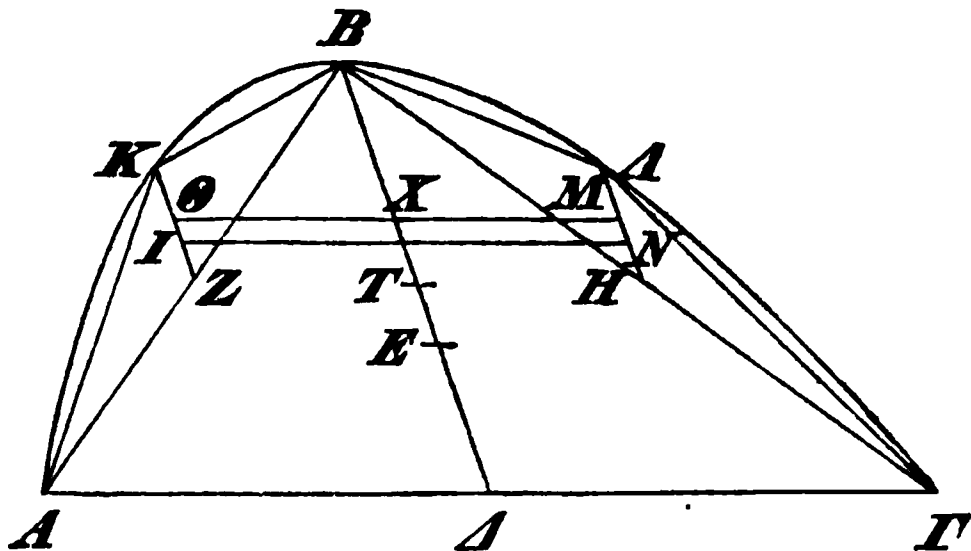
5) Debit sic dici: quare cum segmenta aequalia sint, cen-  
trum grauitatis magnitudinis compositae erit punctum  $X$ .

6) Cfr. I, 4 not. 1.

7) Debebat esse: triangulus et infra: trianguli.

8) Abesse debebat.

γώνου τὸ  $I$ . πάλιν δὲ ἔστω τοῦ μὲν  $B\Lambda\Gamma$  τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $M$ , τοῦ δὲ τριγώνου τὸ  $N$



[καὶ ἐπεξεύχθω τὰ  $\Theta$ ,  $M$ ,  $I$ ,  $N$ . ἴσα ἄρα ἐστὶν ἃ  $\Theta X$   
 τῷ  $XM$ , ἃ δὲ  $IT$  τῷ  $TN$ . ἀλλὰ καὶ τριγώνῳ τῷ  
 5  $AKB$  ἴσον ἐστὶ τὸ  $B\Lambda\Gamma$ , τμήμα δὲ τὸ  $AKB$  τμήματι  
 τῷ  $B\Lambda\Gamma$ . δεδείκται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμήματα ἐπι-  
 τριτα εἶμεν τῶν τριγώνων]. ἐσσεῖται δὴ τοῦ μὲν ἐξ  
 ἀμφοτέρων τῶν  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$  τμημάτων συγκειμένου  
 μεγέθους κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $X$ , τοῦ δὲ ἐξ ἀμ-  
 10 φοτέρων τῶν  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$  τριγώνων τὸ  $T$ . πάλιν  
 οὖν ἐπεὶ τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ  
 τὸ  $E$ , τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$  τμη-  
 μάτων τὸ  $X$ , δῆλον, ὡς [τοῦ] ὅλου τοῦ  $AB\Gamma$  τμήματος  
 τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς  $XE$  τμαθείσας  
 15 οὕτως, ὥστε, ὃν ἔχει λόγον τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον ποτὶ  
 τὰ συναμφοτέρα τὰ  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$  τμήματα, τὸν αὐτὸν  
 λόγον ἔχειν τὸ τμήμα αὐτῆς τὸ πέρας ἔχον τὸ  $X$  ποτὶ  
 τὸ ἔλασσον τμήμα. τοῦ δὲ  $AKB\Lambda\Gamma$  πενταγώνου κέν-  
 τρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς  $ET$  εὐθείας τμαθείσας  
 20 οὕτως, ὥστε, ὃν ἔχει λόγον τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον ποτὶ  
 τὰ  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$  τρίγωνα, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὸ

3. καὶ ἐπεξεύχθω ad τῶν τριγώνων lin. 7 om. F V ABCD Cr.;

[ $AKB$ ] centrum grauitatis  $\Theta$ , trianguli autem  $I$ . rursus segmenti  $B\Lambda\Gamma$  centrum grauitatis sit  $M$ , trianguli autem [ $B\Lambda\Gamma$ ]  $N$ . magnitudinis igitur ex segmentis  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$  compositae centrum grauitatis est  $X$ , magnitudinis autem ex triangulis  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$  compositae  $T$ .<sup>1)</sup> rursus igitur quoniam trianguli  $AB\Gamma$  centrum grauitatis est  $E$ , magnitudinis autem ex segmentis  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$  compositae  $X$ , adparet, totius segmenti  $AB\Gamma$  centrum grauitatis in linea  $XE$  positum esse ita diuisa, ut, quam rationem habeat triangulus  $AB\Gamma$  ad utrumque simul segmentum  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$ , eam habeat pars lineae  $XE$ , cuius terminus sit  $X$ , ad partem minorem<sup>2)</sup> [I, 8].<sup>3)</sup> figurae autem quinque laterum  $AKB\Lambda\Gamma$  centrum grauitatis in linea  $ET$  positum est ita diuisa, ut, quam rationem habeat triangulus  $AB\Gamma$  ad triangulos  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$ , eam habeat

1) U. Eutocius; et cfr. p. 205 not. 4 et p. 204 lin. 3—7.

2) Nam triangulus  $AB\Gamma$  maior est segmentis  $AKB + B\Lambda\Gamma$  (quad. parab. 21 et 17); tum cfr. I, 6—7.

3) Sit enim centrum segmenti  $AB\Gamma$  punctum  $y$  inter  $X$ ,  $E$  positum; erit magnitudinis relictæ, segmentorum  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$ , centrum grauitatis ( $X$ ) in linea  $Ey$  producta ita positum, ut sit  $yX : Ey = \Delta AB\Gamma : \text{segm. } AKB + B\Lambda\Gamma$ . poterat idem etiam ex I, 6—7 concludi (cfr. not. 2). eodem modo infra lin. 18 sq. ratiocinandum est.

habent Tartalea, ed. Basil., Torellius; sed manifesto recentissimo tempore interpolata sunt; ex adnotatione Eutocii adparet, eum haec uerba non habuisse, et ipsa forma Archimedeæ non est ( $\epsilon\pi\epsilon\zeta\epsilon\upsilon\chi\theta\omega$  de punctis,  $\tau\mu\tilde{\alpha}\mu\alpha$  τὸ  $AKB$ ). 7.  $\epsilon\sigma\sigma\epsilon\lambda\tau\alpha\iota$  δὴ] scripsi;  $\epsilon\sigma\tau\alpha\iota$  (comp.) δε F, uulgo, nisi quod οὖν ed. Basil., Torellius. 11.  $\kappa\epsilon\nu\tau\rho\upsilon\nu$  F. 13.  $\tau\omicron\upsilon\tilde{\nu}$ ] deleo. 14.  $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$  ἐπὶ] Torellius;  $\epsilon\sigma\tau\iota\nu$  om. F, uulgo. 17.  $\epsilon\chi\omega\nu$  F.

τμήμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὸ  $T$  ποτὶ τὸ λοιπόν. ἐπεὶ οὖν μείζονα λόγον ἔχει τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον ποτὶ τὰ  $KAB$ ,  $ΛBΓ$  τρίγωνα ἢ ποτὶ τὰ τμήματα, δῆλον οὖν, ὅτι τοῦ  $ABΓ$  τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους  
 5 ἐγγύτερόν ἐστι τᾶς  $B$  κορυφᾶς ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφομένου εὐθύγραμμου. καὶ ἐπὶ πάντων εὐθύγραμμων τῶν ἐγγραφομένων ἐς τὰ τμήματα γνωρίμως ὁ αὐτὸς λόγος.

ς'.

Τμήματος δοθέντος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας καὶ  
 10 ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δυνατὸν ἐστὶν ἐς τὸ τμήμα εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγράψαι, ὥστε τὰν μεταξὺ εὐθεῖαν τῶν κέντρων τοῦ βάρους τοῦ τμήματος καὶ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθύγραμμου ἐλάσσονα εἶμεν πάσας τᾶς προτεθείσας εὐθείας.

15 δεδόσθω τμήμα τὸ  $ABΓ$ , οἷον εἰρήται, οὗ κέντρον ἔστω τοῦ βάρους τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον γνωρίμως τὸ  $ABΓ$ . καὶ ἔστω ἡ προτεθείσα εὐθεῖα ἡ  $Z$ , καὶ ὃν λόγον ἔχει ἡ  $B\Theta$  ποτὶ  $Z$ , τοῦτον τὸν λόγον ἔχέτω τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον ποτὶ τὸ  $K$  χωρίον.

20 ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ  $ABΓ$  τμήμα εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ  $AKBΛΓ$ , ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ  $K$ . καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθύγραμμου κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $E$ . φανὲν δὴ τὰν  $\Theta E$  ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς  $Z$ .

25 εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἴσα ἐστὶν ἢ μείζων. ἐπεὶ δὲ τὸ  $AKBΛΓ$  εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμήματα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον ποτὶ

2. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 18, 19, 26, 27.  
 3. τὰ (alt.)] supra scriptum manu 1 F. 5. της B κορυφης (comp.) F; corr. Torellius. 6. καί] supra scriptum manu 1

pars lineae  $ET$ , cuius terminus sit  $T$ , ad reliquam [I, 8].<sup>1)</sup> iam quoniam triangulus  $AB\Gamma$  maiorem rationem habet ad triangulos  $KAB$ ,  $AB\Gamma$  quam ad segmenta [Eucl. V, 8], adparet segmenti  $AB\Gamma$  centrum grauitatis propius esse uertici  $B$  quam centrum figurae inscriptae.<sup>2)</sup> et in omnibus figuris rectilineis segmentis proprie inscriptis eadem ratio ualet.

## VI.

Dato segmento comprehenso linea recta et sectione conici rectanguli fieri potest, ut figura rectilinea segmento proprie inscribatur, ita ut linea inter centra grauitatis segmenti et figurae inscriptae posita minor sit quauis linea data.

datum sit segmentum, quale diximus,  $AB\Gamma$ , cuius centrum grauitatis sit  $\Theta$ , et ei inscribatur proprie triangulus  $AB\Gamma$ . et data linea sit  $Z$ , et sit

$$\triangle AB\Gamma : K = B\Theta : Z.$$

iam segmento  $AB\Gamma$  proprie inscribatur figura rectilinea  $AKB\Lambda\Gamma$ , ita ut spatia reliqua minora sint spatio  $K$ .<sup>3)</sup> et figurae inscriptae centrum grauitatis sit  $E$ . dico, lineam  $\Theta E$  minorem esse linea  $Z$ .

nam si non est, aut aequalis est aut maior. quoniam autem figura rectilinea  $AKB\Lambda\Gamma$  ad segmenta reliqua maiorem rationem habet, quam triangulus

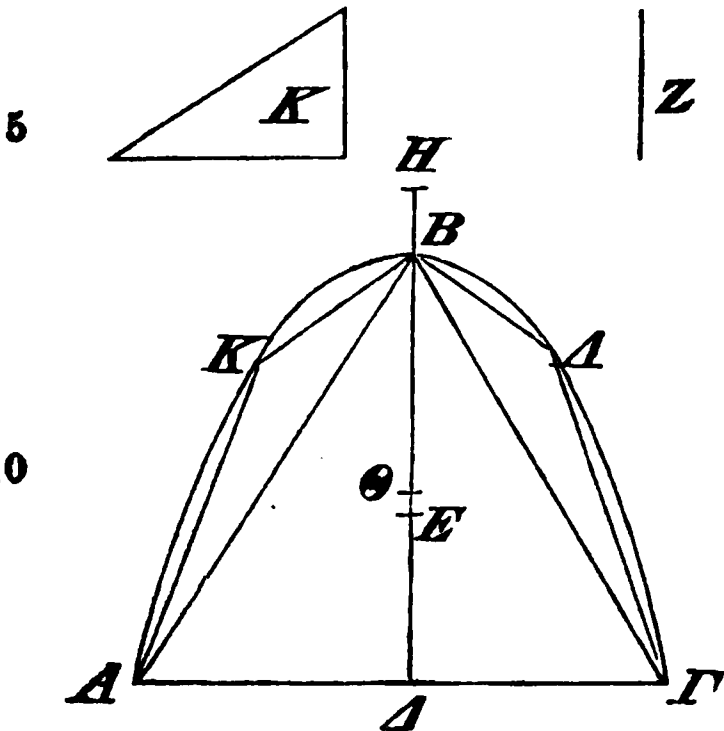
1) Cfr. p. 207 not. 3.

2) U. Eutocius.

3) U. Eutocius ad prop. 4 p. 198, 20.

F.  $\epsilon\upsilon\delta\upsilon\gamma\gamma\alpha\mu\mu$  cum comp.  $ou$  F. 10.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ ] addidi; om. F,  
 uulgo. 18.  $Z$  (prius)]  $\acute{A}Z$  F V.  $Z$  (alt.)]  $EZ$  F V. 22.  
 $\tau\omicron\upsilon$ ]  $\tau\omicron$  cum comp.  $ou$  F.

Κ, τουτέστιν ἂ  $\Theta B$  ποτὶ  $Z$ , ἔχει δὲ καὶ ἂ  $B\Theta$  ποτὶ  $Z$  οὐκ ἐλάσσονα λόγον, ἢ ὄν ἔχει ποτὶ  $\Theta E$ , διὰ τὸ μὴ



ἐλάσσονα εἶμεν τὰν  $\Theta E$  τᾶς  $Z$ , πολλῶ ἄρα τὸ  $AKB\Lambda\Gamma$  εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμήματα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἂ  $B\Theta$  ποτὶ  $\Theta E$ . ὥστε ἐὰν ποιέωμες, ὡς τὸ  $AKB\Lambda\Gamma$  εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμήματα, οὕτως ἄλλαν τινὰ ποτὶ  $\Theta E$ , ἐπειδὴ τοῦ  $AB\Gamma$  τμά-

15 ματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ  $\Theta$ , ἐκβληθείσας τᾶς  $E\Theta$  καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας ἐχούσας λόγον ποτὶ τὰν  $E\Theta$ , ὄν τὸ  $AKB\Lambda\Gamma$  εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμήματα, ἐσσεῖται μείζων τᾶς  $\Theta B$ . ἐχέτω οὖν ἂ  $H\Theta$  ποτὶ  $\Theta E$ . τὸ  $H$  ἄρα κέν-

20 τρον τοῦ βάρους τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων· ὅπερ ἀδύνατον. τᾶς γὰρ διὰ τοῦ  $H$  ἀχθείσας παρὰ τὰν  $A\Gamma$  ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐστὶν τὰ τμήματα. δῆλον οὖν, ὅτι ἂ  $\Theta E$  ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς  $Z$ . ἔδει δὲ τοῦτο δεῖξαι.

25

ξ'.

Δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπὸ τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομαῖς τὰ κέντρα τῶν βαρέων εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρους.

1. ἂ  $\Theta B$ ] ἢ  $\Theta B$  F; corr. Torellius. προς (bis) per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 2, 6, 8, 11, 13, 17, 18, 19. 9. ποι-



$AB\Gamma$  ad  $K^1$ ), h. e. quam  $\Theta B : Z$ , et  $\Theta B$  ad  $Z$  non minorem rationem habet, quam  $\Theta B : \Theta E$ , quia  $\Theta E$  minor non est linea  $Z$  [Eucl. V, 8], figura igitur  $AKB\Lambda\Gamma$  ad segmenta reliqua multo maiorem rationem habet, quam  $B\Theta : \Theta E$ . si igitur fecerimus rationi, quam habet figura  $AKB\Lambda\Gamma$  ad segmenta reliqua, aequalem rationem, quam habet alia linea ad  $\Theta E$ , producta linea  $E\Theta$ , quoniam segmenti  $AB\Gamma$  centrum grauitatis est  $\Theta$ , et abscisa linea ad  $E\Theta$  eam habenti rationem quam figura  $AKB\Lambda\Gamma$  ad segmenta reliqua<sup>2</sup>), maior erit [linea illa] quam  $\Theta B$  [Eucl. V, 8]. sit igitur  $H\Theta : \Theta E$  [=  $AKB\Lambda\Gamma$ : segmenta reliqua]. itaque punctum  $H$  centrum grauitatis erit magnitudinis ex segmentis reliquis compositae<sup>3</sup>); quod fieri non potest. nam segmenta [omnia] in eadem parte lineae per  $H$  lineae  $\Lambda\Gamma$  parallelae ductae posita erunt.<sup>4</sup>) adparet igitur, esse  $\Theta E < Z$ , quod erat demonstrandum.

## VII.

Duorum segmentorum similium comprehensorum linea recta et sectione conii rectanguli centra grauitatum diametros eadem ratione diuidunt.

1) Nam  $AKB\Lambda\Gamma > AB\Gamma$ , et segmenta  $< K$ .

2) Cfr. I, 8.

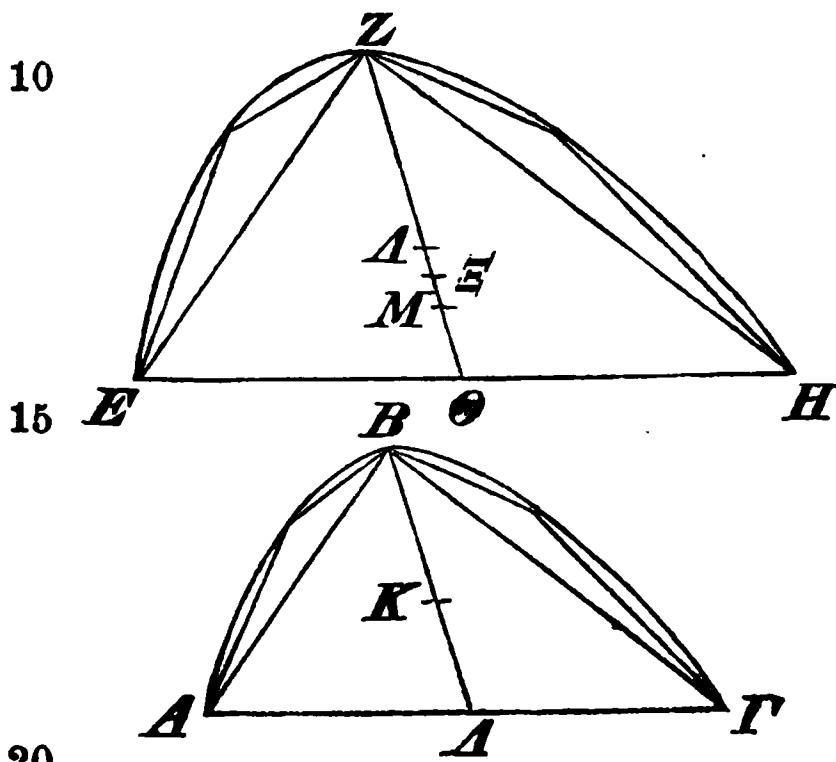
3) I, 8; u. p. 207 not. 3.

4) I postul. 7; u. p. 179 not. 3.

$\omega\mu\epsilon\nu$  F, uulgo. Mirum est, litteram  $K$  bis usurpatam esse in figura. 18.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\alpha\iota$  per comp. F, uulgo. 22.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ ] scripsi;  $\acute{\eta}\sigma\tau\eta\nu$  F, uulgo;  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$   $\tau\acute{\eta}\nu$  ed. Basil.,  $\acute{\epsilon}\sigma\sigma\omicron\upsilon\nu\tau\iota$  Torellius.  $\tau\acute{\alpha}$   $\tau\mu\acute{\alpha}\mu\alpha\tau\alpha$ ] Nizzius;  $\tau\omega$   $\tau\mu\eta\mu\alpha\tau\iota$  F, uulgo. 23.  $\omicron\upsilon\nu$ ] om. F; corr. Torellius.  $\tau\acute{\alpha}\varsigma$ ] bis F (semel per comp.).  $Z E \delta\epsilon\iota$  F. 28.  $\beta\alpha\rho\omega\nu$  F.  $\tau\epsilon\mu\nu\omega\nu\tau\iota$  F.

ἔστω δύο τμήματα, οἷα εἰρήται, τὰ  $ΑΒΓ$ ,  $ΕΖΗ$ ,  
 ὧν διαμέτροι αἱ  $ΒΔ$ ,  $ΖΘ$ . καὶ ἔστω τοῦ μὲν  $ΑΒΓ$   
 τμήματος κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $Κ$  σαιμεῖον, τοῦ δὲ  
 $ΕΖΗ$  τὸ  $Λ$ . δεικτέον, ὅτι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμ-  
 5 νοντι τὰς διαμέτρους τὰ  $Κ$ ,  $Λ$ .

εἰ γὰρ μή, ἔστω ὡς ἂ  $ΚΒ$  ποτὶ  $ΚΔ$ , οὕτως ἂ  
 $ΖΜ$  ποτὶ  $ΘΜ$ , καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ  $ΕΖΗ$  τμήμα  
 εὐθύγραμμον γνωρίμως, ὥστε τὰν μεταξὺ τοῦ κέντρου



τοῦ τμήματος καὶ τοῦ  
 ἐγγραφομένου εὐθυ-  
 γράμμου ἐλάσσονα εἶ-  
 10 μεν τὰς  $ΛΜ$ . καὶ ἔστω  
 τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυ-  
 γράμμου κέντρον τοῦ  
 βάρους τὸ  $Ξ$  σαιμεῖον.  
 ἐγγεγράφθω δὲ εἰς τὸ  
 $ΑΒΓ$  τμήμα τῷ ἐν τῷ  
 $ΕΖΗ$  ἐγγεγραμμένῳ  
 εὐθύγραμμῳ ὁμοῖον  
 20 εὐθύγραμμον, τουτ-

ἔστιν ὁμοίως γνωρίμως, οὗ κέντρον τοῦ βάρους τὰς κορυ-  
 φᾶς ἐγγύτερον ἢπερ τὸ τοῦ τμήματος· ὅπερ ἀδύνα-  
 τον. δῆλον οὖν, ὅτι τον αὐτὸν λόγον ἔχει ἂ  $ΒΚ$  ποτὶ  
 $ΚΔ$ , ὃν ἂ  $ΖΛ$  ποτὶ  $ΛΘ$ .

25

η'.

Παντὸς τμήματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας τε καὶ  
 ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ κέντρον τοῦ βάρους δια-

4.  $Λ$ ]  $Δ$  F. τέμνοντι] scripsi; τεμνωντι F, vulgo. 6.  
 προς per comp. F; corr. Torellius ut lin. 7, 23, 24. 8. την  
 per comp. F; corr. Torellius. 18. ἐγγεγραμμένῳ εὐθύγραμμῳ]

duo segmenta, qualia diximus, sint  $AB\Gamma$ ,  $EZH$ , quorum diametri sint  $B\Delta$ ,  $Z\Theta$ , et segmenti  $AB\Gamma$  centrum grauitatis sit  $K$ , segmenti autem  $EZH$  punctum  $\Lambda$ . demonstrandum, puncta  $K$ ,  $\Lambda$  diametros eadem ratione diuidere.

nam si minus, sit  $KB : K\Delta = ZM : \Theta M$ , et segmento  $EZH$  inscribatur proprie figura rectilinea, ita ut linea inter centra [grauitatis] segmenti et figurae inscriptae minor sit quam linea  $\Lambda M$  [prop. 6]. et figurae inscriptae centrum grauitatis sit  $\Xi$  punctum.<sup>1)</sup> inscribatur autem segmento  $AB\Gamma$  figura rectilinea figurae segmento  $EZH$  inscriptae similis, h. e. similiter proprie [u. Eutocius], cuius centrum grauitatis uertici propius erit quam centrum segmenti<sup>2)</sup>; quod fieri non potest [prop. 5]. adparet igitur, esse

$$BK : K\Delta = Z\Lambda : \Lambda\Theta.$$

## VIII.

Cuiusuis segmenti comprehensi linea recta et sectione conii rectanguli centrum grauitatis diametrum

1) Cadet hoc punctum infra punctum  $\Lambda$  (prop. 5), sed supra  $M$ , quia  $\Lambda\Xi < \Lambda M$  (ex hypothesis).

2) Debit sic dici: itaque centrum eius uertici propius erit cett., et fortasse lin. 21 pro  $\sigma\upsilon$  scribendum:  $\tau\omicron$   $\sigma\upsilon\nu$ . ceterum hoc uerum esse, sic intellegitur: centrum figurae segmento  $AB\Gamma$  inscriptae sit  $\gamma$ ; erit igitur (prop. 3)

$$B\gamma : \gamma\Delta = Z\Xi : \Xi\Theta;$$

sed  $Z\Xi : \Xi\Theta < ZM : M\Theta$ ; itaque  $B\gamma : \gamma\Delta < KB : B\Delta$ , et  $\gamma$  supra  $K$  cadet.

$\tau\mu\acute{\alpha}\mu\alpha\tau\iota$  Eutocius.  
F, uulgo.

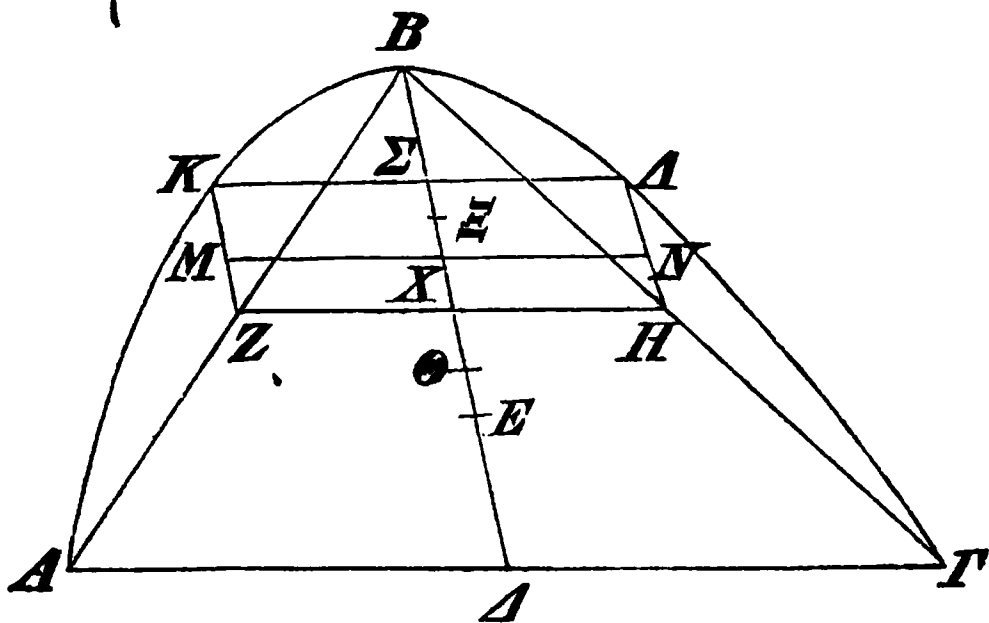
21.  $\sigma\upsilon$   $\tau\omicron$  Nizzius.

22.  $\tau\omicron$ ] addidi; om.

ρεῖ τὰν τοῦ τμήματος διάμετρον, ὥστε εἶμεν ἰσόμελον  
τὸ μέρος αὐτῆς τὸ ποτὶ τῆ κορυφῆ τοῦ τμήματος τοῦ  
ποτὶ τῆ βάσει.

ἔστω τὸ  $AB\Gamma$  τμήμα, οἷον εἰρήται, διάμετρος δὲ  
5 αὐτοῦ ἔστω  $\acute{\alpha} B\Delta$ , κέντρον δὲ τοῦ βάρους τὸ  $\odot$  σα-  
μεῖον. δεικτέον, ὅτι ἰσόμελον ἔστιν  $\acute{\alpha} B\odot$  τῆς  $\odot\Delta$ .

ἐγγεγράφθω ἐς τὸ  $AB\Gamma$  τμήμα γνωρίμως τρίγωνον  
τὸ  $AB\Gamma$ , οὗ κέντρον τοῦ βάρους ἔστω τὸ  $E$ . καὶ τε-  
τράσθω δίχα ἑκατέρα τῶν  $BA$ ,  $B\Gamma$ , καὶ ἄχθων αἱ  $KZ$ ,  
10  $HA$  παρὰ τὴν  $B\Delta$ . διαμέτροι ἄρα ἐντὶ τῶν  $AKB$ ,



$B\Delta\Gamma$  τμημάτων. ἔστω οὖν τοῦ μὲν  $AKB$  τμήματος  
κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $M$ , τοῦ δὲ  $B\Delta\Gamma$  τὸ  $N$ , καὶ  
ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ZH$ ,  $MN$ ,  $K\Delta$ . τοῦ ἄρα ἐξ ἁμ-  
φοτέρων τῶν τμημάτων συγκειμένου μεγέθους κέντρον  
15 τοῦ βάρους ἔστι τὸ  $X$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς  $\acute{\alpha} B\odot$  ποτὶ  
 $\odot\Delta$ , οὕτως  $\acute{\alpha} KM$  ποτὶ  $MZ$ , καὶ συνθέντι καὶ ἐναλ-  
λάξ, ὡς  $\acute{\alpha} B\Delta$  ποτὶ  $KZ$ , οὕτως  $\acute{\alpha} \Delta\odot$  ποτὶ  $MZ$ , τε-  
τραπλασία δὲ  $\acute{\alpha} B\Delta$  τῆς  $KZ$ . τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει  
δεικνύται, οὗ σαμεῖον  $\odot$ . τετραπλασίον ἄρα καὶ  $\acute{\alpha}$   
20  $\Delta\odot$  τῆς  $MZ$ . ὥστε καὶ λοιπὰ  $\acute{\alpha} B\odot$  λοιπῆς τῆς  $KM$ ,

1. ἰσόμελον F, ἰσόμελον V. 3. τῆ βάσει] scripsi; ταν βασιν

segmenti ita diuidit, ut pars eius ad uerticem segmenti posita dimidio maior sit parte ad basim posita.

sit  $AB\Gamma$  segmentum, quale diximus, et diametrus eius sit  $B\Delta$ , et centrum grauitatis punctum  $\Theta$ . demonstrandum, esse  $B\Theta = \frac{3}{2}\Theta\Delta$ .

segmento  $AB\Gamma$  proprie inscribatur triangulus  $AB\Gamma$ , cuius centrum grauitatis sit  $E$ . et lineae  $BA$ ,  $B\Gamma$  in duas partes aequales [in punctis  $Z$ ,  $H$ ] diuidantur, et lineae  $B\Delta$  parallelae ducantur lineae  $KZ$ ,  $H\Lambda$ . itaque diametri sunt segmentorum  $AKB$ ,  $B\Lambda\Gamma$  [p. 203 not. 2]. sit igitur segmenti  $AKB$  centrum grauitatis  $M$ , segmenti autem  $B\Lambda\Gamma$  punctum  $N$  [cfr. prop. 4], et ducantur lineae  $ZH$ ,  $MN$ ,  $K\Lambda$ . magnitudinis igitur ex utroque segmento compositae centrum grauitatis est  $X$  [p. 205 not. 6 et not. 4]. et quoniam est

$KM: MZ = B\Theta: \Theta\Delta$  [cfr. prop. 7 et Eutocius], et componendo [ $KZ: ZM = B\Delta: \Theta\Delta$ ; Eucl. V, 18] et uicissim [Eucl. V, 16]  $B\Delta: KZ = \Delta\Theta: MZ$ , sed  $B\Delta = 4KZ$  (hoc enim in fine demonstratur, ubi est signum  $\mathcal{J}$ )<sup>1)</sup>, erit  $\Delta\Theta = 4MZ$ . quare etiam quae

1) U. Eutocius.

F, uulgo. 4.  $\sigma\lambda\omicron\nu$ ] Torellius;  $\sigma\mu\omicron\iota\omicron\nu$  (comp.)  $\omega\varsigma$  F, uulgo;  $\sigma\lambda\omicron\nu$   $\omega\varsigma$  ed. Basil., C. 7.  $AB\Delta$  FV. 8.  $\sigma\upsilon$   $\tau\acute{o}$  Nizzius. 9.  $\tau\tilde{\alpha}\nu$ ] Torellius;  $\tau\alpha$  FV;  $\tau\tilde{\omega}\nu$  uulgo.  $B\Gamma$ ]  $A\Gamma$  F; corr. ed. Basil. Post  $B\Gamma$  ed. Basil., Torellius addunt  $\kappa\alpha\tau\grave{\alpha}$   $\tau\grave{\alpha}$   $ZH$  et post  $\acute{\alpha}\chi\theta\omega\nu$ :  $\kappa\alpha\rho\acute{\alpha}$   $\tau\tilde{\alpha}\nu$   $B\Delta$ , quae uerba post  $H\Lambda$  lin. 10 inserui. 10.  $H\Lambda$ ]  $H$  F. 12.  $\kappa\acute{\epsilon}\nu\tau\rho\nu$ ] scripsi;  $\tau\omicron$   $\kappa\epsilon\nu\tau\rho\nu$  F, uulgo.  $N$ ]  $H$  FV. 14.  $\tau\omicron$   $\kappa\epsilon\nu\tau\rho\nu$  F, uulgo. 15.  $\pi\rho\omicron\varsigma$  per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 16, 17. 17.  $\tau\alpha\varsigma$  (per comp.)  $KZ$  F, uulgo;  $\tau\tilde{\alpha}\nu$   $KZ$  ed. Basil., Torellius; malui  $\tau\alpha\varsigma$  delere.  $\sigma\upsilon\tau\omega\varsigma$   $\acute{\alpha}$   $\Delta\Theta$  ad  $KZ$  lin. 18 om. F, uulgo; suppleni ex Eutocio; minus recte Torellius cum ed. Basil.:  $\sigma\upsilon\tau\omega\varsigma$   $\acute{\alpha}$   $\Theta\Delta$   $\pi\omicron\tau\iota$  ( $\pi\rho\acute{o}\varsigma$  ed. Basil.)  $\tau\tilde{\alpha}\nu$   $MZ$ .  $\acute{\alpha}$   $\delta\grave{\epsilon}$   $B\Delta$   $\tau\epsilon\tau\rho\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\omega\nu$   $\tau\tilde{\alpha}\varsigma$   $KZ$ . 19.  $\mathcal{J}$ ]  $\acute{o}$   $\eta\lambda\iota\omicron\varsigma$  F, uulgo;  $\tau\omicron$   $\Theta$  Torellius;  $\acute{o}$   $\Theta$  ed. Basil.; ego hic quoque Eutocium secutus sum.

τουτέστι τᾶς  $\Sigma X$  τετραπλασίων. καὶ λοιπὰ ἄρα συν-  
 αμφοτέρω ἂ  $B\Sigma$ ,  $X\Theta$  τριπλασίων τᾶς  $\Sigma X$ . ἔστω τρι-  
 πλασία ἂ  $B\Sigma$  τᾶς  $\Sigma\Xi$ . καὶ ἂ  $X\Theta$  ἄρα τᾶς  $\Xi X$  ἔστι  
 τριπλασία. καὶ ἐπεὶ τετραπλασίων ἂ  $B\Delta$  τᾶς  $B\Sigma$ · καὶ  
 5 γὰρ τοῦτο δεικνύται· ἂ δὲ  $B\Sigma$  τᾶς  $\Sigma\Xi$  τριπλασίων,  
 ἂ  $\Xi B$  ἄρα τᾶς  $B\Delta$  τρίτον μέρος [ἐστίν]. ἔστιν δὲ καὶ  
 ἂ  $E\Delta$  τᾶς  $\Delta B$  τρίτον μέρος, ἐπειδήπερ κέντρον τοῦ  
 βάρους τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου ἐστὶ τὸ  $E$ . καὶ λοιπὰ ἄρα  
 ἂ  $\Xi E$  τρίτον μέρος τᾶς  $B\Delta$ . καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν ὅλου  
 10 τμήματος κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ  $\Theta$  σαρμεῖον, τοῦ  
 δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν  $AKB$ ,  $B\Delta\Gamma$  τμημάτων συγκει-  
 μένου μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὸ  $X$ , τοῦ δὲ  
 $AB\Gamma$  τριγώνου τὸ  $E$ , ἐσσεῖται, ὡς τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον  
 ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τμήματα, οὕτως ἂ  $X\Theta$  ποτὶ  
 15  $\Theta E$ . τριπλάσιον δὲ τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῶν τμημάτων  
 [ἐπειδήπερ τὸ ὅλον τμήμα ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ  $AB\Gamma$   
 τριγώνου]. τριπλασία ἄρα καὶ ἂ  $X\Theta$  τᾶς  $\Theta E$ . ἐδείχθη  
 δὲ ἂ  $X\Theta$  τριπλασία καὶ τᾶς  $X\Xi$ . πενταπλασία ἄρα  
 ἐστὶν ἂ  $\Xi E$  τᾶς  $E\Theta$ , τουτέστιν ἂ  $\Delta E$  τᾶς  $E\Theta$ . ἴσα  
 20 γὰρ ἐστὶν αὐτᾶ. ὥστε ἑξαπλασία ἐστὶν ἂ  $\Delta\Theta$  τᾶς  $\Theta E$ .  
 καὶ ἐντι τᾶς  $\Delta E$  τριπλασία ἂ  $B\Delta$ . ἀμιολία ἄρα ἐντι  
 ἂ  $B\Theta$  τᾶς  $\Theta\Delta$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Εἴ κα τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον ἔωντι ἐν τᾷ  
 25 συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἂ ἐλάχιστα ποτὶ  
 τὰν ὑπεροχάν, ἂ ὑπερέχει ἂ μεγίστα τᾶς ἐλάχιστας,

1. λοιπά] scripsi; λοιπ cum comp. ον F, vulgo; λοιπᾶν  
 Torellius; λοιπόν fortasse retineri potest; u. Hultschii index  
 Pappi p. 68. 2. τριπλασία] cum C et Nizzio; τριπλα (in fine  
 lineae) F, vulgo. 3.  $\Sigma\Xi$ ]  $E\Xi$  FV. ἐστὶν ἂ Eutocius.  
 6. ἐστίν] om. Eutocius. 12. βάρους F, vulgo. 13. εσται

relinquitur  $B\Theta = 4KM = 4\Sigma X$ .<sup>1)</sup> quare etiam quae relinquitur<sup>2)</sup>  $B\Sigma + X\Theta = 3\Sigma X$ . sit  $B\Sigma = 3\Sigma\Xi$ . erit igitur etiam  $X\Theta = 3\Xi X$ . et quoniam est

$$B\Delta = 4B\Sigma$$

(nam hoc quoque demonstratur [u. Eutocius]), et

$$B\Sigma = 3\Sigma\Xi,$$

erit igitur  $\Xi B = \frac{1}{3}B\Delta$  [u. Eutocius]. sed etiam  $E\Delta = \frac{1}{3}\Delta B$ , quoniam trianguli  $AB\Gamma$  centrum grauitatis est  $E$  [I, 14 coll. Eutocio ad I, 15]. quare etiam quae relinquitur  $\Xi E = \frac{1}{3}B\Delta$ . et quoniam totius segmenti centrum grauitatis est punctum  $\Theta$ , magnitudinis autem ex utroque segmento  $AKB$ ,  $B\Delta\Gamma$  compositae centrum grauitatis  $X$ , et trianguli  $AB\Gamma$  punctum  $E$ , erit ut triangulus  $AB\Gamma$  ad segmenta reliqua, ita  $X\Theta : \Theta E$  [I, 8]. sed triangulus  $AB\Gamma$  triplo maior est segmentis.<sup>3)</sup> quare etiam  $X\Theta = 3\Theta E$ . sed etiam demonstratum est esse  $X\Theta = 3X\Xi$ . itaque  $\Xi E = 5E\Theta$ , h. e.  $\Delta E = 5E\Theta$ ; nam  $\Delta E = \Xi E$ . quare  $\Delta\Theta = 6\Theta E$ . et est  $B\Delta = 3\Delta E$ . quare est  $B\Theta = \frac{3}{2}\Theta\Delta$  [u. Eutocius]; quod erat demonstrandum.

### IX.

Si quattuor lineae in continua proportione proportionales sunt, et quam habet rationem minima ad differentiam maximae et minimae, eam linea aliqua

1) Nam. parallelogrammum est  $KMX\Sigma$ .

2) Subtracto  $\Sigma\Theta$  communi ab  $B\Theta = 4\Sigma X$ .

3) U. Eutocius, qui sequentia uerba lin. 16—17 non habuisse uidetur.

per comp. F, uulgo. 14. προς (bis) per comp. F; corr. Torellius. 15.  $\tauριπλάσιον$ ] scripsi;  $\tauριπλ$  cum comp.  $ουν$  F, uulgo, Eutocius. 22.  $\delta\piερ \acute{\epsilon}δει δελεσαι$ ]  $\overline{\omega}$  FVA; om. uulgo; habet Eutocius.

τοῦτον ἔχουσά τις λαφθῆ ποτὶ τὰ τρία πεμπταμόρια  
 τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ ὑπερέχει ἅ μεγίστα τᾶν ἀνάλογον τᾶς  
 τρίτας, ὃν δὲ ἔχει λόγον ἅ ἴσα τᾶ τε διπλασία τᾶς  
 μεγίστας τᾶν ἀνάλογον καὶ τᾶ τετραπλασία τᾶς δευ-  
 5 τέρας καὶ τᾶ ἑξαπλασία τᾶς τρίτας καὶ τᾶ τριπλασία  
 τᾶς τετάρτας ποτὶ τὰν ἴσαν τᾶ τε πενταπλασία τᾶς  
 μεγίστας καὶ τᾶ δεκαπλασία τᾶς δευτέρας καὶ τᾶ δεκα-  
 πλασία τᾶς τρίτας καὶ τᾶ πενταπλασία τᾶς τετάρτας,  
 τοῦτον ἔχουσά τις λαφθῆ ποτὶ τὰν ὑπεροχάν, ἃ ὑπερ-  
 10 ἔχει ἅ μεγίστα τᾶν ἀνάλογον τᾶς τρίτας, συναμφοτέραι  
 αὐ λαφθείσαι ἐσσοῦνται δύο πεμπταμόρια τᾶς μεγίστας.

ἔστωσαν τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον αὐ  
 $AB, B\Gamma, B\Delta, BE$ , καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον  
 ἅ  $BE$  ποτὶ  $EA$ , τοῦτον ἔχέτω ἅ  $ZH$  ποτὶ  
 15 τὰ τρία πέμπτα τᾶς  $A\Delta$ , ὃν δὲ λόγον ἔχει  
 ἅ ἴσα τᾶ διπλασία τᾶς  $AB$  καὶ τετραπλασία  
 τᾶς  $B\Gamma$  καὶ ἑξαπλασία τᾶς  $B\Delta$  καὶ τριπλασία  
 τᾶς  $BE$  ποτὶ τὰν ἴσαν τᾶ πενταπλασία τᾶς  
 $AB$  καὶ δεκαπλασία τᾶς  $\Gamma B$  καὶ δεκαπλασία  
 20 τᾶς  $B\Delta$  καὶ πενταπλασία τᾶς  $BE$ , τοῦτον ἔχέτω  
 τὸν λόγον ἅ  $H\Theta$  ποτὶ τὰν  $A\Delta$ . δεικτέον,  
 ὅτι ἅ  $Z\Theta$  δύο πεμπταμόριά ἐντι τᾶς  $AB$ .

ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογόν ἐντι αὐ  $AB, B\Gamma,$   
 $B\Delta, BE$ , καὶ αὐ  $A\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$  ἐν τῷ αὐτῷ  
 25 λόγῳ ἐντί. καὶ συναμφοτέρος ἅ  $AB, B\Gamma$   
 ποτὶ τὰν  $B\Delta$ , τουτέστιν ἅ διπλασία συν-

αμφοτέρου τᾶς  $AB, B\Gamma$  ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς

1. πεμπτημορια F; corr. Torellius. 2. ἃ] ἄς F; corr. B.  
 τᾶν] τ F; ' addidit manus 2; τᾶς A, ed. Basil. 3. διπλασία]  
 β F, ut saepissime in hac propositione; corr. fere ed. Basil.;  
 ego semper totum uerbum posui suadente Nizzio. 4. ἀνά-  
 λογον] αναλογιαν F; corr. ed. Basil. 5. καὶ τᾶ τριπλασία]



adsumpta habet ad  $\frac{2}{3}$  differentiae maximae et tertiae linearum proportionalium, et quam habet rationem linea aequalis duplici maximae proportionalium et quadruplici secundae et tertiae sexies sumptae et triplici quartae ad lineam aequalem maximae quinquies sumptae et secundae decies sumptae et tertiae decies sumptae et quartae quinquies sumptae, eam habet linea aliqua adsumpta ad differentiam maximae et tertiae proportionalium, utraque simul linea adsumpta  $\frac{2}{3}$  erit maximae.<sup>1)</sup>

quattuor lineae  $AB, B\Gamma, B\Delta, BE$  proportionales sint<sup>2)</sup>, et sit  $BE:EA = ZH:\frac{2}{3}A\Delta$ , et

$$2AB + 4B\Gamma + 6B\Delta + 3BE$$

$$: 5AB + 10B\Gamma + 10B\Delta + 5BE = H\Theta : A\Delta.$$

demonstrandum, esse  $Z\Theta = \frac{2}{3}AB$ .

nam quoniam  $AB, B\Gamma, B\Delta, BE$  proportionales sunt, etiam  $A\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$  in eadem ratione sunt.<sup>3)</sup> et erit  $AB + B\Gamma : B\Delta$ , h. e.

1) Huius propositionis paraphrasim dedit Eutocius; demonstratio magis conspicua u. Quaest. Arch. p. 48—50; breuiorem demonstrationem ex ratione recentioris arithmetices dederunt Sturmius p. 273, Nizzius p. 38.

2) H. e. sit  $AB : B\Gamma = B\Gamma : B\Delta = B\Delta : BE$ .

3) Nam cum sit  $AB : B\Gamma = B\Gamma : B\Delta$ , erit *διελόντι*:

$$A\Gamma : B\Gamma = \Gamma\Delta : B\Delta,$$

et *ἐναλλάξ*:  $A\Gamma : \Gamma\Delta = B\Gamma : B\Delta$ . eodem modo, cum

$$B\Gamma : B\Delta = B\Delta : BE, \text{ erit } \Gamma\Delta : B\Delta = \Delta E : BE$$

et  $\Gamma\Delta : \Delta E = B\Delta : BE$ ;

h. e.  $A\Gamma : \Gamma\Delta = \Gamma\Delta : \Delta E = AB : B\Gamma = B\Gamma : B\Delta = B\Delta : BE$ .

om. F. 8. *πενταπλησια* F. 10. *τᾶν*] *τας* F; corr. Torellius. 11. *πεντημεσια* F; corr. Torellius. 13.  $B\Delta$ ] om. F. 14. *προς* (prius) per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 26. 22.  $\hat{\alpha}$   $Z\Theta$ ] *τα*  $AZ\Theta$  F; corr. A. 24.  $BE$ ]  $\Delta E$  F. 26. *τᾶν*  $B\Delta$  ad  $B\Gamma$  *ποτὶ* lin. 27 supplui; om. F, uulgo; *διπλασίαν τᾶς* lin. 27 om. ed. Basil., Torellius.

$B\Delta$  ἔχει τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ  $A\Delta$  ποτὶ τὰν  $\Delta E$ ,  
καὶ συναμφοτέρος ἂ  $\Delta B$ ,  $B\Gamma$  ποτὶ τὰν  $EB$ , καὶ  
πάντα ποτὶ πάντα. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἂ  
 $A\Delta$  ποτὶ τὰν  $\Delta E$ , ὃν ἂ ἴσα τᾶ τε διπλασία τᾶς  $AB$ <sup>3</sup>  
5 καὶ τᾶ τριπλασία τᾶς  $\Gamma B$  καὶ τᾶ  $\Delta B$  ποτὶ τὰν ἴσαν  
τᾶ τε διπλασία τᾶς  $B\Delta$  καὶ τᾶ  $BE$ . ὃν δὲ λόγον  
ἔχει ἂ ἴσα τᾶ τε διπλασία τᾶς  $AB$  καὶ τᾶ τετραπλασία  
τᾶς  $B\Gamma$  καὶ τᾶ τετραπλασία τᾶς  $B\Delta$  καὶ τᾶ διπλασία  
τᾶς  $BE$  ποτὶ τὰν ἴσαν τᾶ τε διπλασία τᾶς  $\Delta B$  καὶ  
10 τᾶ  $EB$ , τοῦτον ἔξει ἂ  $\Delta A$  ποτὶ ἐλάσσονα τᾶς  $\Delta E$ .  
ἔχέτω οὖν ποτὶ  $\Delta O$ . καὶ ἀμφοτέραι δὲ ποτὶ τὰς πρώ-  
τας τὸν αὐτὸν ἔξοῦντι λόγον. ἔξει οὖν ἂ  $OA$  ποτὶ  
 $A\Delta$  τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ ἴσα τᾶ τε διπλασία τᾶς  
 $AB$  καὶ τετραπλασία τᾶς  $\Gamma B$  καὶ ἑξαπλασία τᾶς  $B\Delta$   
15 καὶ τριπλασία τᾶς  $BE$  ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἕκ τε τᾶς  
διπλασίας συναμφοτέρας τᾶς  $AB$ ,  $EB$  καὶ τετραπλα-  
σίας συναμφοτέρου τᾶς  $\Gamma B$ ,  $B\Delta$ . ἔχει δὲ καὶ ἂ  $A\Delta$   
ποτὶ  $H\Theta$  τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ πενταπλασία συν-  
αμφοτέρου τᾶς  $AB$ ,  $BE$  μετὰ τᾶς δεκαπλασίας συν-  
20 αμφοτέρου τᾶς  $\Gamma B$ ,  $B\Delta$  ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἕκ τε  
τᾶς διπλασίας τᾶς  $AB$  καὶ τᾶς τετραπλασίας τᾶς  $\Gamma B$   
καὶ τᾶς τριπλασίας τᾶς  $EB$  καὶ ἑξαπλασίας τᾶς  $B\Delta$ .  
ἀνομοίως δὲ τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν ἐν τε-  
ταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, δι' ἴσου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον  
25 ἂ  $OA$  ποτὶ  $H\Theta$ , ὃν ἂ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς  
 $AB$ ,  $BE$  μετὰ τᾶς δεκαπλασίας τᾶν  $\Gamma B$ ,  $B\Delta$  ποτὶ  
τὰν συγκειμέναν ἕκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου  
τᾶς  $AB$ ,  $BE$  καὶ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς  
 $\Gamma B$ ,  $B\Delta$ . ἀλλ' ἂ συγκειμένα ἕκ τε τᾶς πενταπλασίας

3. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 10, 11 (prius),  
12, 18, 20, 26. 5. καὶ τᾶ] scripsi; καὶ α F, vulgo. 6. τᾶ  $BE$ ]

$2(AB + B\Gamma) : 2B\Delta = A\Delta : \Delta E^1)$ ,  
 et  $\Delta B + B\Gamma : EB^2)$ , et omnia ad omnia.<sup>3)</sup> erit igitur  
 $A\Delta : \Delta E = 2AB + 3\Gamma B + \Delta B : 2B\Delta + BE$ .

itaque quam rationem habet

$2AB + 4B\Gamma + 4B\Delta + 2BE : 2\Delta B + EB$ ,  
 eam habebit  $\Delta A$  ad lineam minorem linea  $\Delta E$  [Eucl. V, 8]. habeat ad lineam  $\Delta O$ . et etiam utraeque simul sumptae ad primas eandem rationem habebunt. quare erit

$$OA : A\Delta = 2AB + 4\Gamma B + 6B\Delta + 3BE \\ : 2(AB + EB) + 4(\Gamma B + B\Delta).^4)$$

sed etiam [ex hypothesi] erat

$$A\Delta : H\Theta = 5(AB + BE) + 10(\Gamma B + B\Delta) \cdot \\ : 2AB + 4\Gamma B + 3EB + 6B\Delta.$$

proportionibus autem inaequaliter ordinatis, siue in perturbata ratione, ex aequali erit [Eucl. V, 23]

$$OA : H\Theta = 5(AB + BE) + 10(\Gamma B + B\Delta) \\ : 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta).$$

1) Erat (p. 219 not. 3)  $AB : B\Gamma = A\Gamma : \Gamma\Delta$ ,  
 h. e.  $AB + B\Gamma : B\Gamma = A\Delta : \Gamma\Delta$ . sed  $B\Gamma : B\Delta = \Gamma\Delta : \Delta E$ ;  
 quare δι' ἴσου  $AB + B\Gamma : B\Delta = A\Delta : \Delta E$ .

2)  $B\Gamma : B\Delta = A\Gamma : \Gamma\Delta$  (p. 219 not. 3); unde  
 $B\Gamma + B\Delta : B\Delta = A\Delta : \Gamma\Delta$ ;  
 sed  $B\Delta : BE = \Gamma\Delta : \Delta E$  (p. 219 not. 3); quare  
 $B\Gamma + B\Delta : BE = A\Delta : \Delta E$ .

3) Erat  $2(AB + B\Gamma) : 2B\Delta = B\Gamma + B\Delta : BE = A\Delta : \Delta E$ ;  
 tum u. Eucl. V, 12, unde intellegitur, πάντα ποτὶ πάντα esse:  
 πάντα τὰ ἡγούμενα πρὸς πάντα τὰ ἐπόμενα.

4) H. e. ἀνάπαλιν et συνθέντι.

scripsi; ταν BE F, uulgo. 7. AB] B F; corr. AB. 10.  
 τᾶ] scripsi; ταν F, uulgo. 11. ΔO] ΔΘ F; corr. Torellius.  
 12. OA] ΘA F; corr. ed. Basil. 14. καὶ τετραπλασία τᾶς ΓB]  
 om. F; corr. ed. Basil. 25. OA] A F; corr. ed. Basil. πεν-  
 ταπλασία] ΔE F; corr. ed. Basil. 26. τᾶν] scripsi; τας F,  
 uulgo.

συναμφοτέρου τᾶς  $AB$ ,  $BE$  μετὰ τᾶς δεκαπλασίας συν-  
 αμφοτέρου τᾶς  $GB$ ,  $B\Delta$  ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε  
 τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς  $AB$ ,  $BE$  καὶ τετρα-  
 πλασίας συναμφοτέρου τᾶς  $GB$ ,  $B\Delta$  λόγον ἔχει, ὃν  
 5 πέντε ποτὶ δύο. καὶ ἂ  $AO$  ἄρα ποτὶ  $H\Theta$  λόγον ἔχει,  
 ὃν πέντε ποτὶ δύο. πάλιν ἐπεὶ ἂ  $O\Delta$  ποτὶ  $\Delta A$  τὸν  
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ  $EB$  μετὰ τᾶς διπλασίας τᾶς  
 $B\Delta$  ποτὶ τὰν ἴσαν τᾶ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας  
 συναμφοτέρου τᾶς  $AB$ ,  $BE$  μετὰ τᾶς τετραπλασίας  
 10 συναμφοτέρου τᾶς  $GB$ ,  $B\Delta$ , ἔστιν δὲ καί, ὡς ἂ  $A\Delta$   
 ποτὶ  $\Delta E$ , οὕτως ἂ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας  
 τᾶς  $AB$  καὶ τριπλασίας τᾶς  $GB$  καὶ τᾶς  $B\Delta$  ποτὶ τὰν  
 ἴσαν τᾶ τε  $EB$  καὶ τᾶ διπλασία τᾶς  $B\Delta$ , ἀνομοίως  
 οὖν τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν τεταραγμένας  
 15 εἰσάσας τᾶς ἀναλογίας, δι' ἴσου ἐστίν, ὡς ἂ  $O\Delta$  ποτὶ  
 $\Delta E$ , οὕτως ἂ διπλασία τᾶς  $AB$  μετὰ τᾶς τριπλασίας  
 τᾶς  $B\Gamma$  καὶ ἂ  $B\Delta$  ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τᾶς δι-  
 πλασίας συναμφοτέρου τᾶς  $AB$ ,  $BE$  καὶ τᾶς τετρα-  
 πλασίας τᾶν  $GB$ ,  $B\Delta$ . ὥστε καὶ ὡς ἂ  $OE$  ποτὶ  $E\Delta$   
 20 ἐστίν, οὕτως ἂ  $\Gamma B$  μετὰ τᾶς τριπλασίας τᾶς  $B\Delta$  καὶ  
 διπλασίας τᾶς  $EB$  ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου  
 τᾶς  $AB$ ,  $BE$  καὶ τετραπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς  $GB$ ,  
 $B\Delta$ . ἔστιν δὲ καί, ὡς ἂ  $\Delta E$  ποτὶ  $EB$ , οὕτως ἂ τε  
 $A\Gamma$  ποτὶ  $\Gamma B$ . ἐπεὶ καὶ κατὰ σύνθεσιν· καὶ ἂ τρι-  
 25 πλασία τᾶς  $\Gamma\Delta$  ποτὶ τὰν τριπλασίαν τᾶς  $\Delta B$ , καὶ ἂ  
 διπλασία τᾶς  $\Delta E$  ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς  $EB$ . ὥστε  
 καὶ ἂ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς  $A\Gamma$  καὶ τριπλασίας τᾶς  
 $\Gamma\Delta$  καὶ διπλασίας τᾶς  $\Delta E$  ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ  
 τε τᾶς  $\Gamma B$  καὶ τριπλασίας τᾶς  $\Delta B$  καὶ διπλασίας τᾶς

2. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 5 bis, 6 bis,  
 8, 11, 15, 17, 19, 21, 23, 24, 25, 26, 28. 6.  $O\Delta$ ]  $\Theta\Delta$  F;

sed 
$$5(AB + BE) + 10(\Gamma B + B\Delta)$$

$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta) = 5 : 2.^1)$$

quare etiam  $AO : H\Theta = 5 : 2$ . rursus quoniam est  $O\Delta : \Delta A = EB + 2B\Delta : 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta)$  [Eucl. V, 7 coroll.], et etiam

$A\Delta : \Delta E = 2AB + 3\Gamma B + B\Delta : EB + 2B\Delta$ ,  
 inaequaliter ordinatis rationibus siue proportione per-  
 turbata, ex aequali erit [Eucl. V, 23]

$$O\Delta : \Delta E = 2AB + 3B\Gamma + B\Delta$$

$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta).$$

quare etiam

$$OE : E\Delta = \Gamma B + 3B\Delta + 2EB$$

$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta)$$

[ἀνάπαλιν Eucl. V, 7 coroll. et ἀναστρέψαντι V, 19  
 coroll. et ἀνάπαλιν]. sed etiam  $\Delta E : EB = A\Gamma : \Gamma B$   
 (quoniam etiam componendo

$$[\text{est } AB : B\Gamma = \Delta B : EB]^2) = 3\Gamma\Delta : 3\Delta B$$

$$= 2\Delta E : 2EB.$$

quare etiam

$$A\Gamma + 3\Gamma\Delta + 2\Delta E$$

$$: \Gamma B + 3\Delta B + 2EB [= \Delta E : EB].^3)$$

1) Cfr. Quaest. Arch. p. 48.

2) Hinc enim διελόντι (Eucl. V, 17)  $A\Gamma : B\Gamma = \Delta E : EB$ ;  
 cfr. Quaest. Arch. p. 147.

3) Nam  $A\Gamma : \Gamma B = 2\Delta E : 2EB = \Gamma\Delta : \Delta B$  (p. 219 not. 3)  
 $= 3\Gamma\Delta : 3\Delta B$ ; unde ex Eucl. V, 12:

$$A\Gamma + 2\Delta E + 3\Gamma\Delta : \Gamma B + 2EB + 3\Delta B = 2\Delta E : 2EB.$$

corr. B. 8. ταν συγκειμεναν F; corr. B. 10. AΔ] ΔB F;  
 corr. A. 13. BΔ] HBΔ F; corr. A. 14. τεταγμένων] τε-  
 τμημένων FV. τεταραγμενος F. 15. ουσας F, uulgo.  
 ἐστίν] om. FV. OΔ] ΘΔ F; corr. ed. Basil. 19. τᾶν]  
 scripsi; τας F, uulgo; συναμφοτέρον τᾶς Torellius. OE]  
 scripsi; ΘE F, uulgo; EO ed. Basil., Torellius. 20. οὕτως]  
 ως F. 27. τριπλασίας] Γ' F, uulgo; ἄ γ̄ ed. Basil., Torellius.

*ΕΒ.* ἀνομοίως οὖν πάλιν τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν ἐν τετραγαμμένα ἀναλογία, δι' ἴσου τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον ἃ *ΕΟ* ποτὶ *ΕΒ*, ὃν ἃ *ΑΓ* μετὰ τᾶς τριπλασίας τᾶς *ΓΔ* καὶ διπλασίας τᾶς *ΔΕ* ποτὶ τὰν  
 5 διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς *ΑΒ*, *ΒΕ* μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς *ΓΒ*, *ΒΔ*. ὅλα οὖν ἃ *ΟΒ* ποτὶ *ΒΕ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἃ ἴσα τᾶ τε τριπλασία τᾶς *ΑΒ* μετὰ τᾶς ἑξαπλασίας τᾶς *ΓΒ* καὶ τᾶ τριπλασία τᾶς *ΒΔ* ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου  
 10 τᾶς *ΑΒ*, *ΒΕ* μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς *ΓΒ*, *ΒΔ*. καὶ ἐπεὶ αἶ τε *ΕΔ*, *ΔΓ*, *ΓΑ* ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐντὶ καὶ συναμφοτέρος ἑκάστα τᾶν *ΕΒ*, *ΒΔ*, *ΔΒ*, *ΒΓ*, *ΓΒ*, *ΒΑ*, ἐσσεῖται καί, ὡς ἃ *ΕΔ* ποτὶ *ΔΑ*, οὕτως συναμφοτέρος ἃ *ΕΒ*, *ΒΔ* ποτὶ συναμφο-  
 15 τερον τὰν *ΔΒ*, *ΒΓ* μετὰ τᾶς συναμφοτέρου τᾶς *ΓΒ*, *ΒΑ*. καὶ συνθέντι ἄρα ἐστίν, ὡς ἃ *ΑΕ* ποτὶ *ΑΔ*, οὕτως συναμφοτέρος ἃ *ΕΒ*, *ΒΔ* μετὰ συναμφοτέρου τᾶς *ΑΒ*, *ΒΓ* καὶ συναμφοτέρου τᾶς *ΓΒ*, *ΒΔ*, ὃ ἐστὶ συναμφοτέρος ἃ *ΕΒ*, *ΒΑ* μετὰ τᾶς διπλασίας συν-  
 20 αμφοτέρου τᾶς *ΔΒ*, *ΒΓ* ποτὶ συναμφοτέρον τὰν *ΒΔ*, *ΒΑ* μετὰ τᾶς διπλασίας τᾶς *ΒΓ*. ὥστε καὶ ἃ διπλασία ποτὶ τὰν διπλασίαν τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, τουτέστιν ὡς ἃ *ΕΑ* ποτὶ *ΑΔ*, οὕτως ἃ διπλασία συναμφοτέρου τᾶς *ΕΒ*, *ΒΑ* μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου  
 25 τᾶς *ΓΒ*, *ΒΔ* ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς *ΑΒ*, *ΒΔ* μετὰ τᾶς τετραπλασίας τᾶς *ΓΒ*. ὥστε καὶ

3. *ΕΟ*] *ΕΘ* *F*; corr. ed. Basil.      προς per comp. *F*; corr. Torellius, ut semper in hac pagina.      4. τριπλασίας τᾶς] om. *F*; corr. *A*.      τὰν] addidi; om. *F*, uulgo.      7. *ΟΒ*] *ΕΒ* *F*; corr. ed. Basil.      13. ἐστὶ per comp. *F*, uulgo.      16. ὡς] om. *F*; corr. *A*.      ἃ *ΑΕ*] ἃ addidi; om. *F*, uulgo.      18. *ΓΒΔ* *F*; corr. Torellius.      19. *ΕΒΑ* *F*, uulgo, ut lin. 24.

rursus igitur rationibus inaequaliter ordinatis siue proportionem perturbata, ex aequali erit:

$$EO : EB = A\Gamma + 3\Gamma\Delta + 2\Delta E \\ : 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta)$$

[Eucl. V, 23]. itaque [συνθέντι Eucl. V, 18]:

$$OB : BE = 3AB + 6\Gamma B + 3B\Delta^1) \\ : 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta).$$

et quoniam lineae  $E\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$ ,  $\Gamma A$  et

$$EB + B\Delta, \Delta B + B\Gamma, \Gamma B + BA$$

in eadem ratione sunt<sup>2)</sup>, erit etiam

$$E\Delta : \Delta A = EB + B\Delta : \Delta B + B\Gamma + \Gamma B + BA.^3)$$

quare etiam componendo [Eucl. V, 18] erit

$$AE : A\Delta = EB + B\Delta + AB + B\Gamma + \Gamma B + B\Delta \\ : B\Delta + BA + 2B\Gamma = EB + BA + 2(\Delta B + B\Gamma) \\ : B\Delta + BA + 2B\Gamma = 2(EB + BA) + 4(\Delta B + B\Gamma) \\ : 2(B\Delta + BA) + 4B\Gamma.$$

$$1) \text{ Nam } A\Gamma + 3\Gamma\Delta + 2\Delta E + 2AB + 2BE + 4\Gamma B + 4B\Delta \\ = 2AB + (A\Gamma + \Gamma B) + 3(\Gamma\Delta + B\Delta) + 2(\Delta E + BE) + 3\Gamma B + B\Delta \\ = 3AB + 3\Gamma B + 2B\Delta + 3\Gamma B + B\Delta.$$

$$2) \text{ H. e. } E\Delta : \Delta\Gamma = \Delta\Gamma : \Gamma A = EB + B\Delta : \Delta B + B\Gamma \\ = \Delta B + B\Gamma : \Gamma B + BA;$$

quod facile ex p. 219 not. 3 et Eucl. V, 12 concluditur.

3) Est enim

$$E\Delta : \Delta\Gamma : \Gamma A = EB + B\Delta : \Delta B + B\Gamma : \Gamma B + BA;$$

quare

$$E\Delta : \Delta\Gamma + \Gamma A = EB + B\Delta : (\Delta B + B\Gamma) + (\Gamma B + BA);$$

cfr. Quaest. Arch. p. 48.

20.  $\Delta B\Gamma F$ , uulgo, ut lin. 25, p. 226, 3:  $\Gamma B\Delta$ ; lin. 26:  $AB\Delta$ ; p. 226 lin. 2  $ABE$ ; ibid. lin. 5:  $AB\Delta$ . 21.  $BA$ ]  $\Delta A F$ . 24. μετὰ τὰς τετραπλασίας ad τὰς  $AB$ ,  $B\Delta$  lin. 26 repetita in  $F$ ; corr. B. 26.  $\Gamma B$ ]  $\Gamma E F$ ; corr. Basil.

ὡς ἂ  $EA$  ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς  $A\Delta$ , οὕτως ἂ συγ-  
 κειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς  $AB$ ,  
 $BE$  καὶ τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς  $\Gamma B$ ,  $B\Delta$  ποτὶ  
 τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς διπλασίας  
 5 συναμφοτέρου τᾶς  $AB$ ,  $B\Delta$  καὶ τετραπλασίας τᾶς  $\Gamma B$ .  
 ἀλλ' ὡς ἂ  $EA$  ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς  $A\Delta$ , οὕτως  
 ἐστὶν ἂ  $EB$  ποτὶ  $ZH$ . καὶ ὡς ἄρα ἂ  $EB$  ποτὶ  $ZH$ ,  
 οὕτως ἂ διπλασία συναμφοτέρου τᾶς  $AB$ ,  $BE$  μετὰ  
 τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς  $\Delta B$ ,  $B\Gamma$  ποτὶ τὰ  
 10 τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς διπλασίας συν-  
 αμφοτέρου τᾶς  $AB$ ,  $B\Delta$  μετὰ τᾶς τετραπλασίας τᾶς  
 $\Gamma B$ . ἐδείχθη δὲ καί, ὡς ἂ  $OB$  ποτὶ  $EB$ , οὕτως ἂ  
 τριπλασία συναμφοτέρου τᾶς  $AB$ ,  $B\Delta$  μετὰ τᾶς ἑξα-  
 πλασίας τᾶς  $\Gamma B$  ποτὶ τὴν διπλασίαν συναμφοτέρου  
 15 τᾶς  $AB$ ,  $BE$  καὶ τετραπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς  $\Gamma B$ ,  
 $B\Delta$ . καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν, ὡς ἂ  $OB$  ποτὶ  $ZH$ , οὕ-  
 τως ἂ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς τριπλασίας συναμφοτέρου  
 τᾶς  $AB$ ,  $B\Delta$  καὶ ἑξαπλασίας τᾶς  $\Gamma B$  ποτὶ τὰ τρία  
 πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφο-  
 20 τέρου τᾶς  $AB$ ,  $B\Delta$  καὶ τετραπλασίας τᾶς  $\Gamma B$ . ἀλλὰ  
 ἂ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς τριπλασίας συναμφοτέρου τᾶς  
 $AB$ ,  $B\Delta$  καὶ ἑξαπλασίας τᾶς  $\Gamma B$  ποτὶ μὲν τὴν συγ-  
 κειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς  $AB$ ,  
 $B\Delta$  καὶ τετραπλασίας τᾶς  $\Gamma B$  λόγον ἔχει, ὃν τρία ποτὶ  
 25 δύο, ποτὶ δὲ τὰ τρία πέμπτα τᾶς αὐτᾶς λόγον ἔχει, ὃν

2. τε] τ supra scripto ε F. 3. προς per comp. F;  
 corr. Torellius, ut semper in hac pagina. 12. OB] AB F;  
 corr. ed. Basil. 16. OB] EB F; corr. ed. Basil. 22.  
 ἑξαπλασίας] εκτου FVA; σ' uulgo. 23. ABΔ F, uulgo, ut  
 lin. 11, 13, 18, 20, 22; sic etiam lin. 8: ABE; lin. 9: ΔBΓ;  
 lin. 15: ABE; ibidem: ΓEΔ. 24. ποτί] πρ<sup>ο</sup> F; corr. To-  
 rellius.



quare etiam

$$AE : \frac{3}{5} A\Delta = 2(EB + BA) + 4(\Delta B + B\Gamma) \\ : \frac{3}{5}(2(B\Delta + BA) + 4B\Gamma).$$

sed

$$AE : \frac{3}{5} A\Delta = EB : ZH.^1)$$

quare etiam

$$EB : ZH = 2(AB + BE) + 4(\Delta B + B\Gamma) \\ : \frac{3}{5}(2(AB + B\Delta) + 4\Gamma B).$$

sed demonstratum est, esse

$$OB : EB = 3(AB + B\Delta) + 6\Gamma B \\ : 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta).$$

itaque etiam ex aequali [Eucl. V, 22] erit

$$OB : ZH = 3(AB + B\Delta) + 6\Gamma B \\ : \frac{3}{5}(2(AB + B\Delta) + 4\Gamma B).$$

sed

$$3(AB + B\Delta) + 6\Gamma B : 2(AB + B\Delta) + 4\Gamma B = 3 : 2^2),$$

et

$$3(AB + B\Delta) + 6\Gamma B : \frac{3}{5}(2(AB + B\Delta) + 4\Gamma B) = 5 : 2.$$

1) Quia ex hypothesis est  $EB : AE = ZH : \frac{3}{5}A\Delta$ ; tum  $\epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$ .

2) Eucl. VI, 16; nam

$$2 \times (3(AB + B\Delta) + 6\Gamma B) = 6(AB + B\Delta) + 12\Gamma B \\ = 3 \times (2(AB + B\Delta) + 4\Gamma B).$$

quare

$$3(AB + B\Delta) + 6\Gamma B : \frac{3}{5}(2(AB + B\Delta) + 4\Gamma B) \\ = 3 : 2 \times \frac{3}{5} = 5 : 2.$$

πέντε ποτὶ δύο. ἐδείχθη δὲ καὶ ἅ  $AO$  ποτὶ  $H\Theta$  λόγον ἔχουσα, ὃν πέντε ποτὶ δύο. καὶ ὅλα ἄρα ἅ  $BA$  ποτὶ ὅλαν τὰν  $Z\Theta$  λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. εἰ δὲ τοῦτο, δύο πεμπταμορία ἐντι ἅ  $Z\Theta$  τᾶς  $AB$ . ὅπερ  
5 ἔδει δεῖξαι.

ι'.

Παντὸς τόμου ἀπὸ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀφαιρουμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾶς εὐθείας ἐστίν, ἃ διάμετρος ἐστὶ τοῦ τόμου, τόνδε τὸν τρόπον  
10 κείμενον· διαιρεθεῖσας τᾶς εὐθείας εἰς ἴσα πέντε ἐπὶ μέσου πεμπταμορίου, ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτοῦ τὸ ἐγγύτερον τᾶς ἐλάσσονος βάσιος τοῦ τόμου ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος  
15 τᾶν βασιῶν τοῦ τόμου, ὕψος δὲ τὰν ἴσων συναμφοτέρω τᾶ τε διπλασία τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βασιῶν καὶ τᾶ μείζονι ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βασιῶν τοῦ τόμου, ὕψος δὲ τὰν ἴσων ἀμφοτέρω τᾶ τε διπλασία τᾶς μεί-  
20 ζονος καὶ τᾶ ἐλάσσονι αὐτᾶν.

ἔστωσαν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾶ δύο εὐθείαι αὶ  $AG$ ,  $AE$ . διάμετρος δὲ ἔστω τοῦ  $ABG$  τμήματος ἅ  $BZ$ . φανερόν δὲ, ὅτι καὶ τοῦ  $A\Delta E\Gamma$  τόμου διά-

1. ποτὶ (bis)] per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 2 bis, 3.  $AO$ ]  $A$  F; corr. B. 2.  $BA$ ]  $B\Theta$  F; corr. AB. 4. πεμπτημορια F; corr. Torellius.  $AB$ ]  $\Delta B$  F; corr. AB. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] οἱ FV; ὅπερ ἔδει uulgo; corr. Torellius. 9. ἅ] om. F. τόν] addidi; om. F, uulgo. 14. ἡμίσεως τᾶς μείζονος et lin. 18: ἡμίσεως τᾶς ἐλάσσονος ed. Basil., Torellius. 15. των per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 16. βασεων F, uulgo, ut lin. 16, 18. 16. τᾶ (alt.)] το F, uulgo; τῶ BD; corr. Torellius. 19. ἀμφοτέρω] scripsi; ἀμφοτερας F, uulgo; ἀμ-



sed demonstratum est etiam  $AO : H\Theta = 5 : 2$  [p. 222, 5]  
[itaque  $OB : ZH = AO : H\Theta = 5 : 2$ ]. quare etiam  
 $BA : Z\Theta = 5 : 2$  [Eucl. V, 12]. itaque

$$Z\Theta = \frac{2}{5} AB;$$

quod erat demonstrandum.

### X.

Cuiusuis frusti<sup>1)</sup> a sectione conii rectanguli ablati centrum grauitatis in ea linea, quae diametrus est frusti<sup>2)</sup>, ita positum est: linea in quinque partes aequales diuisa in media quinta parte ita positum, ut pars eius minori basi propior ad reliquam partem eandem rationem habeat, quam magnitudo solida basim habens quadratum maioris basis frusti, altitudinem autem aequalem simul duplici basi minori et maiori basi ad magnitudinem solidam basim habentem quadratum basis minoris frusti, altitudinem autem lineam aequalem simul duplici basi maiori et minori earum.

in sectione conii rectanguli duae lineae [parallelae] sint  $AF$ ,  $AE$ ; et segmenti  $ABF$  diametrus sit  $BZ$ . adparet igitur, etiam frusti  $ADEF$  diametrum esse  $ZH$ , quia lineae  $AF$ ,  $AE$  parallelae sunt lineae in

1) Intellegitur pars parabolae duabus lineis parallelis abs-  
cisa, quasi trapezium quoddam, cuius duo latera parallela,  
duo partes parabolae sunt; cfr. I, 15.

2) H. e. linea, quae puncta media laterum parallelorum  
coniungit; u. Eutocius.

φορέαις Torellius. 21. ἐν] om. F; corr. Torellius. τομαι  
F; corr. Torellius. 23. δὴ] Torellius cum Eutocio; δε F,  
uulgo.  $ADEF$  ad ἂ  $ZH$  p. 230 lin. 1 om. F, uulgo; ex Eu-  
tocio suppl. ed. Basil. (om. τόμον) et Torellius ( $HZ$  pro  $ZH$ ).

μετρός ἐστὶν ἡ  $ZH$ , ἐπεὶ αἱ  $AG$ ,  $ΔE$  παραλλήλοι ἐντὶ  
 τῶν κατὰ τὸ  $B$  ἐφαπτομένα τῶν τομῶν. καὶ τῶν  $HZ$   
 εὐθείας διαιρεθείσας εἰς πέντε ἴσα μέσον ἔστω πεμπτα-  
 μόριον ἡ  $ΘK$ . ἡ δὲ  $ΘI$  ποτὶ τὴν  $IK$  τὸν αὐτὸν ἐχέτω  
 5 λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ  
 τῶν  $AZ$  τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν ἴσαν ἀμφοτέραις τῶν  
 τε διπλασίᾳ τῶν  $ΔH$  καὶ τῶν  $AZ$  ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ  
 βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ τῶν  $ΔH$  τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν  
 ἴσαν ἀμφοτέραις τῶν διπλασίᾳ τῶν  $AZ$  καὶ τῶν  $ΔH$ .  
 10 δεικτέον, ὅτι τοῦ  $AΔEΓ$  τόμου κέντρον ἐστὶ τοῦ βά-  
 ρεος τὸ  $I$  σαμεῖον.

ἔστω δὴ τῶν μὲν  $ZB$  ἴσα ἡ  $MN$ , τῶν δὲ  $HB$  ἴσα  
 ἡ  $NO$ , καὶ λελάφθω τῶν μὲν  $MN$ ,  $NO$  μέσα ἀνά-  
 λογον ἡ  $NΞ$ , τετάρτα δὲ ἀνάλογον ἡ  $TN$ . καὶ ὡς ἡ  
 15  $TM$  ποτὶ  $TN$ , οὕτως ἡ  $ZΘ$  ποτὶ τινὰ ἀπὸ τοῦ  $I$ ,  
 ὅπου ἂν ἐρχήται τὸ ἕτερον σαμεῖον· οὐδὲν γὰρ δια-  
 φέρει, εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν  $Z$ ,  $H$  εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν  
 $H$ ,  $B$ · τὴν  $IP$ . καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομῶν  
 διάμετρος ἐστὶ τοῦ τμήματος ἡ  $ZB$ , ἡ  $BZ$  ἦτοι ἀρχικῶς  
 20 ἐστὶ τῶν τομῶν ἢ παρὰ τὴν διάμετρον ἄκται, αἱ δὲ  
 $AZ$ ,  $ΔH$  εἰς αὐτὰν τεταγμένως ἐντὶ καταγμέναι, ἐπειδὴ  
 παραλλήλοι ἐντὶ τῶν ἐπὶ τοῦ  $B$  τῶν τομῶν ἐφαπτομένα.

1. ἐπεὶ αἱ] scripsi; om. F, vulgo; ed. Basil. et Torellius:  
 καὶ αἱ μὲν. 2.  $HZ$ ]  $EZ$  FV. 4. πρὸς per comp. F; corr.  
 Torellius. 6. τῶν] τῆς F; corr. V(?).  $AZ$ ]  $ΔZ$  F; corr. B.  
 τετραγωνων (comp.) F; corr. Torellius. 7.  $ΔH$ ]  $ZH$  F; corr.  
 AB. 10.  $AΔEΓ$  FV. 12.  $ZB$ ]  $ZE$  FV. 13. ἡ  $NO$ ] ἡ  $NΘ$   
 FV. εἰληφθω F, vulgo.  $MN$ ,  $NO$ ] Torellius;  $MNΘ$  F;  
 $MNO$  vulgo. 14.  $MΞ$  F. τεταρτη F; corr. Torellius.  
 ἡ  $TM$ ] ἡ  $TM$  F, vulgo. 15. ποτὶ] πρὸς per comp. F; corr.  
 Torellius, ut semper posthac in hac prop. 16. ἂν] εἰαν F;  
 corr. B. ἕτερον] στερεον F; corr. B. 18. τῆν F; corr. To-  
 rellius, ut lin. 20. 19. αρχικη F; αρχικη vulgo; ἀρχή ed.  
 Basil.; ἀρχά Torellius. 20. τῆς τομῆς (comp.) F; corr. To-



puncto  $B$  segmentum contingenti.<sup>1)</sup> et linea  $HZ$  in quinque partes aequales diuisa, media pars quinta sit  $\Theta K$ . et sit

$$\begin{aligned} \Theta I : IK &= AZ^2 \times (2\Delta H + AZ) \\ &: \Delta H^2 \times (2AZ + \Delta H).^2) \end{aligned}$$

demonstrandum, frusti  $A\Delta E\Gamma$  centrum grauitatis esse punctum  $I$ .

sit igitur  $MN = ZB$ ,  $NO = HB$ , et fiat

$$MN : N\Xi = N\Xi : NO$$

et  $MN : NO = N\Xi : TN$  et  $TM : TN = Z\Theta : IP$ , sumpta a puncto  $I$  linea aliqua, quocunque alterum punctum cadit; nam nihil interest, utrum inter  $Z$ ,  $H$  an inter  $H$ ,  $B$  cadat. et quoniam in sectione conii rectanguli diametrus segmenti est  $ZB$ , aut axis est sectionis aut diametro parallela<sup>3)</sup>; et lineae  $AZ$ ,  $\Delta H$  ordinate<sup>4)</sup> ad eam ductae sunt, quoniam lineae in  $B$  sectionem contingenti parallelae sunt. quare erit

1) Ex Eutocio adparet, Archimedes diserte addidisse, esse  $\Delta H = HE$  et  $AZ = Z\Gamma$ ; tum u. quadr. parab. 1, b. ceterum uerba ἐπὶ αὐτῶν lin. 1 ad τὰς τομᾶς lin. 2 uix genuina sunt, nec ea habuisse uidetur Eutocius.

2) In ipsa propositione hanc proportionem significat:

$$A\Gamma^2 \times (2\Delta E + A\Gamma) : \Delta E^2 \times (2A\Gamma + \Delta E),$$

sed cum  $A\Gamma = 2AZ$ ,  $\Delta E = 2\Delta H$ , erit

$$\begin{aligned} &A\Gamma^2 \times (2\Delta E + A\Gamma) : \Delta E^2 \times (2A\Gamma + \Delta E) \\ &= 4AZ^2 \times (4\Delta H + 2AZ) : 4\Delta H^2 \times (4AZ + 2\Delta H) \\ &= AZ^2 \times (2\Delta H + AZ) : \Delta H^2 \times (2AZ + \Delta H). \end{aligned}$$

3) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 51 nr. 14. ἀρχικά est axis siue, ut apud Archimedes uocatur, διαμετρὸς τὰς τομᾶς; idem per διάμετρον lin. 20 significatur.

4) Cfr. Apollon. con. I def. 17.

rellius. ηκται F; corr. Torellius. 21. αὐτ cum comp. ην F; corr. Torellius. εἶσι per comp. F, uulgo. κατηγμεναι F, uulgo. 22. εἶσιν F, uulgo. ἐπί] scripsi; απο F, uulgo. εφαπτομεναι FV.

εἰ δὲ τοῦτο, ἔστιν ὡς ἂν  $AZ$  ποτὶ  $\Delta H$  δυνάμει, οὕτως  
 ἂν  $ZB$  ποτὶ  $BH$  μάκει, τουτέστιν ἂν  $MN$  ποτὶ  $NΞ$   
 δυνάμει. καὶ ὡς ἄρα ἂν  $AZ$  ποτὶ  $\Delta H$  δυνάμει, οὕτως  
 ἂν  $MN$  ποτὶ  $NΞ$  δυνάμει. ὥστε καὶ μάκει ἐν τῷ αὐτῷ  
 5 λόγῳ. καὶ ὡς ἄρα ὁ ἀπὸ  $AZ$  κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ  
 $\Delta H$  κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ  $MN$  κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ  
 $NΞ$  κύβον. ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ἀπὸ  $AZ$  κύβος ποτὶ τὸν  
 ἀπὸ  $\Delta H$  κύβον, οὕτως τὸ  $BA\Gamma$  τμᾶμα ποτὶ τὸ  $\Delta BE$   
 τμᾶμα, ὡς δὲ ὁ ἀπὸ  $MN$  κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ  $NΞ$   
 10 κύβον, οὕτως ἂν  $MN$  ποτὶ  $NT$ . ὥστε καὶ διελόντι  
 ἔστιν ὡς ὁ  $A\Delta\Gamma E$  τόμος ποτὶ τὸ  $\Delta BE$  τμᾶμα, οὕ-  
 τως ἂν  $MT$  ποτὶ  $NT$ , τουτέστι τὰ τρία πέμπτα τᾶς  
 $HZ$  ποτὶ  $IP$ . καὶ ἐπεὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον  
 τὸ ἀπὸ  $AZ$  τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμένων ἐκ  
 15 τε τᾶς διπλασίας τᾶς  $\Delta H$  καὶ τᾶς  $AZ$  ποτὶ τὸν ἀπὸ  
 $AZ$  κύβον λόγον ἔχει, ὃν ἂν διπλασία τᾶς  $\Delta H$  μετὰ  
 τᾶς  $AZ$  ποτὶ  $ZA$ , ὥστε καί, ὃν ἂν διπλασία τᾶς  $NΞ$   
 μετὰ τᾶς  $NM$  ποτὶ  $NM$ , ἔστι δὲ καί, ὡς ὁ ἀπὸ  $AZ$   
 κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ  $\Delta H$  κύβον, οὕτως ἂν  $MN$  ποτὶ  
 20  $NT$ , ὡς δὲ ὁ ἀπὸ  $\Delta H$  κύβος ποτὶ τὸ στερεὸν το βά-  
 σιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ  $\Delta H$  τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν  
 συγκειμένων ἐκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς  $AZ$  μετὰ τᾶς  
 $\Delta H$ , οὕτως ἂν  $\Delta H$  ποτὶ τὰν συγκειμένων ἐκ τε τᾶς  
 διπλασίας τᾶς  $AZ$  καὶ τᾶς  $\Delta H$ , ὥστε καὶ ἂν  $TN$  ποτὶ

1. ἂν  $AZ$ ] ἡ  $AZ$  F; corr. Torellius. 4. Post  $MN$  addunt  
 ed. Basil. et Torellius: ποτὶ  $NO$ . ὡς δὲ ἂν  $MN$  ποτὶ  $NO$  μά-  
 κει, οὕτως ἂν  $MN$  (πρὸς ed. Basil.). 11. τόμος] scripsi; το-  
 μους F, vulgo.  $\Delta B$  F V. 13.  $IP$ ]  $NT$  F; corr. Torellius.  
 14. τῆς  $AZ$  Eutocius. 17. ὃν] om. F; corr. Torellius. 19.  
 $\Delta H$ ]  $\Delta N$  F. 21. τὴν συγκειμενην (comp.  $\eta\nu$ ) F; corr. To-  
 rellius, ut lin. 23; εὐθειᾶν addit Eutocius. 22. τᾶς διπλασίας  
 τᾶς] τῆς τῆς FC; τῆς vulgo; διπλασίας add. ed. Basil., Cr; τῆς  
 corr. Torellius. μετὰ] καὶ Eutocius. 24. διπλασίας] om. F;  
 corr. ed. Basil., Cr.



$$AZ^2 : \Delta H^2 = ZB : BH^1),$$

h. e.  $MN^2 : N\xi^2$ .<sup>2)</sup> itaque  $AZ^2 : \Delta H^2 = MN^2 : N\xi^2$ .  
quare etiam  $AZ : \Delta H = MN : N\xi$ . itaque etiam  
 $AZ^3 : \Delta H^3 = MN^3 : N\xi^3$ . sed

$$AZ^3 : \Delta H^3 = B\Delta\Gamma : \Delta BE \text{ [u. Eutocius],}$$

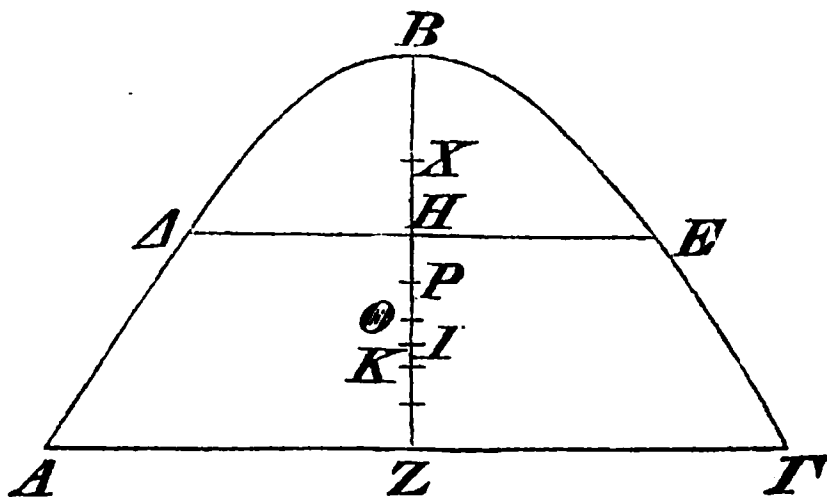
et  $MN^3 : N\xi^3 = MN : NT$ .<sup>3)</sup> quare etiam dirimendo  
[Eucl. V, 17]

$$A\Delta\Gamma E : \Delta BE = MT : NT = \frac{3}{2} HZ : IP$$
<sup>4)</sup>

et quoniam

$$AZ^2 \times (2 \Delta H + AZ) : AZ^3 = 2 \Delta H + AZ : AZ \\ = 2 N\xi + NM : NM^5),$$

$$\frac{M \quad \xi \quad O \quad T \quad N}{\text{-----}}$$



et  $AZ^3 : \Delta H^3 = MN : NT$  [lin. 5 sq. et 9],

et  $\Delta H^3 : \Delta H^2 \times (2 AZ + \Delta H) = \Delta H : 2 AZ + \Delta H \\ = TN : 2 ON + TN$ <sup>6)</sup>,

1) Quadr. parab. 3; Apollon. con. I, 20. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 50 nr. 12.

2) Nam  $MN : N\xi = N\xi : NO$ ; unde

$MN : NO = MN^2 : N\xi^2$  (Eucl. V def. 10) =  $ZB : BH$ .

3) Quia  $MN : NO = MN^2 : N\xi^2 = N\xi : TN$ ;

et  $MN : N\xi = MN : N\xi$ ;

tum multiplicando.

4) Nam  $MT : NT = Z\Theta : IP$  (ex hypothesi) et  $Z\Theta = \frac{3}{2} HZ$ .

5) Nam  $AZ : \Delta H = MN : N\xi$ ; tum u. Quaest. Arch. p. 48.

6) Nam  $AZ : \Delta H = MN : N\xi = NO : TN$  (ex hypothesi,  $\epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$ ); tum u. Quaest. Arch. p. 48.

τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς  $ON$  καὶ τᾶς  
 $TN$ , γέγονεν οὖν τέσσαρα μεγέθη, τὸ στερεὸν τὸ βά-  
 σιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ  $AZ$  τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν  
 συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς  $\Delta H$  καὶ τᾶς  $AZ$ ,  
 5 καὶ ὁ ἀπὸ  $AZ$  κύβος, καὶ ὁ ἀπὸ  $\Delta H$  κύβος, καὶ τὸ  
 στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ  $\Delta H$  τετράγωνον,  
 ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς  $AZ$   
 καὶ τᾶς  $\Delta H$ , τέτταρσι μεγέθεσιν ἀνάλογον σὺν δύο  
 λαμβανομένοις τᾶ τε συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας  
 10 τᾶς  $N\Xi$  καὶ τᾶς  $NM$  καὶ ἑτέρῳ μεγέθει τᾶ  $MN$   
 καὶ ἄλλῳ ἐξῆς τᾶ  $NT$  καὶ τελευταῖον τᾶ συγκειμένα  
 ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς  $NO$  καὶ τᾶς  $NT$ . δι' ἴσου  
 ἄρα γενησέται, ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ  
 ἀπὸ  $AZ$  τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε  
 15 τᾶς διπλασίας τᾶς  $\Delta H$  καὶ τᾶς  $AZ$  ποτὶ τὸ στερεὸν  
 τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ  $\Delta H$  τετράγωνον, ὕψος δὲ  
 τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς  $AZ$  καὶ τᾶς  
 $\Delta H$ , οὕτως ἂ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς  $N\Xi$   
 καὶ τᾶς  $MN$  ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλα-  
 20 σίας τᾶς  $NO$  καὶ τᾶς  $NT$ . ἀλλ' ὡς τὸ εἰρημένον  
 στερεὸν ποτὶ τὸ εἰρημένον στερεόν, οὕτως ἂ  $\Theta I$  ποτὶ  
 $IK$ . καὶ ὡς ἄρα ἂ  $\Theta I$  ποτὶ  $IK$ , οὕτως ἂ συγκειμένα  
 ποτὶ τὰν συγκειμέναν. ὥστε καὶ συνθέντι καὶ τῶν  
 ἀγνουμένων τὰ πενταπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς ἂ  $ZH$  ποτὶ  
 25  $IK$ , οὕτως ἂ πενταπλάσια συναμφοτέρου τᾶς  $MN$ ,  $NT$   
 καὶ δεκαπλάσια συναμφοτέρου τᾶς  $N\Xi$ ,  $NO$  ποτὶ τὰν  
 διπλασίαν τᾶς  $ON$  καὶ τὰν  $NT$ . καὶ ὡς ἂ  $ZH$  ποτὶ  
 $ZK$  ἐοῦσαν αὐτᾶς δύο πέμπτα, οὕτως ἂ πενταπλάσια

1. τὴν συγκειμενην (ην per comp.) F; corr. Torellius, ut  
 lin. 7, 14, 17. 2. μεγεθη F, uulgo. 4. διπλασ F in fine  
 lineae, uulgo. 5. καὶ ὁ ἀπὸ  $AZ$ ] om. F; corr. ed. Basil.



ergo quattuor<sup>1)</sup> magnitudines sunt, magnitudo solida basim habens  $AZ^2$ , altitudinem autem  $2 \Delta H + AZ$ ,  $AZ^3$ ,  $\Delta H^3$ , magnitudo solida basim habens  $\Delta H^2$ , altitudinem autem  $2 AZ + \Delta H$ , proportionales cum quattuor magnitudinibus binis simul sumptis,  $2 N\Xi + NM$ ,  $MN$ ,  $NT$ ,  $2 NO + NT$ .<sup>2)</sup> itaque ex aequali [Eucl. V, 22] erit

$$AZ^2 \times (2 \Delta H + AZ) : \Delta H^2 \times (2 AZ + \Delta H) \\ = 2 N\Xi + MN : 2 NO + NT.$$

sed

$$AZ^2 \times (2 \Delta H + AZ) : \Delta H^2 \times (2 AZ + \Delta H) \\ = \Theta I : IK.$$

quare etiam  $2 N\Xi + MN : 2 NO + NT = \Theta I : IK$ .  
quare etiam componendo [Eucl. V, 18] et antecedentibus quinquies sumptis:

$$ZH : IK = 5(MN + NT) + 10(N\Xi + NO) : 2 ON + NT.<sup>3)</sup>$$

1) Hinc paraphrasim dedit Eutocius, Archimedis uerbis sua admiscens; quare ex eo iam nihil ad Archimedis uerba emendanda petendum est.

2) H. e.

$$AZ^2 \times (2 \Delta H + AZ) : AZ^3 : \Delta H^3 : \Delta H^2 \times (2 AZ + \Delta H) \\ = 2 N\Xi + NM : MN : NT : 2 NO + NT.$$

3) Nam  $ZH = 5 \Theta K$ .

7. της F; corr. Torellius, ut hinc semper in hac propositione. τὰς AZ] και της AZ F. 9. τη τε συγκεκριμενη F; corr. Torellius. 10. NM καί] NM και του FA. ετερου μεγεθος F; corr. Torellius. τᾶ] scripsi; της F, uulgo; τὰς Torellius. 11. ἄλλω] scripsi; ἄλλο F, uulgo. τᾶ] (bis) ἡ F; corr. Torellius. NΓ F. συγκεκριμενη F; corr. Torellius. 12. διπλασίας] β' H F. 17. τὰς AZ ad τὰς διπλασίας lin. 18 om. F; corr. ed. Basil., nisi quod η pro α praebet, quod corr. Torellius. 19. την συγκεκριμενην F; corr. Torellius; et omnino hinc nusquam in hac proportione α Doricum in codd. seruatum est, sed ubique η irrepsit. 25. πενταπλασία] scripsi; om. F, uulgo; πενταπλή ed. Basil., Torellius. 27. τάν] om. F; corr. AB. 28. ουσαν F, uulgo.

συναμφοτέρου τᾶς  $MN$ ,  $NT$  καὶ δεκαπλασία συναμφο-  
 τέρου τᾶς  $NΞ$ ,  $NO$  ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφο-  
 τέρου τᾶς  $MN$ ,  $NT$  καὶ τετραπλασίαν συναμφοτέρου  
 τᾶς  $NΞ$ ,  $NO$ . ἐσσεῖται οὖν, ὡς  $ZH$  ποτὶ  $ZI$ , οὕτως  
 5 ἅ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς  $MN$ ,  $NT$  καὶ δεκα-  
 πλασία συναμφοτέρου τᾶς  $ΞN$ ,  $NO$  ποτὶ τὰν συγκει-  
 μέναν ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς  $MN$  καὶ τετραπλασίας  
 τᾶς  $NΞ$  καὶ ἑξαπλασίας τᾶς  $ON$  καὶ τριπλασίας τᾶς  
 $NT$ . ἐπεὶ οὖν τέσσαρες εὐθείαι ἑξῆς ἀνάλογον αἱ  
 10  $MN$ ,  $NΞ$ ,  $ON$ ,  $NT$ , καὶ ἐστὶν ὡς μὲν ἅ  $NT$  ποτὶ  
 $TM$ , οὕτως λελαμμένα τις ἅ  $PI$  ποτὶ τὰ τρία πέμπτα  
 τᾶς  $ZH$ , τουτέστι τᾶς  $MO$ , ὡς δὲ ἅ συγκειμένα ἕκ τε  
 τᾶς διπλασίας τᾶς  $NM$  καὶ τετραπλασίας τᾶς  $NΞ$  καὶ  
 ἑξαπλασίας τᾶς  $NO$  καὶ τριπλασίας τᾶς  $NT$  ποτὶ τὰν  
 15 συγκειμέναν ἕκ τε τᾶς πενταπλασίας συναμφοτέρου τᾶς  
 $MN$ ,  $NT$  καὶ δεκαπλασίας συναμφοτέρου τᾶς  $ΞN$ ,  
 $NO$ , οὕτως ἕτερα τις λελαμμένα ἅ  $IZ$  ποτὶ τὰν  $ZH$ ,  
 τουτέστιν ποτὶ τὰν  $MO$ , ἐσσεῖται διὰ τὸ πρότερον ἅ  
 $PZ$  δύο πέμπτα τᾶς  $MN$ , τουτέστι τᾶς  $ZB$ . ὥστε  
 20 κέντρον βάρεός ἐστὶ τοῦ  $ABΓ$  τμήματος τὸ  $P$  σαμεῖον.  
 ἔστω δὴ καὶ τοῦ  $ΔBE$  τμήματος κέντρον βάρεος τὸ  
 $X$  σαμεῖον. τοῦ ἄρα  $AΔEΓ$  τόμου ἐσσεῖται τὸ κέν-  
 τρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ἐπ' εὐθείας τᾶ  $XP$  τὸν αὐ-  
 τὸν ποτὶ αὐτὰν λόγον ἐχούσας, ὃν ἔχει ὁ τόμος ποτὶ  
 25 τὸ λοιπὸν τμήμα. ἐστὶν δὲ τὸ  $I$  σαμεῖον. ἐπεὶ γὰρ  
 τᾶς μὲν  $ZB$  τρία πέμπτα ἐστὶν ἅ  $BP$ , τᾶς δὲ  $HB$

1. δεκαπλασία] ι FV; δεκαπλή ulgo. 2.  $NΞ$ ,  $NO$ ] scripsi;  
 $NΞOF$ , ulgo;  $ΞNO$  Torellius; eadem omnia lin. 4. 3.  $MNT$   
 F, ulgo, ut lin. 1, 5, p. 234, 25. 4. ἐστὶν per comp. F,  
 ulgo. ὡς ἅ? 6.  $ΞN$ ,  $NO$ ] scripsi;  $ΞNC$  F;  $ΞNO$  ulgo.  
 9. εἰσὶν αἱ Torellius cum Eutocio. 10.  $MNΞ$ ,  $ONT$  F,  
 ulgo. 11. εἰλημμενη F, ulgo, ut lin. 17. 14.  $NO$ ]  $NΘ$ ]

$$\text{et } ZH : ZK = 5(MN + NT) + 10(NΞ + NO) \\ : 2(MN + NT) + 4(NΞ + NO),$$

quia  $ZK = \frac{2}{3}ZH$ .<sup>1)</sup> quare etiam [ἀνάπαλιν, addendo, ἀνάπαλιν] erit

$$ZH : ZI = 5(MN + NT) + 10(ΞN + NO) \\ : 2MN + 4NΞ + 6ON + 3NT.$$

iam quoniam quattuor lineae in continua proportione sunt,  $MN, NΞ, ON, NT$  [ex hypothesis], et

$$NT : TM = PI : \frac{2}{3}ZH = PI : \frac{2}{3}MO^2),$$

et

$$2NM + 4NΞ + 6NO + 3NT : 5(MN + NT) \\ + 10(ΞN + NO) = IZ : ZH = IZ : MO,$$

erit propter praecedens [prop. 9]

$$PZ = \frac{2}{3}MN = \frac{2}{3}ZB.$$

quare punctum  $P$  centrum grauitatis est segmenti  $ABΓ$  [prop. 8]. sit autem segmenti  $ΔBE$  centrum grauitatis punctum  $X$ . quare frusti  $AΔEΓ$  centrum grauitatis in linea  $XP$  producta positum erit, linea abscisa eandem rationem habenti ad  $XP$ , quam habet frustum ad reliquum segmentum [I, 8]. eiusmodi autem est punctum  $I$ . nam quoniam  $BP = \frac{2}{3}ZB$  et

1) Et

$$5(MN + NT) + 10(NΞ + NO) : 2(MN + NT) + 4(NΞ + NO) \\ = 5 : 2 \text{ (Eucl. VI, 16).}$$

2) Nam  $MO = MN \div NO = ZB \div HB = ZH$ .

FV. 16.  $MNT$  F, uulgo.  $ΞNO$  F, uulgo. 18.  $εστ$   
 cum comp.  $αι$  F, uulgo.  $τό$ ] F;  $τά$  uulgo. 20.  $βαρους$   
 F, uulgo, ut lin. 21, 23. 21.  $τμάματος$ ] sic F, uulgo. 22.  
 $ἄρα$ ] om. F; corr. Torellius.  $εσται$  per comp. F, uulgo. 23.  
 $τᾶ$ ] scripsi;  $τας$  F, uulgo. 24.  $τόμος$ ] scripsi;  $τομευς$  F, uulgo.

τρία πέμπτα ἐστὶν ἃ ΒΧ, καὶ λοιπᾶς ἄρα τᾶς ΗΖ  
 τρία πέμπτα ἐστὶν ἃ ΧΡ. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς μὲν ὁ  
 ΑΔΕΓ τόμος ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, οὕτως ἃ ΜΤ  
 ποτὶ ΝΤ, ὡς δὲ ἃ ΜΤ ποτὶ τὰν ΤΝ, οὕτως τὰ  
 5 τρία πέμπτα τᾶς ΗΖ, ἅτις ἐστὶν ἃ ΧΡ, ποτὶ ΡΙ, ἐσ-  
 σείται ἄρα καὶ ὡς ὁ ΑΔΕΓ τόμος ποτὶ τὸ ΔΒΕ  
 τμᾶμα, οὕτως ἃ ΧΡ ποτὶ ΡΙ. καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν ὅλου  
 τμᾶματος κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ρ σαμεῖον, τοῦ δὲ  
 ΔΒΕ κέντρον βάρους τὸ Χ. φανερόν οὖν, ὅτι καὶ  
 10 τοῦ ΑΔΕΓ τόμου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ι σαμεῖον.

3. τόμος] scripsi; τομευς F, ulgo. 5. ΗΖ] ΝΖ FV.  
 εσται per comp. F, ulgo. 6. τόμος] scripsi; τομευς F, ulgo.  
 7. ΡΙ. καὶ ad κέντρον lin. 8 om. F; suppl. ed. Basil., Torellius,  
 nisi quod μὲν τοῦ praebent. 8. βαρους F, ulgo, ut lin. 9,  
 10. 10. ΑΒΕΓ FV. τόμου] scripsi; τομεως F, ulgo.

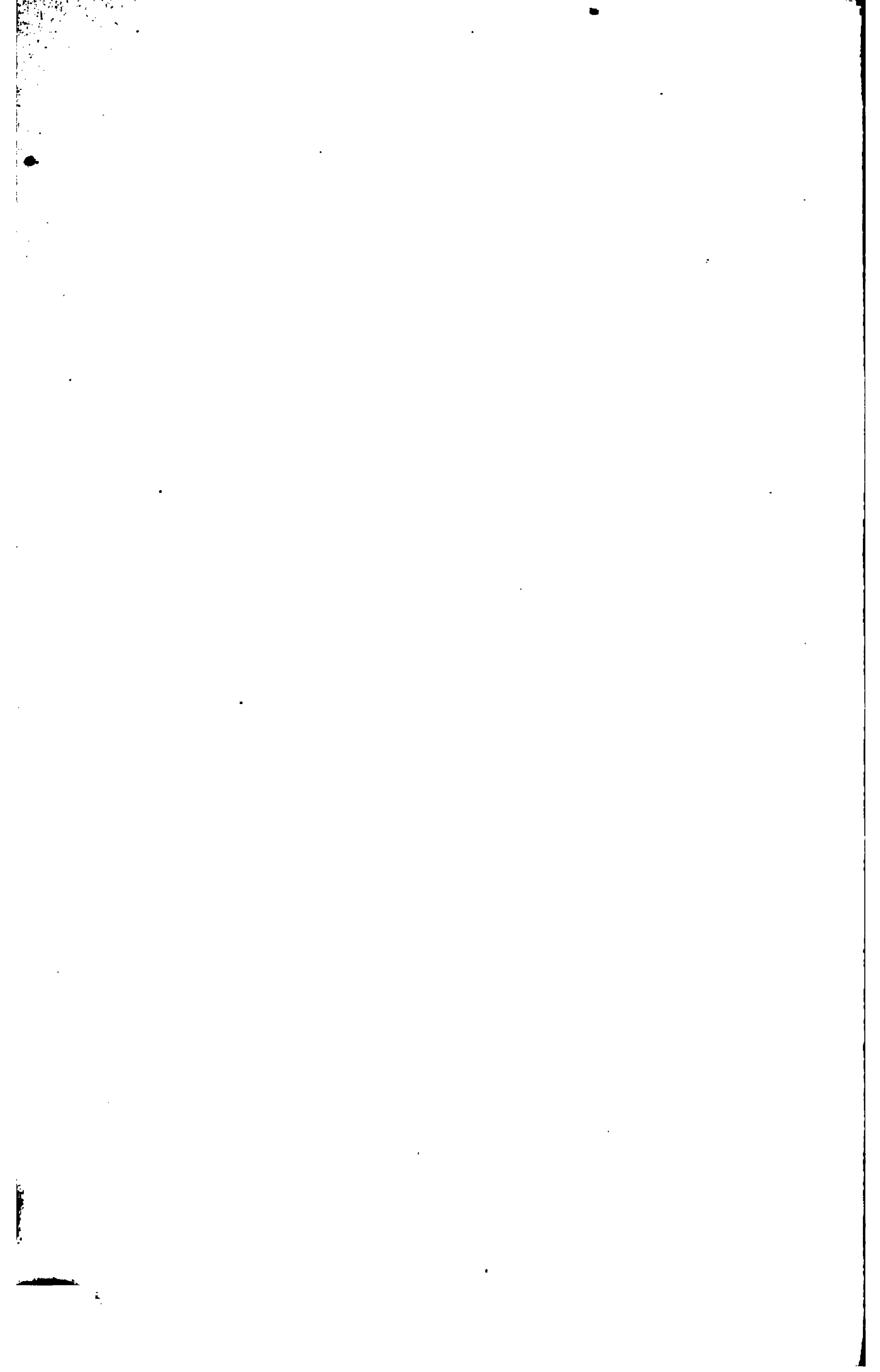
$BX = \frac{3}{8} HB$ , erit igitur etiam  $XP = \frac{3}{8} HZ$  [Eucl. I  $\kappa\omicron\upsilon\upsilon$ .  $\acute{\epsilon}\nu\nu$ . 3]. iam quoniam est

$$A\Delta E\Gamma : \Delta BE = MT : NT \text{ [p. 232, 11],}$$

et  $MT : TN = \frac{3}{8} HZ : PI = XP : PI$ , erit igitur etiam  $A\Delta E\Gamma : \Delta BE = XP : PI$ . et totius segmenti centrum grauitatis est  $P$ , segmenti autem  $\Delta BE$  centrum grauitatis punctum  $X$ . adparet igitur, frusti  $A\Delta E\Gamma$  centrum grauitatis esse punctum  $I$ .<sup>1)</sup>

---

1) I, 6—7 (Eutocius); poterat etiam ex I, 8 concludi; u. p. 207 not. 3.



# ARENARIUS.

---

## Ψαμμίτης.

1 I. Οίονται τινές, βασιλεῦ Γέλων, τοῦ ψάμμου τὸν  
 ἀριθμὸν ἄπειρον εἶμεν τῷ πλήθει· λέγω δὲ οὐ μόνον  
 τοῦ περὶ Συρακούσας τε καὶ τὰν ἄλλαν Σικελίαν  
 5 ὑπάρχοντος, ἀλλὰ καὶ τοῦ κατὰ πᾶσαν χώραν τὰν τε  
 οἰκημέναν καὶ τὰν ἀοίκητον. ἐντί τινες δέ, οἳ αὐτὸν  
 ἄπειρον μὲν εἶμεν οὐχ ὑπολαμβάνοντι, μηδένα μέντοι  
 ταλικοῦτον κατωνομασμένον ὑπάρχειν, ὅστις ὑπερβάλ-  
 2 λει τὸ πλῆθος αὐτοῦ. οἳ δὲ οὕτως δοξαζόντες δῆλον  
 10 ὥς εἰ νοήσαιεν ἐκ τοῦ ψάμμου ταλικοῦτον ὄγκον συγ-  
 κείμενον τὰ μὲν ἄλλα, ἀλίκος ὁ τᾶς γᾶς ὄγκος, ἀνα-  
 πεπληρωμένων δὲ ἐν αὐτῷ τῶν τε πελαγέων πάντων  
 καὶ τῶν κοιλωμάτων τᾶς γᾶς εἰς ἴσον ὕψος τοῖς ὑψη-  
 λοτάτοις τῶν ὀρέων, πολλαπλασίως μὴ γνωσόνται μη-  
 15 δένα κα φηθήμεν ἀριθμὸν ὑπερβάλλοντα τὸ πλῆθος αὐ-  
 3 τοῦ. ἐγὼ δὲ πειρασούμαι τοι δεικνύειν δι' ἀποδειξίων  
 γεωμετρικᾶν, αἷς παρακολουθήσεις, ὅτι τῶν ὑφ' ἀμῶν  
 κατωνομασμένων ἀριθμῶν καὶ ἐνδεδομένων ἐν τοῖς  
 ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένοις ὑπερβάλλοντί τινες οὐ

2. οιοντε F. 3. ἀριθμόν] om. F; corr. manus 3, Wallis.  
 4. τοῦ] τον per comp. F; corr. ed. Basil. 6. ἐντί] ἐν F;  
 corr. Rivaltus; om. B; εἰ Wallis. οἳ] om. F; corr. Rivaltus.  
 7. μὲν εἶμεν] ηενιμεν F; corr. Torellius. υπολαμβάνωντι FC,  
 ed. Basil. 9. οὕτως] per comp. F. 10. νοεσαιεν F. 11.  
 τὰ μὲν ἄλλα] Gertzius; ταμεν F, vulgo; εἶμεν Wallis. αλι-  
 καν F, supra scripto ι uel comp. ον manu 1; corr. Wallis.  
 τᾶς] πας F; corr. Wallis. γᾶς] γαρ F; corr. Wallis. 12.



## Arenarius.

I. Sunt, qui existiment, rex Gelo, numerum arenae 1  
infinitem esse magnitudine<sup>1)</sup>; dico autem, non solum  
eius, quae circa Syracusas et reliquam Siciliam est,  
sed etiam quae in qualibet regione siue culta siue in-  
cultā. alii autem infinitum eum esse non arbitrantur,  
nullum uero tantum nominatum esse, ut multitudinem  
eius superet. quod qui putent adparet, si globum ex 2  
arena collectum esse fingant, cetera quantus globus  
terrae sit, expletis autem et maribus omnibus et cauis  
terrae locis ad altitudinem aequantem montes altissi-  
mos, multo minus eos intellecturos esse, nominari  
posse numerum multitudinem eius superantem. ego 3  
uero tibi demonstrare conabor demonstrationibus geo-  
metricis, quas cogitatione adsequi poteris, numerorum  
a nobis nominatorum et in libro, quem ad Zeuxippum  
misimus, propositorum quosdam superare non modo

---

1) Hoc tritum prouerbiū erat Graecis; Pindarus Ol. II, 98; Paroemiogr. Gr. p. 11, 167, 250 ed. Gaisford.

---

δέ] Gertzius; om. F, uulgo. 13. εἰς] addidi; om. F, uulgo.  
υψηλωτατοῖς FV. 14. ὠρεων FC. μὴ γνωσόνται] scripsi;  
μηγουσιντε (ιν per comp.) F, uulgo. μηδένα κα φηθήμεν  
ἀριθμόν] scripsi; μηδεν ακαρη εμμεναι F, uulgo. 16. τοι]  
του (comp.) F; corr. Hultschius, Gertzius. αποδειξεων F,  
uulgo. 18. κατονομασμενων F; corr. VAB. ενδεδομεν cum  
comp. ον FC; εκδεδομένων Wallis. 19. υπερβαλλοντι F.

μόνον τὸν ἀριθμὸν τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος  
 ἴσον τᾶ γᾶ πεπληρωμένα, καθάπερ εἶπαμες, ἀλλὰ καὶ  
 4 τὸν τοῦ μέγεθος ἴσον ἔχοντος τῷ κόσμῳ. κατέχεις δέ,  
 διότι καλεῖται κόσμος ὑπὸ μὲν τῶν πλείστων ἀστρο-  
 5 λόγων ἅ σφαῖρα, ἧς ἐστὶ κέντρον μὲν τὸ τᾶς γᾶς  
 κέντρον, ἅ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσα τᾶ εὐθεία τᾶ μεταξὺ  
 τοῦ κέντρου τοῦ ἁλίου καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς.  
 ταῦτα γὰρ ἐντι τὰ γραφόμενα, ὡς παρὰ τῶν ἀστρο-  
 λόγων διάκουσας. Ἀρίσταρχος δὲ ὁ Σάμιος ὑποθεσίῳ  
 10 τινῶν ἐξέδωκεν γραφάς, ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων  
 συμβαίνει τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶμεν τοῦ νῦν  
 5 εἰρημένου. ὑποτιθέται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανέα τῶν ἄστρον  
 καὶ τὸν ἅλιον μένειν ἀκίνητον, τὰν δὲ γᾶν περι-  
 φερέσθαι περὶ τὸν ἅλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν,  
 15 ὅς ἐστιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος, τὰν δὲ τῶν  
 ἀπλανέων ἄστρον σφαῖραν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ  
 ἁλίῳ κειμέναν τῷ μεγέθει ταλικαύταν εἶμεν, ὥστε τὸν  
 κύκλον, καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτιθέται περιφερέσθαι,  
 τοιαύταν ἔχειν ἀναλογίαν ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων  
 20 ἀποστασίαν, οἷαν ἔχει τὸ κέντρον τᾶς σφαίρας ποτὶ  
 6 τὰν ἐπιφάνειαν. τοῦτο γ' εὐδὴλον ὡς ἀδύνατόν ἐστιν.  
 ἐπεὶ γὰρ τὸ τᾶς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει μέγεθος,  
 οὐδὲ λόγον ἔχειν οὐδένα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶς  
 σφαίρας ὑπολαπτέον αὐτό. ἐκδεκτέον δὲ τὸν Ἀρί-  
 25 σταρχον διανοεῖσθαι τόδε· ἐπειδὴ τὰν γᾶν ὑπολαμ-  
 βάνομες ὥσπερ εἶμεν τὸ κέντρον τοῦ κόσμου, ὃν ἔχει  
 λόγον ἅ γᾶ ποτὶ τὸν ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον,

2. εἶπαμεν F, vulgo. 3. μεγεθους F; corr. B. 6. ἅ]  
 η F; corr. V. ἐκ] om. F; corr. Wallis. ἴσα] om. F,  
 lacuna relicta; corr. Wallis. αι ευθειαι F; corr. Riualtus.  
 8. ἐντι τὰ γραφόμενα, ὡς] scripsi; εν ταις γραφομεναις F,

numerum arenae magnitudinem habentis aequalem ter-  
 rae ita expletae, uti diximus, sed etiam numerum arenae  
 magnitudinem habentis mundo aequalem. nouisti autem, 4  
 mundum a plerisque astrologis uocari sphaeram, cuius  
 centrum sit centrum terrae, radius autem aequalis lineae  
 inter centra solis et terrae positae. haec enim uulgo  
 scribuntur, ut ex astrologis cognouisti. Aristarchus uero  
 Samius libros quosdam edidit, qui hypotheses inscri-  
 buntur, in quibus ex iis, quae supponuntur, adparet,  
 mundum multiplicem esse, quam supra diximus. sup- 5  
 ponit enim, stellas fixas solemque immobilia manere,  
 terram uero circum solem in medio cursu positum  
 secundum circuli ambitum circumuolui, sphaeram au-  
 tem stellarum fixarum circum idem centrum positam,  
 circum quod sol positus sit, tantam esse, ut circulus,  
 secundum quem terram circumuolui supponit, eam  
 rationem habeat ad distantiam stellarum fixarum, quam  
 habeat centrum sphaerae ad superficiem. hoc certe 6  
 fieri non posse manifestum est. nam quoniam cen-  
 trum sphaerae nullam magnitudinem habet, ne ratio-  
 nem quidem ullam ad superficiem sphaerae habere  
 putandum est. sed credendum est, Aristarchum hoc  
 sentire: quoniam supponimus, terram quasi centrum  
 mundi esse, sphaeram, in qua est circulus, secundum

uulgo. 9. *διάκουσας*] scripsi; *διακουσας* F, uulgo. *δέ*] addidi; om. F, uulgo. 10. *γραφάς*] scripsi; *γραφας* F, uulgo. 13. *μεν* cum comp. *ην* uel *ιν* F. *ακίτον* F. 16. *απλανων* F, uulgo, ut lin. 12: *απλανα*. 17. *ὥστε*] *εστω* F; corr. ed. Basil.; *ὡς* Gertzius. 18. *ὄν*] *αυ* F; corr. ed. Basil. 20. *της* F; corr. Wallis. 21. *γ'*] *δ'* ed. Basil., Wallis, Torellius. 22. *τό*] *τα* F; corr. B. 23. *εχ* cum comp. *ην* uel *ιν* F. 24. *αυτ* cum comp. *ον* F; corr. B. 25. *ὑπολαμβανομεν* F, uulgo. 26. *ὥσπερ εἶμεν*] scripsi; *ὡς περι μεν* F, uulgo.

τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὰν σφαῖραν, ἐν ᾧ ἐστὶν ὁ  
 κύκλος, καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτιθέται περιφερῆσθαι,  
 7 ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαῖραν. τὰς γὰρ  
 ἀποδείξιας τῶν φαινομένων οὕτως ὑποκειμένῳ ἑναρ-  
 5 μόξει, καὶ μάλιστα φαινέται τὸ μέγεθος τᾶς σφαίρας,  
 ἐν ᾧ ποιείται τὰν γᾶν κινουμέναν, ἴσον ὑποτιθέσθαι  
 τῷ ὑφ' ἁμῶν εἰρημένῳ κόσμῳ. φαμὲς δὴ, καὶ εἰ γέ-  
 νοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαῦτα τὸ μέγεθος,  
 ἀλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτιθέται τὰν τῶν ἀπλανέων  
 10 ἄστρον σφαῖραν εἶμεν, καὶ οὕτως τινὰς δειχθήσειν  
 τῶν ἐν Ἀρχαῖς τὰν κατονομαξίαν ἔχόντων ὑπερβαλ-  
 λόντας τῷ πλήθει τὸν ἀριθμὸν τὸν τοῦ ψάμμου τοῦ  
 μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ εἰρημένῳ σφαίρα, ὑποκειμέ-  
 8 νων τῶνδε· πρῶτον μὲν τὰν περίμετρον τᾶς γᾶς εἶμεν  
 15 ὡς τ' μυριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζονα, καίπερ τι-  
 νῶν πεπειραμένων ἀποδεικνύειν, καθὼς καὶ τὸ παρ-  
 ακολουθεῖς, ἐοῦσαν αὐτὰν ὡς λ' μυριάδων σταδίων.  
 ἐγὼ δ' ὑπερβαλλόμενος καὶ θεὸς τὸ μέγεθος τᾶς γᾶς  
 ὡς δεκαπλάσιον τοῦ ὑπὸ τῶν προτέρων δεδοξασμένου  
 20 τὰν περίμετρον αὐτᾶς ὑποτιθέμαι εἶμεν ὡς τ' μυριά-  
 δων σταδίων καὶ μὴ μείζονα. μετὰ δὲ τοῦτο τὰν διά-

1. ᾧ] η F; corr. Wallis.      2. ὃν] ου F; corr. ed. Basil.  
 3. ἀπλαν cum comp. ων F; corr. Wallis.      γάρ] cum C et  
 Torellio; om. F, vulgo.      4. ὑποκειμένῳ] Gertzius; υποκειμεν  
 cum comp. ον F, vulgo; ὑποκειμένων BD, Wallis, Torellius;  
 tam scribendum erat ὡς τούτων pro οὕτως.      5. μέγεθος F.  
 6. υποτιθεται F; corr. Rinaltus.      7. φαμεν F, vulgo.      10.  
 φαιραν F.      δειχθήσειν] Ahrens; δειχθεις cum comp. ην uel  
 εν F, vulgo; δειχθήσεσθαι Torellius.      11. τὰν κατονομαξίαν]  
 scripsi; των κατονομαξιων F, vulgo; τῶν κατονομασίαν Wallis,  
 Torellius.      12. ἀριθμὸν] comp. F.      13. μεγεθους F; corr. B.  
 εχοντο FC.      τη ειρηνηνη F; corr. Wallis.      15. μοιριαδων F; corr.  
 BC, ut lin. 17.      μή] om. F; corr. Wallis.      μείζονα] scripsi;  
 μειζων F, vulgo; μειζω V, alii, ut lin. 21.      και περι F; corr.

quem terram circumuolui supponit, ad sphaeram stellarum fixarum eam habere rationem, quam habeat terra ad mundum, qui uulgo uocatur.<sup>1)</sup> nam demonstrationes phaenomenorum eiusmodi suppositioni accommodat, et maxime magnitudinem sphaerae, in qua terram moueri fingit, aequalem mundo, qui uulgo uocatur, supponere uidetur. dicimus igitur, etiamsi ex arena tanta sphaera colligatur, quantam Aristarchus sphaeram stellarum fixarum esse supponat, sic quoque demonstrari posse, quosdam eorum numerorum, qui in Principiis nominati sint, magnitudine superare numerum arenae magnitudinem habentis tali sphaerae aequalem, his suppositis:

1. primum perimetrum terrae 3000000 stadia longam esse nec maiorem; quamquam quidam<sup>2)</sup>, ut tu quoque nouisti, demonstrare conati sunt, eam 300000 stadia longam esse. ego uero [hunc numerum] excedens et magnitudinem terrae magnitudini a prioribus propositae decies fere sumptae aequalem esse supponens perimetrum eius 3000000 fere stadia longam nec maiorem esse suppono.

1) Potius sententia Aristarchi haec fuisse uidetur, distantiam stellarum tantam esse, ut circulus, in quo terra moueatur, cum ea comparatus puncti locum obtineat; cfr. Arist. de distant. 2; Ptolemaeus *συντ.* II, 5 p. 74. Cfr. Quaest. Arch. p. 202; Nizze p. 210—11.

2) Significatur Eratosthenes; Bernhardy Eratosth. p. 57; Quaest. Archim. p. 202.

Wallis. *τινῶν*] scripsi; *των* F, uulgo. 16. *τύ*] Rinaltus; *τοι* F, uulgo. 18. *καὶ θεός*] scripsi; *καθεύς* F, uulgo. 19. *δεκαπλασι* cum comp. *ων* F; corr. Wallis. *δεδοξασμένων* F; corr. ed. Basil. 20. *μυριάδων*] *Μ* F; corr. Wallis.

μετρον τᾶς γᾶς μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς  
 σελήνας, καὶ τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μείζονα εἶμεν  
 τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, ὁμοίως τὰ αὐτὰ λαμβάνων τοῖς  
 9 πλείστοις τῶν προτέρων ἀστρολόγων. μετὰ δὲ ταῦτα  
 5 τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας  
 ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν καὶ μὴ μείζονα, καίπερ  
 τῶν προτέρων ἀστρολόγων Εὐδόξου μὲν ὡς ἔννεα-  
 πλασίονα ἀποφαινομένου, Φειδία δὲ τοῦ Ἀκούπατρος  
 ὡς [δὴ] δωδεκαπλασίαν, Ἀριστάρχου δὲ πεπειραμένου  
 10 δεικνύειν, ὅτι ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ ἁλίου τᾶς δια-  
 μέτρου τᾶς σελήνας μείζων μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλασίων,  
 ἐλάττων δὲ ἢ εἰκοσαπλασίων· ἐγὼ δὲ ὑπερβαλλόμενος  
 καὶ τοῦτον, ὅπως τὸ προκείμενον ἀναμφιλόγως ἢ δε-  
 δειγμένον, ὑποτιθέμαι τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς  
 15 διαμέτρου τᾶς σελήνας ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν καὶ  
 10 μὴ μείζονα. ποτὶ δὲ τούτοις τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου  
 μείζονα εἶμεν τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν  
 μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ.  
 τοῦτο δὲ ὑποτιθέμαι Ἀριστάρχου μὲν εὐρηκότος τοῦ  
 20 κύκλου τῶν ζῳδίων τὸν ἁλίον φαινόμενον ὡς τὸ εἰκο-  
 στὸν καὶ ἑπτακοσιοστόν, αὐτὸς δὲ ἐπισκεψάμενος τόνδε  
 τὸν τρόπον ἐπειράθην ὀργανικῶς λαβεῖν τὰν γωνίαν,  
 εἰς ἣν ὁ ἁλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ  
 11 τᾷ ὄψει. τὸ μὲν οὖν ἀκριβὲς λαβεῖν οὐκ εὐχερὲς ἐστὶ  
 25 διὰ τὸ μήτε τὰν ὄψιν μήτε τὰς χεῖρας μήτε τὰ ὄργανα,

1. εκειμεν F; corr. B.      2. σελάνας B.      6. Ευδοξος,  
 Φειδιας mg. F.      και περι F, corr. Wallis.      7. ἔννεαπλασιον  
 F; corr. Wallis.      8. Ἀκούπατρος] „latet nomen patriam Phi-  
 diae significans“ Maduigijs.      9. δὴ] delet Wallis.      10. τοῦ]  
 addidi; om. F, uulgo.      13. προκείμενον] Gertzius; υποκειμε-  
 νον F, uulgo.      ἀναμφιλόγως] scripsi; αναμφιλογον F, uulgo.  
 14. τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου] om. F; corr. Wallis.      15. σε-

2. deinde diametrum terrae maiorem esse diametro lunae, et diametrum solis maiorem diametro terrae, rursus eadem sumens, quae plerique astrologorum priorum.

3. deinde diametrum solis aequalem esse diametro 9 lunae tricies sumptae nec maiorem; quamquam ex astrologis prioribus Eudoxus eam diametro lunae novies sumptae aequalem esse declarat, Phidias autem duodecies sumptae, Aristarchus autem demonstrare conatus est, diametrum solis maiorem esse diametro lunae duodeuicies sumpta, minorem uero eadem uicies sumpta [Aristarchus de distant. prop. 9]. ego uero eum quoque excedens, ut propositum pro certo sit demonstratum, suppono, diametrum solis aequalem esse lunae diametro tricies fere sumptae nec maiorem.

4. praeterea autem diametrum solis maiorem esse 10 latere figurae mille laterum circulo maximo mundi inscriptae. hoc uero suppono, cum Aristarchus inuenerit, solem partem septingentesimam fere circuli zodiaci esse adparere, ipse autem hoc modo scrutatus per instrumenta eum angulum deprehendere conatus sum, cui sol aptatur uerticem in oculo habenti. uerum quidem ipsum deprehendere difficile est, quia 11 neque uisus neque manus neque instrumenta, quibus

---

λάνας B. 16. μείζον F; corr. B. 19. εὐρηκότος] scripsi; εισηκοτος F, uulgo. 20. τόν] των per comp. F; corr. B. 23. εἰς ἀν] scripsi cum Wallisio (ἐς ἀν); ὡς ἀν F, uulgo. εχουσα F; corr. BC. 24. οὖν] scripsi; ομοι cum comp. ον F. ἀκριβές] scripsi; ακριβει F, uulgo. λαβ cum comp. ην uel ιν F, ut p. 250 lin. 1, 3, 5, 7.

δι' ὧν δεῖ λαβεῖν, ἀξιόπιστα εἶμεν τὸ ἀκριβὲς ἀπο-  
 11 φαινέσθαι. περὶ δὲ τούτων ἐπὶ τοῦ παρόντος οὐκ  
 εὐκαιρον μακύνειν ἄλλως τε καὶ πλεονάκεις τοιούτων  
 ἐμπεφανισμένων. ἀποχρῆ δέ μοι ἐς τὰν ἀπόδειξιν τοῦ  
 5 προκειμένου γωνίαν λαβεῖν, ἅτις ἐστὶν οὐ μείζων τᾶς  
 γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχου-  
 σαν ποτὶ τᾷ ὄψει, καὶ πάλιν ἄλλαν γωνίαν λαβεῖν,  
 ἅτις ἐστὶν οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἄλιος  
 12 ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. τε-  
 10 θέντος οὖν μακροῦ κανόνος ἐπὶ πόδα ὀρθὸν ἐν τόπῳ  
 κείμενον, ὅθεν ἤμελλεν ἀνατέλλειν ὁ ἄλιος ὀράσθαι,  
 καὶ κυλίνδρου μικροῦ τορνευθέντος καὶ τεθέντος ἐπὶ  
 τὸν κανόνα ὀρθοῦ εὐθέως μετὰ τὰν ἀνατολὰν τοῦ  
 ἀλίου, ἔπειτ' ἐόντος αὐτοῦ ποτὶ τῷ ὀρίζοντι καὶ δυ-  
 15 ναμένου [τοῦ] ἀντιβλεπέσθαι ἐπεστράφη ὁ κανὼν εἰς  
 τὸν ἄλιον, καὶ ἅ ὄψεις κατεστάθη ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ  
 κανόνος. ὁ δὲ κύλινδρος ἐν μέσῳ κείμενος τοῦ τε  
 ἀλίου καὶ τᾶς ὄψιος ἐπεσκότει τῷ ἀλίῳ. ἀποχωριζό-  
 μενος οὖν [τοῦ κυλίνδρου] ἀπὸ τᾶς ὄψιος, ἐν ᾧ ἄρξατο  
 20 παραφαινέσθαι τοῦ ἀλίου μικρὸν ἐφ' ἐκάτερα τοῦ  
 13 κυλίνδρου, κατεστάθη ὁ κύλινδρος. εἰ μὲν οὖν συν-  
 ἔβαινε τὰν ὄψιν ἀφ' ἐνὸς σαμείου βλέπειν, εὐθειᾶν  
 ἀχθεισᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἅ ὄψεις  
 κατεστάθη, ἐπιψανουσᾶν τοῦ κυλίνδρου ἅ περιεχο-  
 25 μένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάσσω κα ἧς τᾶς  
 γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχου-

1. δεῖ] scripsi; δια F, vulgo; om. ed. Basil., Rualtus,  
 Wallis, Torellius. ἀξιόπιστα] scripsi, monente Hultschio;  
 αξιοπιστας F, vulgo. 5. ἐστὶν οὐ] scripsi; εστι F, vulgo;  
 ἐστι μή Wallis, Torellius. 6. εἰς] αἰς F, vulgo; ἐς B, Ri-  
 ualtus, Wallis, Torellius. 7. τᾷ] om. F; corr. Wallis. 8.  
 εἰς] ἄς F; corr. B (ἐς). 9. ἐναρμοζῆ F; corr. B, ut lin. 6.



utendum est, satis certa sunt ad uerum inuenien-  
dum. de his uero rebus hoc tempore nihil adtinet 11  
pluribus disputare, praesertim cum talia saepius illu-  
strata sint. sed mihi ad demonstrationem propositi  
satis est angulum deprehendere non maiorem angulo,  
cui sol aptatur uerticem in oculo habenti, et rursus  
aliud angulum deprehendere non minorem angulo,  
cui sol aptatur uerticem in oculo habenti. itaque 12  
longa regula in pede perpendiculari posita, qui in eius-  
modi loco collocatus erat, unde sol oriens conspici pos-  
set, et cylindro paruo tornato et in regula posito per-  
pendiculari statim post ortum solis, cum sol prope hori-  
zontem esset, et oculi ex aduerso eum intueri possent,  
regula aduersus solem conuersa est, et oculus in extrema  
regula positus est; cylindrus autem in medio solis et oculi  
positus soli officiebat. cylindrus igitur, qui ab oculo sen-  
sim remouebatur, ubi paululum solis in utraque parte  
cylindri adparere coepit, inhibitus est. iam si oculus 13  
re uera ab uno puncto prospectaret, lineis ab extrema  
regula, quo loco oculus positus erat, cylindrum con-  
tingentibus ductis angulus lineis ita ductis comprehensus  
minor esset angulo, cui sol aptatur uerticem in oculo

---

τᾶ] τηα F; corr. C. 10. πόδα] Gertzius; πεδον F, uulgo.  
11. ανατελλ cum comp. ων F. 14. ιοντος F; corr. Wallis.  
δυναμεν cum comp. ον F; corr. B. 15. τοῦ] om. Wallis;  
αὐτοῦ B. 16. ἃ ὄψις] αψις F; corr. Riualtus. 18. απο-  
χωριζομεν cum comp. ος F; ἀποχωριζομένου B, editores. ego  
malui τοῦ κυλίνδρον delere. 19. οὖν] addidi; om. F, uulgo.  
ἃ ἐνάροξατο Gertzius; ἐν ᾧ? 20. μικρ cum comp. ον F;  
corr. Wallis. 21. οὖν] scripsi; ομοι cum comp. ως F, uulgo.  
24. επιψανουσα F; corr. Riualtus. 25. ἧς] scripsi; εἰς  
F, uulgo; εἴη Wallis. 26. εἰς] αἰς F; corr. B (ἐς). εναρ-  
μοζη F; corr. BC. τάν] τα F; corr. BC. εχουσας F; corr.  
ed. Basil.

σαν ποτὶ τᾷ ὄψει, διὰ τὸ περιβλεπέσθαι τι τοῦ ἀλίου  
 ἐφ' ἐκάτερα τοῦ κυλίνδρου. ἐπεὶ δ' αἱ ὀψίδες οὐκ ἀφ'  
 ἐνὸς σαμείου βλέποντι, ἀλλὰ ἀπὸ τινος μεγέθους,  
 ἐλάφθη τι μέγεθος στρογγύλον οὐκ ἔλαττον ὄψιος,  
 5 καὶ τεθέντος τοῦ μεγέθους ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος,  
 ἐν ᾧ τόπῳ ἂ ὄψις κατεστάθη, ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἐπι-  
 ψανουσᾶν τοῦ τε μεγέθους καὶ τοῦ κυλίνδρου ἂ οὖν  
 περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάττων ἢς τᾶς  
 γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχου-  
 14 10 σαν ποτὶ τᾷ ὄψει. τὸ δὲ μέγεθος τὸ οὐκ ἔλαττον τᾶς  
 ὄψιος τόνδε τὸν τρόπον εὐρισκείται· δύο κυλίνδρια  
 λαμβανέται λεπτὰ ἰσοπαχέα ἀλλάλοις, τὸ μὲν λευκόν,  
 τὸ δὲ οὖ, καὶ προτιθένται πρὸ τᾶς ὄψιος, τὸ μὲν λευ-  
 κὸν ἀφιστακὸς ἀπ' αὐτᾶς, τὸ δὲ οὖ λευκὸν ὡς ἔστιν  
 15 ἐγγυτάτω τᾶς ὄψιος, ὥστε καὶ διγγάνειν τοῦ προσ-  
 ῶπου. εἰ μὲν οὖν κατὰ λαφθέντα κυλίνδρια λεπτό-  
 τερα ἔωντι τᾶς ὄψιος, περιλαμβάνεται ὑπὸ τᾶς ὄψιος  
 τὸ ἐγγὺς κυλίνδριον, καὶ ὀρήται ὑπὸ αὐτᾶς τὸ λευκόν,  
 εἰ μὲν κατὰ παρὰ πολὺ λεπτότερα ἔωντι, πᾶν, εἰ δὲ κα-  
 20 μὴ παρὰ πολὺ, μέρει τινα τοῦ λευκοῦ ὀρώνται ἐφ'  
 15 ἐκάτερα τοῦ ἐγγὺς τᾶς ὄψιος. λαφθέντων δὲ τῶνδε  
 τῶν κυλινδρίων ἐπιταδείων πως τῷ πάχει ἐπισκοτεῖ  
 τὸ ἕτερον αὐτῶν τῷ ἑτέρῳ καὶ οὐ πλείονι τόπῳ. τὸ  
 δὴ ταλικοῦτον μέγεθος, ἀλίκον ἔστι τὸ πάχος τῶν  
 25 κυλινδρίων τῶν τοῦτο ποιούντων μάλιστα πῶς ἔστιν  
 οὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος. ἂ δὲ γωνία ἂ οὐκ ἐλάττων  
 τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν

1. παραβλεπέσθαι Gertzius. 2. αφανη σημειον F; corr. Wallis.  
 4. ὄψιος] οψις F; corr. Wallis; ἢ ὄψις A, Rivaltus; ἢ ἂ ὄψις  
 Gertzius. 5. τούτου τοῦ Gertzius. 6. αχθειαι ευθεια F; corr.  
 Wallis. επιψανουσα F; corr. Wallis. 9 εἰς] αἰς F; corr. B (ές).  
 εναρμοξη F; corr. BD. εχουσας F; corr. Nizzius. 12. τὸ

habenti, quia ex utraque parte cylindri pars solis conspiciebatur. sed quoniam oculi ab uno puncto non prospectant, sed a magnitudine quadam, magnitudinem quandam rotundam oculo non minorem sumpsit, et magnitudine in extrema regula posita, quo loco oculus positus erat, lineis et magnitudinem et cylindrum contingentibus ductis, angulus lineis ita ductis comprehensus minor erat angulo, cui sol aptatur uerticem in oculo habenti. magnitudo autem oculo non minor 14 hoc modo inuenitur. sumuntur duo cylindri tenues eadem crassitudine, alter albus, alter uero non, et ante oculum ponuntur, ita ut albus ab eo aliquantum absit, qui autem albus non est, oculo quam proximus sit, ita ut etiam contingat faciem. si igitur cylindri, quos sumpsimus, oculo tenuiores sunt, cylindrus propior ab oculo comprehenditur, et albus ab eo conspicitur, si multo tenuiores sunt, totus, si minus, partes quaedam albi ex utraque parte cylindri oculo propioris conspiciuntur. his autem cylindris crassitudine aptis 15 sumptis alter alteri officit, nec maiori spatio. eiusmodi igitur magnitudo, qualis est crassitudo cylindrorum sic se habentium, haud dubie oculo minor non est. angulus uero non minor angulo, cui sol aptatur

---

μέν] τα μεν F; corr. BC. 13. πρό] προς per comp. F; corr. B. 14. ώς] ος F; corr. C; ὅσον Nizzius. 15. διγγαν cum comp. ην uel εν F. 16. κα] addidi; om. F, uulgo. λεπτο-  
 τατα F; corr. Wallis. 19. μέν] κο F; corr. Wallis. λεπτο-  
 τεραν F; corr. Wallis. εοντι F; corr. Wallis. 21. του  
 ἔγγυς] τας (comp.) εγγυς F; corr. B. 22. κυλινδρων F; corr.  
 Wallis, ut lin. 25. επειταδιων F; corr. Wallis. ἐπισκοτεϊ]  
 F; retinui cum Gertzio mutata interpunctione; ἐπισκοτεϊν C,  
 Wallis, Torellius. 26. ἀ ούκ] scripsi; ἀ om. F, uulgo. 27.  
 εις] αις F; corr. B (ἐς).

ἔχουσιν ποτὶ τᾶ ὄψει, οὕτως ἐλάφθη. ἀποσταθέντος  
 ἐπὶ τοῦ κανονίου τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὀψιος οὕτως  
 ὡς ἐπισκοτεῖν τὸν κύλινδρον ὄλω τῷ ἀλίῳ καὶ ἀχθει-  
 σᾶν εὐθειᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἃ  
 5 ὄψις κατεστάθη, ἐπιψανουσᾶν τοῦ κυλίνδρου, ἃ περι-  
 εχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθειςᾶν εὐθειᾶν οὐκ ἐλάτ-  
 των γινέται τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει  
 16 τὰν κορυφὰν ἔχουσιν ποτὶ τᾶ ὄψει. ταῖς δὴ γωνίαις  
 ταῖς οὕτως λαφθείσαις καταμετρηθείσας ὀρθᾶς γωνίας  
 10 ἐγένετο ἃ ἐν τῷ στίγῳ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ'  
 ἐλάττων ἢ ἐν μέρος τούτων, ἃ δὲ ἐλάττων διαιρεθεί-  
 σας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ' μείζων ἢ ἐν μέρος τούτων. δῆ-  
 λον οὖν, ὅτι καὶ ἃ γωνία, εἰς ἃν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει  
 τὰν κορυφὰν ἔχουσιν ποτὶ τᾶ ὄψει, ἐλάττων μὲν ἐστίν  
 15 ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ' τούτων ἐν μέρος,  
 μείζων δὲ ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ' τούτων  
 17 ἐν μέρος. πεπιστευμένων δὲ τούτων δειχθησέται καὶ  
 ἃ διάμετρος τοῦ ἀλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλια-  
 γώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγρα-  
 20 φομένου τᾶν ἐν τῷ κόσμῳ. νοείσθω γὰρ ἐπίπεδον  
 ἐκβεβλημένον διὰ τε τοῦ κέντρου τοῦ ἀλίου καὶ τοῦ  
 κέντρου τᾶς γᾶς καὶ διὰ τᾶς ὀψιος, μικρὸν ὑπὲρ τὸν  
 ὀρίζοντα ἐόντος τοῦ ἀλίου. τεμνέτω δὲ τὸ ἐκβληθὲν  
 ἐπίπεδον τὸν μὲν κόσμον κατὰ τὸν  $AB\Gamma$  κύκλον, τὰν  
 25 δὲ γᾶν κατὰ τὸν  $\Delta EZ$ , τὸν δὲ ἄλιον κατὰ τὸν  $\Sigma H$

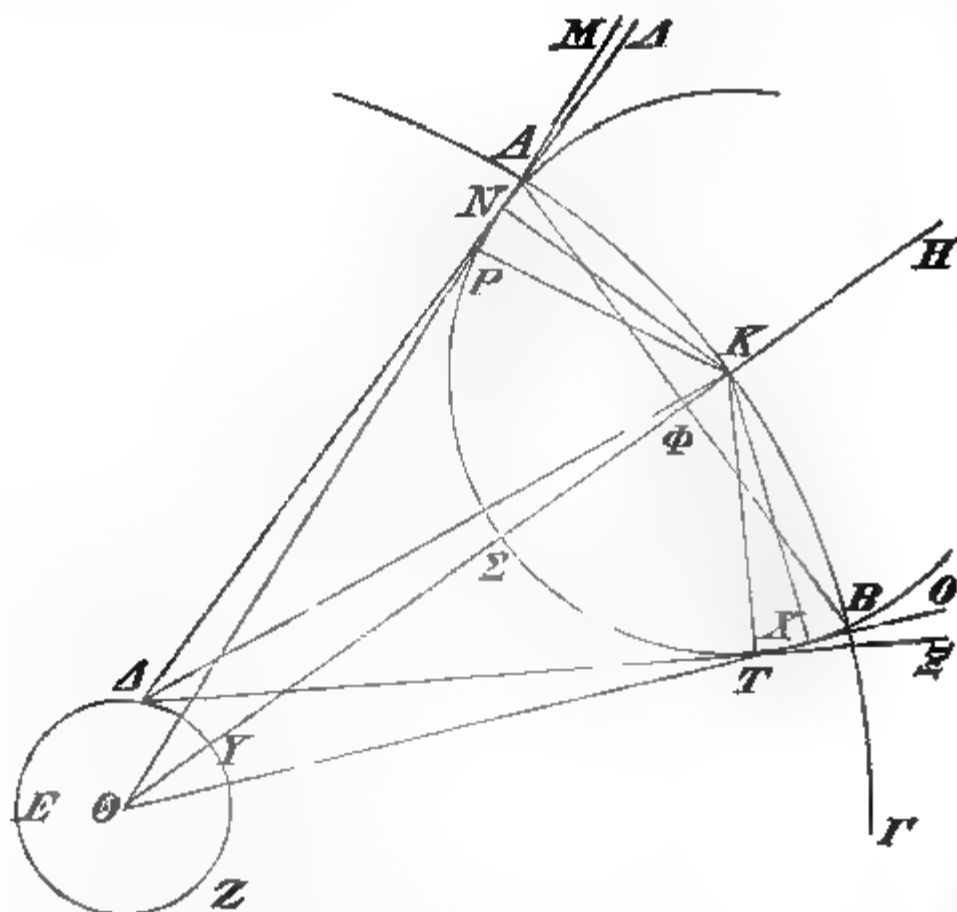
2. ἐπί] ἀπο F; corr. D. 3. ὡς] ὡστ' Wallis, Torellius.  
 επικρωτεῖν F; corr. ed. Basil. 5. ἐπιψανουσ *cum comp.* ὡν  
 F; corr. Wallis. 7. εἰς] αἰς F; corr. B (ἐς). ἐναρμοζή F;  
 corr. B. 10. τῷ] addidi; om. F, vulgo; ἃ μὲν μείζων Wallis,  
 Nizzius. 11. διαιρεθείσα τῶν ὀρθῶν (ὡν *per comp.* bis) F;  
 corr. ed. Basil. 13. εἰς] ας F; corr. B (ἐς). ἡλιος F;  
 corr. C. ἐναρμοζή F; corr. AB. 15. τᾶς ὀρθᾶς] om. F;  
 corr. AB. εἰς] ες F; corr. ABC. ἐν μέρος] om. F; corr.

uerticem in oculo habenti, hoc modo sumptus est. cylindro in regula ita ab oculo remoto, ut soli toti officiat, et lineis ab extrema regula, quo loco oculus positus erat, cylindrum contingentibus ductis, angulus lineis ita ductis comprehensus non minor est angulo, cui sol aptatur uerticem in oculo habenti. itaque 16 cum angulis ita deprehensis angulum rectum metirer, angulus ad punctum positus<sup>1)</sup> minor erat una parte, recto angulo in partes 164 diuiso, minor uero angulus maior una parte, recto angulo in partes 200 diuiso. adparet igitur, etiam angulum, cui sol aptatur uerticem in oculo habenti, minorem esse una parte, angulo recto in partes 164 diuiso, maiorem uero una parte, recto angulo in partes 200 diuiso. his autem 17 confirmatis demonstrabimus, diametrum solis maiorem esse latere figurae mille laterum circulo maximo mundi inscriptae. fingatur enim planum per centra solis et terrae et per oculum positum, cum sol paullo supra horizontem est. et planum ita positum mundum in circulo  $AB\Gamma$  secet, terram autem in circulo  $\Delta EZ$ , solem autem in circulo  $\Sigma H$ . et terrae centrum sit  $\Theta$ ,

1) H. e. angulus, cuius uertex est punctum illud in extrema regula positum (lin. 4), cum uertex anguli minoris (lin. 11) extra regulam cadat propter cylindros illos, in eo inueniendo usurpatos. Quaest. Arch. p. 204.

ed. Basil. Deinde in F VCD repetuntur uerba:  $\acute{\alpha}$  δὲ ἐλάττων lin. 11 — ἐν μέρος lin. 15, ita ut plerique errores corrigantur (hab. τᾶς ὀρθᾶς lin. 15; ἐν μέρος lin. 15; ἄλιος lin. 13; pro εἰς ἄν lin. 13: αἰσαν; pro ες lin. 15: εἰς). 17. δειχθησέται] scripsi; δι' ὧν F, uulgo; δείκνυται Wallis, Torellius. 18. χιλιαγωνίου F; corr. B. 20. τῶν] τας F; corr. Wallis. 21. τοῦ ἄλλου καὶ τοῦ κέντρου] addidi; om. F, uulgo; post γᾶς lin. 22 in B additur: καὶ τοῦ ἄλιου, et sic Wallis et Torellius. 23. ἐμβληθέν] scripsi cum Wallisio; ἐμβληθεν F, uulgo.

κύκλον. κέντρον δὲ ἔστω τῆς μὲν γῆς τὸ  $\Theta$ , τοῦ δὲ  
 ἄλλου τὸ  $K$ , ὄψις δὲ ἔστω τὸ  $\Delta$ . καὶ ἄχθωσαν εὐθεῖαι  
 ἐπιφανούσαι τοῦ  $\Sigma H$  κύκλου, ἀπὸ μὲν τοῦ  $\Delta$  αἱ  $\Delta A$ ,  
 $\Delta \Xi$  ἐπιφανόντων δὲ κατὰ τὸ  $N$  καὶ τὸ  $T$ . ἀπὸ δὲ  
 5 τοῦ  $\Theta$  αἱ  $\Theta M$ ,  $\Theta O$  ἐπιφανόντων δὲ κατὰ τὸ  $X$  καὶ  
 τὸ  $P$ . τὸν δὲ  $AB\Gamma$  κύκλον τεμνόντων αἱ  $\Theta M$ ,  $\Theta O$   
 18 κατὰ τὸ  $A$  καὶ τὸ  $B$ . ἔστι δὴ μείζων ἢ  $\Theta K$  τῆς  $\Delta K$ ,  
 ἐπεὶ ὑποκείται ὁ ἄλιος ὑπὲρ τὸν ὀρθῶντα εἶμεν· ὥστε  
 ἡ γωνία ἢ περιεχομένη ὑπὸ τῶν  $\Delta A$ ,  $\Delta \Xi$  μείζων ἔστι



10 τῆς γωνίας τῆς περιεχομένης ὑπὸ τῶν  $\Theta M$ ,  $\Theta O$ . ἡ δὲ  
 περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν  $\Delta A$ ,  $\Delta \Xi$  μείζων μὲν ἔστιν  
 ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθῶν, ἐλάττων δὲ ἢ τῆς ὀρθῶν

3.  $\Delta$ ] om. F; corr. AB.

4. ἐπιφανόντων F, ut lin. 5.

solis autem  $K$ , oculus autem sit  $\Delta$ . et ducantur lineae circulum  $\Sigma H$  contingentes, a puncto  $\Delta$  lineae  $\Delta A$ ,  $\Delta E$ , quae in punctis  $N$ ,  $T$  contingant, a  $\Theta$  autem puncto  $\Theta M$ ,  $\Theta O$ , quae in punctis  $X$ ,  $P$  contingant. et lineae  $\Theta M$ ,  $\Theta O$  circulum  $AB\Gamma$  in punctis  $A$ ,  $B$  contingant. iam est  $\Theta K > \Delta K$ , quia suppositum est, so- 18  
lum super horizontem esse.<sup>1)</sup> quare angulus lineis  $\Delta A$ ,  $\Delta E$  comprehensus maior est angulo lineis  $\Theta M$ ,  $\Theta O$  comprehensus.<sup>2)</sup> sed angulus comprehensus lineis  $\Delta A$ ,  $\Delta E$  maior est quam pars ducentesima anguli recti, minor autem una parte angulo recto in partes

1) Itaque  $\angle \Theta \Delta K$  obtusus est (si enim sol in horizonte esset, rectus esset, quia horizon inuenitur linea in puncto  $\Delta$  ad  $\Theta$  perpendiculari erecta).

2) H. e.  $\angle \Delta A E > M \Theta O$  ex Euclid. opt. 24.

5.  $X$  et  $P$  permutat Torellius. 6.  $\Theta M$ ]  $\Theta H$  F; corr. ed. Basil. 7.  $\Theta K$ ]  $OK$  F; corr. ed. Basil. 9.  $\tau \tilde{\alpha} \nu$ ]  $\tau \omega \nu$  per comp. F; corr. Wallis. 10.  $\tau \omega \nu$  per comp. F; corr. BC.  $\Theta N$  F; corr. ed. Basil. 11.  $\tau \omega \nu$  per comp. F; corr. Wallis. Figuram om. F lacuna relicta.

διαιρεθείσας εἰς ρξδ' τούτων ἓν μέρος. ἴσα γάρ ἐστι  
 τᾶ γωνία, εἰς ἃν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν  
 ἔχουσιν ποτὶ τᾶ ὄψει. ὥστε ἡ γωνία ἡ περιεχομένη  
 ὑπὸ τᾶν  $\odot M, \odot O$  ἐλάττων ἐστὶν ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρε-  
 8 θείσας εἰς ρξδ' τούτων ἓν μέρος, ἡ δὲ  $AB$  εὐθεῖα  
 ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ὑποτείνουσας ἓν τμήμα διαιρεθείσας  
 19 τᾶς τοῦ  $AB\Gamma$  κύκλου περιφερείας ἐς χνς'. ἡ δὲ τοῦ  
 εἰρημένου πολυγωνίου περίμετρος ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ  
 κέντρου τοῦ  $AB\Gamma$  κύκλου ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ  
 10 μδ' ποτὶ τὰ ζ', διὰ τὸ παντὸς πολυγωνίου ἐγγεγραμ-  
 μένου ἐν κύκλῳ τὰν περίμετρον ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέν-  
 τρου ἐλάττονα λόγον ἔχειν, ἢ τὰ μδ' ποτὶ τὰ ζ'. ἐπι-  
 στάσαι γὰρ δεδειγμένον ὑφ' ἡμῶν, ὅτι παντὸς κύκλου  
 ἡ περιφέρεια μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασίον τᾶς διαμέτρου  
 15 ἐλάσσονι ἢ ἐβδόμῳ μέρει. ταύτας δὲ ἐλάττων ἐστὶν  
 ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγωνίου. ἐλάττονα  
 οὖν λόγον ἔχει ἡ  $BA$  ποτὶ τὰν  $\odot K$ , ἢ τὰ ια' ποτὶ  
 τὰ ρρμη'. ὥστε ἐλάττων ἐστὶν ἡ  $BA$  τᾶς  $\odot K$  ἢ ἑκα-  
 20 τοστὸν μέρος. τᾶ δὲ  $BA$  ἴσα ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ  
 20  $\Sigma H$  κύκλου, διότι καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτᾶς ἡ  $\Phi A$  ἴσα  
 ἐστὶ τᾶ  $KP$ . ἴσᾶν γὰρ εἰσᾶν τᾶν  $\odot K, \odot A$  ἀπὸ τῶν  
 περάτων καθέτοι ἐπεξευγμένα ἐντὶ ὑπὸ τὰν αὐτὰν  
 γωνίαν. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ διάμετρος τοῦ  $\Sigma H$  κύκλου  
 ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς  $\odot K$ . καὶ ἡ  
 25  $E\odot\Gamma$  διάμετρος ἐλάττων ἐστὶ τᾶς διαμέτρου τοῦ  $\Sigma H$   
 κύκλου, ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ  $\Delta EZ$  κύκλος τοῦ  $\Sigma H$   
 κύκλου. ἐλαττόνες ἄρα ἐντὶ ἀμφοτέραι αἱ  $\odot\Gamma, K\Sigma$

1. ἴσα γάρ] ἴσον (comp.) γωνίαι F; corr. Wallis. 2. εἰς]  
 αἰς F; corr. B (ἐς). 7.  $ABN$  F; corr. AC. 9. τοῦ  $AB\Gamma$   
 κύκλου ad ἐκ τοῦ κέντρου lin. 11 repetuntur in F; τοῦ  $AB\Gamma$   
 κύκλου expunxit manus 1, ut videtur. 12. ἔχει F; corr. B.  
 15. ταύτας] scripsi; τας F, vulgo; om. Rivaltus, Torellius; ὥστε



164 diuiso. nam aequalis est angulo, cui sol aptatur uerticem in oculo habenti. quare angulus lineis  $\Theta M$ ,  $\Theta O$  comprehensus minor est una parte recto angulo in partes 164 diuiso, et linea  $AB$  minor est linea sub unam partem subtendenti, ambitu circuli  $AB\Gamma$  in partes 656 diuiso. sed perimetrus polygони illius ad radium circuli  $AB\Gamma$  minorem rationem habet, quam 44:7, quia perimetrus cuiusuis polygони circulo inscripti ad radium minorem rationem habet, quam 44:7. nouisti enim a nobis demonstratum esse, cuiusuis circuli ambitum maiorem esse quam triplo maiorem diametro spatio minore, quam est septima pars [diametri] [*κύκλ. μέτρ. 3*]. eo autem minor est perimetrus polygони inscripti [*περὶ σφ. καὶ κύκλ. I p. 10, 23*]. quare  $BA:\Theta K < 11:1148$ . itaque  $BA < \frac{1}{100} \Theta K$ . sed linea  $BA$  aequalis est diameter circuli  $\Sigma H$ , quia

$$\Phi A = \frac{1}{2} BA = KP;$$

nam cum est  $\Theta K = \Theta A$ , ab terminis earum perpendiculares ductae sunt [lineae  $\Phi A$ ,  $KP$ ], ita ut sub eundem angulum subtendant.<sup>1)</sup> adparet igitur, diameter circuli  $\Sigma H$  minorem esse quam  $\frac{1}{100} \Theta K$ . et diameter  $E\Theta T$  minor est diametro circuli  $\Sigma H$ , quoniam circulus  $\Delta EZ$  minor est circulo  $\Sigma H$  [hypoth. 2]. itaque

1) H. e.  $\Delta \Theta A \Phi \simeq \Theta KP$ ; Eucl. I, 26.

Wallis. *ἐλάττων ἐστὶν* ad *πολυγωνίου* lin. 16 addidi; om. F, uulgo. 16. *ελαττω* relicta lacuna quinque litterarum F; corr. Riualtus. 17. *ἀ]*  $\eta \alpha$  F; corr. B. 20.  $\Sigma H]$   $EH$  F; corr. ed. Basil. 21.  $\Theta A]$  scripsi;  $\tau \alpha \Theta A$  F, uulgo. 22. *περάτων*  $KA$  Gertzius. *ἐπεξευγμένοι ἐντί]* scripsi; *ἐπιξευγνυμένοι* F, uulgo. 23.  $\Sigma H]$   $AB\Gamma$  F; corr. B manu 2. 25. *διάμετρος]*  $\gamma \omega \nu \iota \alpha$  F; corr. Riualtus, B mg.  $\Sigma H]$   $ABH$  F; corr. B manu 2. 26.  $\Sigma H]$   $EH$  F; corr. B.

ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς  $\Theta K$ . ὥστε ἂ  $\Theta K$  ποτὶ τὰν  
 $\Upsilon \Sigma$  ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ  $\rho'$  ποτὶ τὰ  $\rho\theta'$ . καὶ  
 ἐπεὶ ἂ μὲν  $\Theta K$  μείζων ἐστὶ τᾶς  $\Theta P$ , ἂ δὲ  $\Sigma \Upsilon$  ἐλάτ-  
 των τᾶς  $\Delta T$ , ἐλάττω ἄρα καὶ λόγον ἔχει ἂ  $\Theta P$  ποτὶ  
 21 τὰν  $\Delta T$ , ἢ τὰ  $\rho'$  ποτὶ τὰ  $\rho\theta'$ . ἐπεὶ δὲ τῶν  $\Theta K P$ ,  
 $\Delta K T$  ὀρθογωνίων ἐόντων αἱ μὲν  $K P$ ,  $K T$  πλευραὶ  
 ἴσαι ἐντὶ, αἱ δὲ  $\Theta P$ ,  $\Delta T$  ἀνίσοι, καὶ μείζων ἂ  $\Theta P$ ,  
 ἂ γωνία ἂ περιεχομένη ὑπὸ τᾶν  $\Delta T$ ,  $\Delta K$  ποτὶ τὰν  
 γωνίαν τὰν περιεχομένην ὑπὸ τᾶν  $\Theta P$ ,  $\Theta K$  μείζονα  
 10 μὲν ἔχει λόγον, ἢ ἂ  $\Theta K$  ποτὶ τὰν  $\Delta K$ , ἐλάττω δέ, ἢ  
 ἂ  $\Theta P$  ποτὶ τὰν  $\Delta T$ . εἰ γάρ κα δυῶν τριγώνων ὀρθο-  
 γωνίων αἱ μὲν ἀτέραι πλευραὶ αἱ περὶ τὰν ὀρθὰν γω-  
 νίαν ἴσαι ἔωντι, αἱ δὲ ἀτέραι ἀνίσοι, ἂ μείζων γωνία  
 τᾶν ποτὶ ταῖς ἀνίσοις πλευραῖς ποτὶ τὰν ἐλάττονα  
 15 μείζονα μὲν ἔχει λόγον, ἢ ἂ μείζων γραμμὰ τᾶν ὑπὸ  
 τὰν ὀρθὰν γωνίαν ὑποτείνουσᾶν ποτὶ τὰν ἐλάττονα,  
 ἐλάττονα δέ, ἢ ἂ μείζων γραμμὰ τᾶν περὶ τὰν ὀρθὰν  
 22 γωνίαν ποτὶ τὰν ἐλάττονα. ὥστε ἂ γωνία ἂ περιεχο-  
 μένα ὑπὸ τᾶν  $\Delta A$ ,  $\Delta \Xi$  ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περι-  
 20 εχομένην ὑπὸ τᾶν  $\Theta O$ ,  $\Theta M$  ἐλάττω λόγον ἔχει, ἢ ἂ  
 $\Theta P$  ποτὶ τὰν  $\Delta T$ , ἄτις ἐλάττω λόγον ἔχει, ἢ τὰ  $\rho'$   
 ποτὶ τὰ  $\rho\theta'$ . ὥστε καὶ ἂ γωνία ἂ περιεχομένη ὑπὸ  
 τᾶν  $\Delta A$ ,  $\Delta \Xi$  ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομένην ὑπὸ  
 τᾶν  $\Theta M$ ,  $\Theta O$  ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ  $\rho'$  ποτὶ τὰ  $\rho\theta'$ .  
 25 καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ἂ γωνία ἂ περιεχομένη ὑπὸ τᾶν  $\Delta A$ ,  
 $\Delta \Xi$  μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, εἴη κα ἂ

1. τᾶς] του per comp. F; corr. Rinaltus (τῆς). 3.  $\Theta K$   
 μείζων] scripsi;  $\Theta K V$  ελαττων F, vulgo;  $\Theta K$  οὐκ ἐλάττων  
 Wallis, Torellius (οὐκ iam A). 4. εχοι FB. 5. τᾶν] τα  
 F; corr. BC. ἐπεὶ] ἐπι F; corr. Wallis. δέ] addidi; om.  
 F, vulgo. 6.  $\Delta K T$  τριγώνων ed. Basil., cett.; probat Gertzius.  
 7.  $\Theta P$ , ἂ]  $\overline{O P A}$  F; corr. Wallis. 8. γωνία ἂ] ἂ addidi; om.

$$\odot T + K\Sigma < \frac{1}{100} \odot K.$$

quare  $\odot K : T\Sigma < 100 : 99$ . et quoniam  $\odot K > \odot P$  et  $\Sigma T < \Delta T^1$ ), erit igitur etiam  $\odot P : \Delta T < 100 : 99$ . et 21 quoniam in triangulis rectangulis  $\odot KP$ ,  $\Delta KT$  latera  $KP$ ,  $KT$  aequalia sunt, latera autem  $\odot P$ ,  $\Delta T$  inaequalia, et  $\odot P > \Delta T^2$ ), angulus lineis  $\Delta T$ ,  $\Delta K$  comprehensus ad angulum lineis  $\odot P$ ,  $\odot K$  comprehensum maiorem rationem habet, quam  $\odot K : \Delta K$ , minorem autem, quam  $\odot P : \Delta T$ . nam si in duobus triangulis rectangulis duo laterum rectum angulum comprehendentium aequalia sunt, duo inaequalia, maior angulorum ad latera inaequalia positorum ad minorem maiorem rationem habet, quam maior linea earum, quae sub angulum rectum subtendunt, ad minorem, minorem autem quam maior linearum angulum rectum comprehendentium ad minorem.<sup>3)</sup> quare 22

$\angle \Delta \Delta \Xi : O\odot M < \odot P : \Delta T$ ; sed  $\odot P : \Delta T < 100 : 99$ .

quare etiam erit  $\angle \Delta \Delta \Xi : O\odot M < 100 : 99$ . et quoniam est  $\angle \Delta \Delta \Xi > \frac{1}{200} R$ , erit etiam

$$\angle O\odot M > \frac{99}{20000} R.$$

1) Quia  $\Sigma T$  omnium linearum duo puncta circulorum  $\Delta EZ$ ,  $\Sigma H$  iungentium minima est; Nizze p. 214 not.  $\beta$ .

2) Quia  $\odot K > \Delta K$ ; nam crura anguli lineis contingentibus comprehensi eo maiora sunt, quo longius uertex anguli a centro circuli abest.

3) Demonstrationem huius propositionis geometricam dedit Commandinus fol. 62 (Quaest. Arch. p. 204—5), trigonometricam Nizze p. 214 not.  $\gamma$ .

F, uulgo.  $\tau\tilde{\alpha}\nu$ ]  $\tau\omega\nu$  per comp. F; corr. VD. 9.  $\tau\tilde{\alpha}\nu$ ]  $\tau\omega\nu$  per comp. F; corr. Wallis, ut lin. 19, 20, 25, p. 262, 1. 15.  $\tau\tilde{\alpha}\nu$ ]  $\tau\alpha$  F; corr. B. 16.  $\nu\pi\omicron\tau\epsilon\iota\nu\delta\upsilon\sigma\alpha$  F; corr. Wallis.  $\pi\omicron\tau\acute{\iota}$ ] om. F; corr. B. 20.  $\odot O$ ]  $\odot\nu$  F; corr. Wallis. 23.  $\tau\tilde{\alpha}\nu$ ]  $\tau\omega\nu$  per comp. F; corr. VAD, ut lin. 24.  $\pi\epsilon\rho\iota\epsilon\chi\omicron\mu\epsilon\nu\alpha$  F. 26.  $\epsilon\lambda\eta\ \kappa\alpha$ ]  $\eta\ \epsilon\iota\kappa\alpha$  F; corr. B;  $\acute{\epsilon}\sigma\sigma\epsilon\iota\tau\alpha\iota$  Wallis, Torellius.

γωνία ἃ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν  $\Theta M$ ,  $\Theta O$  μείζων ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας ἐς δισμύρια τούτων 4θ' μέρεια. ὥστε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ' καὶ γ' τούτων ἓν μέρος. ἃ ἄρα  $BA$  μείζων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἐν τμᾶμα διηρημένας τᾶς τοῦ  $AB\Gamma$  κύκλου περιφερείας εἰς ωιβ'. τᾶ δὲ  $AB$  ἴσα ἐντὶ ἃ τοῦ ἁλίου διάμετρος. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐστὶν ἃ τοῦ ἁλίου διάμετρος τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς.

1 II. Τούτων δὲ ὑποκειμένων δεικνύται καὶ τάδε·  
 10 ὅτι ἃ διάμετρος τοῦ κόσμου τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων, καὶ ἔτι ὅτι ἃ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ'. ἐπεὶ γὰρ ὑποκείται τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μὴ μείζονα εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα τᾶς διαμέτρου  
 15 τᾶς σελήνας, τὰν δὲ διάμετρον τᾶς γᾶς μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, δῆλον, ὡς ἃ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. πάλιν δὲ ἐπεὶ ἐδείχθη ἃ διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων εἶσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς  
 20 τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ, φανερόν, ὅτι ἃ τοῦ χιλιαγώνου περίμετρος τοῦ εἰρημένου ἐλάττων ἐστὶν ἢ χιλιοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ ἁλίου. ἃ δὲ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς.  
 25 ὥστε ἃ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου ἐλάττων ἐστὶν ἢ 2 τρισμυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. ἐπεὶ οὖν ἃ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου τᾶς μὲν διαμέτρου τᾶς

1. ἃ] om. F. 2. μέρος F; corr. Wallis. 4. ἃ ἄρα  $BA$ ] scripsi; ἀρα  $\alpha BA$  F, vulgo. 6. εἰς] αἰς F; corr. B (ἐς).  
 τᾶ] τᾶ F; corr. BVAD. 10. ὅτι] scripsi; οἶον F, vulgo.  
 11. ὅτι] addidi; om. F, vulgo. 12. μυριακ cum comp. ης F.  
 14. μείζονα] μείζ cum comp. ὦν F; corr. B. τριακονταπλασι

quare  $\angle O\odot M > \frac{1}{2} \frac{1}{3} R.$ <sup>1)</sup> quare linea  $BA$  maior est linea sub unam partem subtendenti, ambitu circuli  $AB\Gamma$  in partes 812 diuiso. sed lineae  $AB$  aequalis est diameter solis.<sup>2)</sup> adparet igitur<sup>3)</sup>, diametrum solis maiorem esse latere figurae mille laterum.

II. His autem suppositis haec quoque demonstrari 1  
possunt: diametrum mundi minorem esse diametro terrae decies millies sumpta, et praeterea, diametrum mundi minus quam 10000000000 stadia longam esse. nam quoniam suppositum est, diametrum solis non maiorem esse quam diametrum lunae tricies sumptam [hypoth. 3], et diametrum terrae maiorem esse diametro lunae [hypoth. 2], adparet, diametrum solis minorem esse quam diametrum terrae tricies sumptam. rursus autem quoniam demonstratum est, diametrum solis maiorem esse latere figurae mille laterum circulo maximo mundi inscriptae, manifestum est, perimetrum figurae illius mille laterum minorem esse diametro solis millies sumpta. diameter autem solis minor est quam diameter terrae tricies sumpta. quare perimetrus figurae mille laterum minor est diametro terrae tricies millies sumpta. iam quoniam perimetrus figurae mille 2  
laterum minor est diametro terrae tricies millies

1) Nam  $99 > \frac{1}{2} \frac{1}{3} \times 20000$ .

2) H. e. diameter circuli  $\Sigma H$ ; u. p. 258, 19.

3) Quia latera polygonorum inscriptorum, quo plura, eo minora sunt; itaque latus figurae 812 laterum, quod minus est linea  $AB$ , maius est latere figurae mille laterum.

cum comp.  $\omega\nu$  F; corr. B.  
F, ed. Basil., ut lin. 16.  
corr. B.

15.  $\sigma\epsilon\lambda\eta\nu\alpha\varsigma$ ]  $\epsilon\lambda\iota\nu$  cum comp.  $\alpha\varsigma$   
 $\mu\epsilon\lambda\iota\zeta\omicron\nu\alpha$ ]  $\mu\epsilon\iota\zeta$  cum comp.  $\omega\nu$  F;

γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων, τᾶς δὲ δια-  
 μέτρου τοῦ κόσμου μείζων ἢ τριπλασίων· δεδείκται  
 γάρ τοι, διότι παντὸς κύκλου ἡ διάμετρος ἐλάττων  
 ἐστὶν ἢ τρίτον μέρος παντὸς πολυγωνίου τᾶς περι-  
 5 μέτρου, ὃ καὶ ἢ ἰσόπλευρον καὶ πολυγωνότερον τοῦ  
 ἑξαγώνου ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ· εἴη καὶ ἡ διά-  
 μετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἢ μυριοπλασίων τᾶς δια-  
 μέτρου τᾶς γᾶς. ἡ μὲν οὖν διάμετρος τοῦ κόσμου  
 ἐλάττων ἑοῦσα ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς  
 10 δεδείκται. ὅτι δὲ ἐλάττων ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ  
 κόσμου ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ', ἐκ τούτου  
 3 δῆλον. ἐπεὶ γὰρ ὑποκείται τὴν περίμετρον τᾶς γᾶς  
 μὴ μείζονα εἶμεν ἢ τριακοσίας μυριάδας σταδίων, ἡ  
 δὲ περίμετρος τᾶς γᾶς μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασία τᾶς  
 15 διαμέτρου διὰ τὸ παντὸς κύκλου τὴν περιφέρειαν μεί-  
 ζονα εἶμεν ἢ τριπλασίονα τᾶς διαμέτρου, δῆλον, ὡς  
 ἡ διάμετρος τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων ρ' μυ-  
 ριάδες. ἐπεὶ οὖν ἡ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων  
 ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, δῆλον,  
 20 ὡς ἡ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων  
 4 μυριάκις μυριάδες ρ'. περὶ μὲν οὖν τῶν μεγεθέων  
 καὶ τῶν ἀποστημάτων ταῦτα ὑποτιθέμαι, περὶ δὲ τοῦ  
 ψάμμου τάδε· εἴ καὶ ἢ τι συγκείμενον μέγεθος ἐκ τοῦ  
 ψάμμου μὴ μείζον μάκωνος, τὸν ἀριθμὸν αὐτοῦ μὴ  
 25 μείζονα εἶμεν μυρίων, καὶ τὴν διάμετρον τᾶς μάκωνος  
 μὴ ἐλάττονα εἶμεν ἢ τετρακοστομόριον δακτύλου. ὑπο-

5. ὃ κα] ὁ καὶ F; corr. Wallis. ἢ] addidi; om. F, vulgo.  
 ἰσόπλευρον] scripsi; εἰς ο εἶθ πλευραν (αν per comp.) εον F,  
 vulgo; ἰσόπλευρον ἐόν Wallis, Torellius. πολυγωνότερον]  
 scripsi; πολυγωνου οτι (per comp.) F, vulgo; πολυγωνιώτερον  
 Wallis, Torellius. 6. ἐγγεγραμμενου F; corr. Wallis. ἐν  
 τῷ κύκλῳ] scripsi; μεν του κυκλου F, vulgo; μεν τῷ κύκλῳ

sumpta, maior autem quam triplo maior diametro mundi (nam demonstratum est, cuiusuis circuli diametrum minorem esse tertia parte perimetri cuiusuis polygoni circulo inscripti, quod aequilaterum sit et plus quam sex latera habeat)<sup>1)</sup>, diameter mundi minor erit diametro terrae decies millies sumpta. itaque demonstratum est, diametrum mundi minorem esse diametro terrae decies millies sumpta. diametrum autem mundi minus quam stadia 1000000000 longam esse, inde adparet. nam quoniam suppositum est, perim- 3  
etrum terrae non plus quam 3000000 stadia longam esse [hypoth. 4], et perimetrum terrae maior est quam triplo maior diametro, quia cuiusuis circuli ambitus maior est quam triplo maior diametro [κύκλ. μετρ. 3], adparet, diametrum terrae minus quam 1000000 stadia longam esse. iam quoniam diameter mundi minor est diametro terrae decies millies sumpta, adparet, diametrum mundi minus quam 1000000000 stadia longam esse. de magnitudinibus igitur et distantibus haec sup- 4  
pono, de arena autem haecce: si ex arena magnitudo colligatur non maior semine papaueris, numerum arenae non maiorem esse quam 10000, et diametrum seminis papaueris non minorem esse quadragesima parte

1) Nam perimetrum hexagoni triplo maior est diametro (Eucl. IV, 5 πρόρισμ.), et quo plura sunt latera, eo maiores sunt perimetri.

Wallis, Torellius. 9. τᾶς γᾶς ad διάμετρος lin. 10 suppleui; om. F, vulgo. 12. τάν] τον per comp. FD, ed. Basil. 18. ἄ] ἐστιν (comp.) ἄ F; corr. Wallis. 14. ἦ] om. F; corr. AB. 16. τριπλασι cum comp. ων F; corr. B. 21. μυριακ cum comp. ης F. μὲν οὖν τῶν] addidi; om. F, vulgo. 24. μείζον] μείζ cum comp. ων F; corr. B. 26. τετρακοστομόριον] Ahrens cum V manu 2; τετρακοντομοριον F, vulgo.

τιθέμαι δὲ τοῦτο ἐπισκεψάμενος τόνδε τὸν τρόπον·  
 ἐτέθεν ἐπὶ κανόνα λεῖον μακῶνες ἐπ' εὐθείας ἐπὶ μίαν  
 κειμέναι ἀπτομέναι ἀλλαλᾶν, καὶ ἀνελάβον αἱ κε' μα-  
 κῶνες πλέονα τόπον δακτυλιαίου μάκεος. ἐλάττονα οὖν  
 5 τιθεῖς τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος ὑποτιθέμαι ὡς τε-  
 τρωκοστομόριον εἶμεν δακτύλου καὶ μὴ ἐλάττονα, βου-  
 λόμενος καὶ διὰ τούτων ἀναμφιλογώτατα δεικνύσθαι  
 τὸ προκείμενον.

1 III. Ἄ μὲν οὖν ὑποτιθέμαι, ταῦτα. χρήσιμον δὲ  
 10 εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥη-  
 θήμεν, ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ περι-  
 τετευχότες τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ μὴ πλα-  
 νώνται διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ  
 2 βιβλίῳ προειρημένον. συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν  
 15 ἀριθμῶν ἐς τὸ μὲν τῶν μυρίων ὑπάρχειν ἀμῖν παρα-  
 δεδομένα, καὶ ὑπὲρ τὸ τῶν μυρίων [μὲν] ἀποχρεόντως  
 ἐγγιγνώσκομες μυριάδων ἀριθμὸν λεγόντες ἔστε ποτὶ  
 τὰς μυρίας μυριάδας. ἔστων οὖν ἀμῖν οἱ μὲν νῦν  
 εἰρημένοι ἀριθμοὶ ἐς τὰς μυρίας μυριάδας πρῶτοι  
 20 καλουμένοι. τῶν δὲ πρῶτων ἀριθμῶν αἱ μυρίαὶ μυ-  
 ριάδες μονὰς καλείσθω δευτέρων ἀριθμῶν, καὶ ἀριθ-  
 μείσθω τῶν δευτέρων μονάδες καὶ ἐκ τᾶν μονάδων  
 δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἐς  
 τὰς μυρίας μυριάδας. πάλιν δὲ καὶ αἱ μυρίαὶ μυρι-

3. ἀλλαλων F; corr. C. 4. δακτυλι αἱ F. οὖν] addidi;  
 om. F, uulgo. 7. ἀναμφιλογώτατα] scripsi; ἀναμφιλογωτατον  
 F; uulgo. 10. αριθμ cum comp. on F. 11. περιτετευχότες]  
 περιτευατ' ἐς F; corr. Nizze. 12. τῷ] το F; corr. Wallis.  
 14. προειρημενων F; corr. Riualtus. 15. τό] τα F; corr. Wal-  
 lis. μὲν] corruptum? 16. τό] addidi; om. F, uulgo.  
 μὲν] deleo. ὑπὲρ τῶν μειζόνων ἀποχρεόντως Gertzius. 17.  
 ἐγγιγνώσκομες] scripsi; εγγιγνώσκομεν F, uulgo; γιγνώσκομες  
 Gertzius. ἔστε ποτὶ] scripsi; ἐς τοῖς ποτι F, uulgo; ἐς Wal-



digiti. hoc autem suppono re hoc modo examinata: in regula laeui semina papaueris in eadem linea recta posita sunt, ita ut inter se tangerent, et uiginti quinque semina spatium maius longitudine digitali expleuerunt. diametrum igitur seminis papaueris minorem ponens eam quadragesimam fere partem digiti nec minorem esse suppono, propositum etiam, quod ad hanc rem pertinet, quam certissime demonstrari cupiens.<sup>1)</sup>

III. Haec sunt igitur, quae suppono. utile autem 1 esse existimo, denominationem numerorum exponi, ut ceterorum quoque qui in librum ad Zeuxippum missum non inciderunt, ne haereant, quod nihil de ea hoc in libro dictum sit. accidit igitur, ut nomina numerorum 2 ad 10000 nobis tradita sint, et super 10000 satis ea intellegimus myriades numerantes usque ad 100000000. hi igitur numeri usque ad 100000000 primi uocentur. sed decem millia myriadam primorum numerorum unitas uocetur secundorum numerorum, et numerentur secundorum numerorum unitates et ex unitatibus decades et hecatontades et chiliades et myriades ad decem millia myriadam. rursus autem etiam decem

---

1) Cfr. Kästner: Gesch. d. Mathem. II p. 746.

---

lis, Torellius. 18. *μυρίας*] om. F; corr. Wallis. *ἔστων*] Wallis; *εστω* F, uulgo. 19. *τα μυριαν μυριαδ* cum comp. *ων* F; corr. Wallis. 21. *ἀριθμῶν*] om. F; corr. Wallis. *ἀριθμεύστων*] scripsi; *αριθμων* F, uulgo. 22. *δευτέρων ἀριθμῶν* Wallis, Torellius. *ἐκ τῶν*] scripsi; *ἑκατον* F, uulgo; *αἱ ἀπὸ τῶν* B, *ἀπὸ τῶν* Wallis, Torellius. 23. *ἐς τὰς*] *εσται* F; corr. Wallis. 24. *μυρι* (cum comp. *ων*) *μυριαδων* F; corr. Wallis.

ἄδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν μονὰς καλείσθω τρίτων  
 ἀριθμῶν, καὶ ἀριθμείσθων τῶν τρίτων ἀριθμῶν μο-  
 νάδες καὶ ἀπὸ τῶν μονάδων δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες  
 καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἕς τὰς μυρίας μυριάδας.  
 3  
 5 τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ τῶν τρίτων ἀριθμῶν μυρίαὶ  
 μυριάδες μονὰς καλείσθω τετάρτων ἀριθμῶν, καὶ αἱ  
 τῶν τετάρτων ἀριθμῶν μυρίαὶ μυριάδες μονὰς κα-  
 λείσθω πέμπτων ἀριθμῶν, καὶ αἰ οὕτως προαγόντες  
 οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἔχόντων ἕς τὰς μυριακισ-  
 10 μυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. ἀποχρέοντι μὲν  
 οὖν καὶ ἐπὶ τοσοῦτον οἱ ἀριθμοὶ γινωσκομένοι. ἔξεστι  
 4 δὲ καὶ ἐπὶ πλεον προάγειν. ἔστων γὰρ οἱ μὲν νῦν  
 εἰρημένοι ἀριθμοὶ πρώτας περιόδου καλουμένοι, ὁ δὲ  
 ἔσχατος ἀριθμὸς τῆς πρώτας περιόδου μονὰς καλείσθω  
 15 δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ καὶ  
 αἱ μυρίαὶ μυριάδες τῆς δευτέρας περιόδου πρώτων  
 ἀριθμῶν μονὰς καλείσθω τῆς δευτέρας περιόδου δευ-  
 τέρων ἀριθμῶν. ὁμοίως δὲ καὶ τούτων ὁ ἔσχατος  
 μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου τρίτων ἀριθμῶν,  
 20 καὶ αἰ οὕτως οἱ ἀριθμοὶ προαγόντες τὰ ὀνόματα ἔχόν-  
 των τῆς δευτέρας περιόδου ἕς τὰς μυριακισμυριοστῶν  
 ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. πάλιν δὲ καὶ ὁ ἔσχατος  
 ἀριθμὸς τῆς δευτέρας περιόδου μονὰς καλείσθω τρίτας  
 περιόδου πρώτων ἀριθμῶν, καὶ αἰ οὕτως προαγόντων  
 25 ἕς τὰς μυριακισμυριοστῆς περιόδου μυριακισμυριοστῶν

2. ἀριθμείσθων] scripsi; αριθμεισθω F, vulgo; ἀριθμείσθω-  
 σαν Wallis, Torellius. 3. και αι απο F, vulgo; αἱ deleui.  
 4. ἕς τὰς] εσται F; corr. Wallis. μυριαν μυριαδες F; corr.  
 Wallis. 6. ἀριθμῶν] ἄς F, ut infra saepius. 9. εχοντες F;  
 corr. Wallis. ἕς τὰς] εσται F; corr. Wallis. 10. μυριαὶ  
 μυριαδες F; corr. Wallis. αποχρεωντι F; corr. VB. 11.  
 ἐπὶ τοσοῦτον] scripsi; απο τοςουντ cum comp. ων F; ἀπὸ το-

millia myriadam secundorum numerorum unitas uocetur tertiorum numerorum, et numerentur tertiorum numerorum unitates et ab unitatibus decades et hecatontades et chiliades et myriades ad decem millia myriadam. et eodem modo etiam tertiorum 3 numerorum decem millia myriadam unitas uocetur quartorum numerorum, et quartorum numerorum decem millia myriadam unitas uocetur quintorum numerorum, et semper hoc modo procedentes numeri nominentur usque ad decem millia myriadam numerorum centies millies millesimorum. et satis quidem est, numeros hunc ad finem cognosci. sed licet etiam 4 ultra progredi. nam numeri, quos adhuc commemorauimus, primae periodi numeri uocentur, et ultimus numerus primae periodi unitas uocetur primorum numerorum secundae periodi. rursus autem decem millia myriadam primorum numerorum secundae periodi unitas uocetur secundorum numerorum secundae periodi. et eodem modo etiam horum ultimus unitas uocetur tertiorum numerorum secundae periodi, et numeri semper hoc modo procedentes periodi secundae nominentur usque ad decem millia myriadam numerorum centies millies millesimorum. rursus autem ultimus numerus secundae periodi unitas uocetur primorum numerorum tertiae periodi, et semper hoc modo procedant usque ad decem millia myriadam numerorum centies millies millesimorum periodi centies millies

---

*σοῦτων* uulgo. 13. *πρωτης* F; corr. Wallis. 14. *πρώτας*] om. F; corr. B. 16. *πρώτων* ad *περίοδον* lin. 17 om. F; corr. Wallis. 21. *ἐς τὰς*] *ἐσται* F; corr. Wallis. 22. *μυριαται μυριαδες* F; *μυριαται μυριαδες* uulgo; corr. Wallis. 25. *τὰς*] *ται* F; corr. Wallis.

5 ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. τούτων δὲ οὕτως κα-  
 τανομασμένων, εἴ κα ἔωντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνά-  
 λογον ἐξῆς κειμένοι, ὁ δὲ παρὰ τὰν μονάδα δεκάς ἦ,  
 ὀκτῶ μὲν αὐτῶν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρῶ-  
 5 των ἀριθμῶν καλουμένων ἐσσοῦνται, οἱ δὲ μετ' αὐ-  
 τοὺς ἄλλοι ὀκτῶ τῶν δευτέρων καλουμένων, καὶ οἱ  
 ἄλλοι τὸν αὐτὸν τρόπον τούτοις τῶν συνωνύμων κα-  
 λουμένων ἐσσοῦνται τᾷ ἀποστάσει τᾶς ὀκτάδος τῶν  
 ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν. τᾶς  
 10 μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ὁ ὄγδοός ἐστιν  
 ἀριθμὸς χιλίαι μυριάδες, τᾶς δὲ δευτέρας ὀκτάδος ὁ  
 πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶν τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μυ-  
 ρίαι μυριάδες ἐσσεῖται. οὗτος δὲ ἐστὶ μονὰς τῶν δευ-  
 τέρων ἀριθμῶν. ὁ δὲ ὄγδοος τᾶς δευτέρας ὀκτάδος  
 15 ἐστὶ χιλίαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. πάλιν  
 δὲ καὶ τᾶς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλα-  
 σίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μυρῖαι μυριάδες ἐσσεῖται  
 τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. οὗτος δὲ ἐστὶν μονὰς τῶν  
 τρίτων ἀριθμῶν. φανερὸν δέ, ὅτι καὶ ὅποσαι οὖν  
 6  
 20 ὀκτάδες ἐξοῦντι, ὡς εἰρήται. χρήσιμον δὲ ἐστὶ καὶ  
 τόδε γινγνωσκόμενον. εἴ κα ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς μονάδος  
 ἀνάλογον ἐόντων πολλαπλασιάζωντί τινες ἀλλήλους τῶν  
 ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ὁ γενόμενος ὁμοίως ἐσσεῖται  
 ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπέχων ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος  
 25 τῶν πολλαπλασιαζάντων ἀλλήλους, ὅσους ὁ ἐλάττων  
 τῶν πολλαπλασιαζάντων ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἀπέχει,

1. μυρῖαι μυριάδες F; corr. Wallis. κατανομασμενων F,  
 ed. Basil. 4. μὲν] scripsi; εἰεν F, uulgo; om. Wallis, Torel-  
 lius. 6. καλουμενοι F; corr. Wallis. 8. τᾷ] addidi; om. F,  
 uulgo. 9. τᾶς] (alt.) ᾶ F; corr. B. 19. ὅτι] ἐστὶ per  
 comp. F; corr. ed. Basil.; ἐστὶν ὅτι B. ὅποσαι οὖν] scripsi;  
 πολλα F, uulgo. 21. της per comp. F; corr. V. 22. εων-

millesimae.<sup>1)</sup> his autem ita denominatis, si numeri 5 aliquot dati sunt ab unitate in eadem proportione, et numerus unitati proximus decas est, octo eorum primi cum unitate ex numeris primis, qui uocantur, erunt, octo autem eos proxime sequentes ex secundis, et ceteri eodem modo ex numeris erunt eodem numero denominatis, qui distantiam octadis numerorum a prima octade indicat. primae igitur octadis numerorum octauus numerus est mille myriades, secundae autem octadis primus, quoniam aequalis est praecedenti decies sumpto, decem millia myriadum erunt. haec autem unitas est secundorum numerorum. et octauus numerus secundae octadis mille myriades sunt secundorum numerorum. et porro etiam tertiae octadis primus numerus, quoniam aequalis est praecedenti decies sumpto, decem millia myriadum erunt secundorum numerorum. haec autem unitas est tertiorum numerorum. et manifestum est, quotlibet octades ita fore, ut dictum est. uerum hoc quoque utile est 6 cognitu. si ex numeris ab unitate in eadem proportione positus, aliqui inter se multiplicantur eorum, qui in eadem proportione sunt, etiam productum in eadem erit proportione a maiore multiplicatorum tot numeros distans, quot minor multiplicatorum ab unitate distat

---

1) Conspectus horum numerorum systematis u. Quaest. Arch. p. 59; Nizze p. 218; Nesselmann: Algebra d. Griechen p. 122 sq. ultimus est  $10^8 \cdot 10^{16}$ .

---

των F; corr. Riualtus. *πολλαπλασιάζωντι*] scripsi; *πολλαπλασιάζοντες* F, uulgo. 23. *γενόμενος*] *ταν* F; corr. Wallis, deleto *ὁμοίως*. 24. *μὲν τοῦ μείζονος*] scripsi; *μεν* cum comp. *ων* F, uulgo; *μείζονος* Wallis, Torellius. 26. *απεχη* F; corr. V.

ἀπὸ δὲ τᾶς μονάδος ἀφέξει ἐνὶ ἐλαττόνας, ἢ ὅσος  
 ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ μο-  
 7 νάδος οἱ πολλαπλασιαζάντες ἀλλήλους. ἔστων γὰρ  
 ἀριθμοὶ τινες ἀνάλογον ἀπὸ μονάδος, οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta,$   
 5  $E, Z, H, \Theta, I, K, \Lambda$ , μονὰς δὲ ἔστω ὁ  $A$ . καὶ πε-  
 πολλαπλασιάσθω ὁ  $\Delta$  τῷ  $\Theta$ , ὁ δὲ γενόμενος ἔστω ὁ  $X$ .  
 λελάφθω δὴ ἐκ τᾶς ἀναλογίας ὁ  $\Lambda$  ἀπέχων ἀπὸ τοῦ  
 $\Theta$  τοσοῦτους, ὅσους ὁ  $\Delta$  ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. δεικτέον,  
 ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ  $X$  τῷ  $\Lambda$ . ἐπεὶ οὖν ἀνάλογον ἐόντων  
 10 ἀριθμῶν ἴσους ἀπέχει ὁ τε  $\Delta$  ἀπὸ τοῦ  $A$ , καὶ ὁ  $\Lambda$   
 ἀπὸ τοῦ  $\Theta$ , τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὁ  $\Delta$  ποτὶ τὸν  $A$ ,  
 ὃν ὁ  $\Lambda$  ποτὶ τὸν  $\Theta$ . πολλαπλασίων δὲ ἐστὶν ὁ  $\Delta$  τοῦ  
 $A$  τῷ  $\Delta$ . πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ  $\Lambda$  τοῦ  $\Theta$  τῷ  $\Delta$ .  
 8 ὥστε ἴσος ἐστὶν ὁ  $\Lambda$  τῷ  $X$ . δῆλον οὖν, ὅτι ὁ γενό-  
 15 μενος ἐκ τᾶς ἀναλογίας τέ ἐστὶν καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος  
 τῶν πολλαπλασιαζάντων ἀλλήλους ἴσους ἀπέχων, ὅσους  
 ὁ ἐλάττων ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει. φανερόν δέ, ὅτι  
 καὶ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ἐνὶ ἐλαττόνας, ἢ ὅσος ἐστὶν  
 ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ τᾶς μο-  
 20 νάδος οἱ  $\Delta, \Theta$ . οἱ μὲν γὰρ  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta$   
 τοσοῦτοι ἐντί, ὅσους ὁ  $\Theta$  ἀπὸ μονάδος ἀπέχει, οἱ δὲ  
 $I, K, \Lambda$  ἐνὶ ἐλαττόνες, ἢ ὅσους ὁ  $\Delta$  ἀπὸ μονάδος  
 ἀπέχει· σὺν γὰρ τῷ  $\Theta$  τοσοῦτοι ἐντί.

1. ἐλαττωνας F. 2. ὁ] addidi; om. F, vulgo. οὓς] ως  
 F; corr. Wallis. ἀπεχωντι F; corr. V. μονάδος] μαδος F,  
 ut lin. 4, 8. 6. X. λελάφθω] scripsi;  $X\Lambda$ , ειληφθω F, vulgo;  
 $\Lambda$  om. Wallis, Torellius. 7. ἐκ] scripsi; ὁ  $\Theta K$  F, vulgo; ὁ  
 ἐκ Wallis, Torellius. τᾶς αὐτᾶς Wallis, Torellius.  $\Delta$ ]  $\Phi\Lambda$   
 F; corr. Wallis. 9. ἴσος] per comp. F. 10. ἀριθμῶν]  
 scripsi; ἴσων per comp. F; ἴσον B, alii. 11. ταν αὐταν FVA,  
 ed. Basil. 15. τᾶς αὐτᾶς Wallis, Torellius. 16. ἴσους]  
 scripsi; ἴσον per comp. F, vulgo. 20. οἱ  $\Delta, \Theta$ . οἱ μὲν γὰρ]  
 scripsi; οἶδε μεν γαρ οἱ F, vulgo. 22. ἐνί] ἐπι F; corr. BD.  
 23. Hic spatium uacat in FVBCD.

in proportione, ab unitate uero distabit uno pauciores, quam quantus numerus est utrorumque, quos numeri inter se multiplicati ab unitate distant. sint enim 7 numeri aliquot  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta, I, K, \Lambda$  ab unitate in eadem proportione positi, et unitas sit  $A$ . et multiplicentur  $\Delta, \Theta$ , et productum sit  $X$ . sumatur igitur ex proportione  $\Lambda$  ab  $\Theta$  tot numeros distans, quot  $\Delta$  ab unitate distat. demonstrandum, esse  $X = \Lambda$ . iam quoniam inter numeros inter se proportionales  $\Delta$  ab  $A$  tot loca abest, quot  $\Lambda$  ab  $\Theta$ , erit igitur

$$\Delta : A = \Lambda : \Theta.$$

sed  $\Delta = \Delta \times A$ . quare  $\Lambda = \Delta \times \Theta$ . quare  $\Lambda = X$ . adparet igitur, productum et ex eadem proportione esse 8 et a maiore numerorum inter se multiplicatorum tot loca abesse, quot minor ab unitate absit. manifestum est autem, productum etiam ab unitate uno pauciora loca abesse, quam quantus est numerus utrorumque locorum, quae ab unitate absunt  $\Delta, \Theta$ . nam  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta$  tot sunt, quot  $\Theta$  ab unitate abest, et  $I, K, \Lambda$  uno pauciores, quam quot  $\Delta$  ab unitate abest; nam adsumpto  $\Theta$  totidem sunt.<sup>1)</sup>

1) De hac propositione cfr. Quaest. Arch. p. 58. nos sic

idem demonstraremus: sit series  $1, a^1, a^2, \dots, a^n - 1,$

$$a^{n+1} \dots a^m, a^{m+1}, \dots, a^{m+n}.$$

itaque  $a^n \cdot a^m = a^{m+n}$ , quod ab  $a^m$  abest loca  $(n + 1)$ , ab unitate uero  $m + n + 1 = (m + 1) + (n + 1) \div 1$ .

1 IV. Τούτων δὲ τῶν μὲν ὑποκειμένων, τῶν δὲ ἀπο-  
 δεδειγμένων τὸ προκείμενον δειχθησέται. ἐπεὶ γὰρ  
 ὑποκείται τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάσσονα  
 εἶμεν ἢ τετρακοστομόριον δακτύλου, δῆλον, ὡς ἅ  
 5 σφαῖρα ἅ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον οὐ μεί-  
 ζων ἐστὶν ἢ ὥστε χωρεῖν μακώνας ἑξακισμυρίας καὶ  
 τετρακισχιλίας· τᾶς γὰρ σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν  
 διάμετρον τετρακοστομόριον δακτύλου πολλαπλασία  
 ἐστὶν τῷ εἰρημένῳ ἀριθμῷ. δεδείκται γὰρ τοι, ὅτι αἱ  
 10 σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτὶ ἀλλάλας τᾶν  
 2 διαμέτρων. ἐπεὶ δὲ ὑποκείται καὶ τοῦ ψάμμου τὸν  
 ἀριθμὸν τοῦ ἴσον τῷ τᾶς μάκωνος μεγέθει ἔχοντος  
 μέγεθος μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων, δῆλον, ὡς, εἰ πλη-  
 ρωθείη ψάμμου ἅ σφαῖρα ἅ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν  
 15 διάμετρον, οὐ μείζων κα εἶη ὁ ἀριθμὸς τοῦ ψάμμου  
 ἢ μυριάκις τὰ ἑξακισμύρια καὶ τετρακισχιλία. οὗτος  
 δὲ ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς μονάδες τε 5' τῶν δευτέρων ἀριθ-  
 μῶν καὶ τῶν πρώτων μυριάδες τετρακισχιλίας. ἐλάσ-  
 σων οὖν ἐστὶν ἢ 1' μονάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.  
 20 ἅ δὲ τῶν ρ' δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα  
 πολλαπλασία ἐστὶν τᾶς δακτυλιαίαν ἐχούσας τὰν διά-  
 μετρον σφαίρας ταῖς ρ' μυριάδεσσιν διὰ τὸ τριπλά-  
 σιον λόγον ἔχειν ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων τὰς σφαί-  
 ρας. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλι-  
 25 καύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν ἅ σφαῖρα ἅ ἔχουσα τὰν  
 διάμετρον δακτύλων ρ', δῆλον, ὡς ἐλάττων ἐσσεῖται  
 ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλα-

5. σφαῖρα ἅ] scripsi; ἅ om. F, uulgo. 8. τετρακοστο-  
 μοριον F; corr. Ahrens. 10. εχωντι F; corr. V. 12. τοῦ  
 ἴσον τῷ] scripsi; εις το F, uulgo. μακωνος F; corr. BC.  
 μεγέθει ἔχοντος] addidi; om. F, uulgo. 13. μεις cum comp.  
 on F; corr. Wallis 14. τοῦ ψάμμου Gertzius. 15. μεις



IV. His autem partim suppositis, partim demon- 1  
 stratis, propositum demonstrabitur. nam quoniam sup-  
 positum est, diametrum seminis papaveris non mino-  
 rem esse quam partem quadragesimam digiti [II, 4],  
 adparet, sphaeram diametrum digitalem habentem ma-  
 iorem non esse, quam ut 64000 seminum papaveris  
 capiat. hoc enim numero multiplex est quam sphaera  
 diametrum habens partem quadragesimam digiti. nam  
 demonstratum est, sphaeras triplicem rationem habere  
 inter se, quam diametri habeant [Eucl. XII, 18]. quo- 2  
 niam autem hoc quoque suppositum est, numerum  
 arenae magnitudinem habentis magnitudini seminis  
 papaveris aequalem maiorem non esse quam 10000  
 [II, 4], adparet, si sphaera diametrum habens digi-  
 talem arena compleatur, numerum arenae maiorem  
 non fore quam 640000000. hic autem est sex uni-  
 tates secundorum numerorum, et quattuor millia my-  
 riadum primorum. quare minor est quam decem  
 unitates secundorum numerorum. sphaera autem dia-  
 metrum habens centum digitos longam centum myria-  
 dibus multiplex est quam sphaera diametrum digita-  
 lem habens, quia sphaerae inter se triplicem rationem  
 habent quam diametri [Eucl. XII, 18]. si igitur ex  
 arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera dia-  
 metrum habens centum digitos longam, adparet, nu-  
 merum arenae minorem fore numero multiplicatis de-

cum comp. *ον* F; corr. Wallis.

*εἴη*] *ιν* F; corr. Wallis.

19. *μονάδες*] *μυριάδες* F; corr. A.

21. *τάν*] *των* F; corr. BC.

22. *σφαίρας*] scripsi; *εφη* F, vulgo; *ἐπί* Wallis, Torellius.

*μυριαδεσιν* F.

23. *διαμετρο* cum comp. *ον* F; corr. Wallis.

24. *τηλικαντα* F; corr. Wallis.

27. *πολλαπλασθεισαν* F;

corr. ABC.

πλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα μονάδων τῶν δευτέρων ἀριθ-  
 3 μῶν ταῖς ρ' μυριάδεσσι. ἐπεὶ δ' αἱ τῶν δευτέρων  
 ἀριθμῶν δέκα μονάδες δέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ  
 μονάδος ἀνάλογον ἐν τᾷ τῶν δεκαπλασίων ὄρων ἀνα-  
 5 λογία, αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος  
 ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἀριθ-  
 μὸς ἐσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἑκκαιδέ-  
 κατος ἀπὸ μονάδος. δεδείκται γάρ, ὅτι ἐνὶ ἐλασσόνας  
 ἀπέχει ἀπὸ τᾶς μονάδος, ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συν-  
 10 αμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλα-  
 σιαζάντες ἀλλήλους. τῶν δὲ ἑκκαίδεκα τούτων ὀκτῶ  
 μὲν οἱ πρότεροι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλου-  
 μένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτῶ τῶν δευτέρων,  
 καὶ ὁ ἔσχατός ἐστιν αὐτῶν χιλίαι μυριάδες δευτέρων  
 15 ἀριθμῶν. φανερόν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος  
 τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαῖρα τᾷ τὰν διάμε-  
 τρον ρ' δακτύλων ἐχούσα ἑλαττόν ἐστιν ἢ χιλίαι μυ-  
 4 ριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ καὶ ἡ σφαῖρα  
 ἡ τῶν μυρίων δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον πολλα-  
 20 πλασία ἐστὶν τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον ρ' δακτύλων  
 ταῖς ρ' μυριάδεσσι. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου  
 σφαῖρα ταλικαῦτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν ἡ ἔχουσα  
 σφαῖρα τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων, δῆλον, ὡς  
 ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενο-  
 25 μένου πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιάων μυριάδων τῶν

2. μυριαδεσσι F V B D. ἐπεὶ] ἐπι F; corr. Wallis. δ' αἱ] Gertzius; δε F, ulgo. 4. τᾷ] τε F; corr. Wallis. δεκα-  
 πλασίων]. scripsi; δεκαπλευρων F, ulgo; defendit Nizzius  
 (Quaest. Arch. p. 205); δεκαπλῶν Wallis, Torellius. ἀνα-  
 λογία] αναλογ cum comp. ον F; corr. Wallis. 6. ἀριθμὸς] scripsi; εκτος F, ulgo; ὄρος Wallis, Torellius. 8. ἐνί] εν F; corr. Rivaltus. 9. ἀπέχει] addidi; om. F, ulgo; post

cem unitatibus secundorum numerorum et centum myriadibus orto. et quoniam decem unitates secundorum numerorum decimus ab unitate numerus est in proportione terminorum per decem crescentium, et centum myriades septimus est ab unitate in eadem proportione, adparet, productum fore sextum decimum ab unitate in eadem proportione. demonstratum est enim, id uno pauciora loca ab unitate abesse, quam quantus est numerus utrorumque locorum, quae numeri inter se multiplicati ab unitate absint [III, 6]. horum autem sedecim primi octo cum unitate ii sunt, qui primi uocantur, octo sequentes ii, qui secundi uocantur, et ultimus eorum mille myriades sunt secundorum numerorum. manifestum est igitur, multitudinem arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum centum digitos longam habenti minorem esse quam mille myriades secundorum numerorum. rursus autem etiam sphaera diametrum 4 habens decem millia digitorum longam centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum habens centum digitos longam. si igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera diametrum decem millia digitorum longam habens, adparet, numerum arenae minorem fore numero multiplicatis mille myriadibus secundorum numerorum et centum myria-

---

μονάδος addidit Wallis. ἢ ὅσος] ασσοσ F; corr. Wallis.  
 ὁ ἀριθμός] ελαττων F; corr. Wallis. συναμφο δε F; corr.  
 Wallis. 10. απεχωντι F; corr. V B. 12. τη F; corr. Wal-  
 lis. 14. τῶν δευτέρων Wallis, Torellius. 16. τα τε ταν  
 F; corr. Wallis. 17. εχουση F; corr. Wallis. ελαττ cum  
 comp. ων F; corr. Wallis. 21. μυριαδεσι F; corr. B. 24.  
 γενομενου F.

δευτέρων ἀριθμῶν ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. ἐπεὶ δ' αἱ  
 μὲν τῶν δευτέρων ἀριθμῶν χιλίαι μυριάδες ἐκκαιδέ-  
 κατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ'  
 μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾷ αὐτᾷ ἀναλογία,  
 5 δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιεικοστός τῶν  
 5 ἐκ τᾷς αὐτᾷς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ δύο  
 καὶ εἴκοσι τούτων ὀκτῶ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι  
 τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, ὀκτῶ δὲ οἱ μετὰ τού-  
 τους τῶν δευτέρων καλουμένων, οἱ δὲ λοιποὶ ἕξ τῶν  
 10 τρίτων καλουμένων. καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ δέκα  
 μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τὸ  
 τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ  
 σφαῖρα τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσα μυρίων δακτύλων  
 ἔλασσόν ἐστιν ἢ ἰ' μυριάδες τρίτων ἀριθμῶν. καὶ  
 15 ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἅ σταδιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον  
 σφαῖρα τᾷς σφαῖρας τᾷς ἐχούσας τὰν διάμετρον μυ-  
 ρίων δακτύλων, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ τοῦ ψάμμου πλῆ-  
 θος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαῖρα τᾷ τὰν διά-  
 μετρον ἐχούσα σταδιαίαν ἔλασσόν ἐστιν ἢ ἰ' μυριάδες  
 6  
 20 τῶν τρίτων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ ἅ σφαῖρα ἅ ἔχουσα  
 τὰν διάμετρον ρ' σταδίων πολλαπλασίων ἐστὶ τᾷς  
 σφαῖρας τᾷς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδιαίαν ταῖς ρ'  
 μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα  
 ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλλίκα ἐστὶν ἅ ἔχουσα τὰν διά-  
 25 μετρον ρ' σταδίων, δῆλον, ὅτι ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ  
 ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλα-  
 σιασθεισᾶν τᾶν δέκα μυριάδων τρίτων ἀριθμῶν ταῖς

3. ἀνάλογον αἱ] αναλογιαι F; corr. Wallis. 4. αυτη F;  
 corr. B. ἐκ τᾷς αὐτᾷς ἀναλογίας Gertzius. 5. ὡς] ὦ F.  
 8. μετὰ τούτους] scripsi; μετα τους F, vulgo; μετ' αὐτούς Wal-  
 lis, Torellius. 9. τῶν] (prius) addidi; om. F, vulgo. ἕξ] εκ F;

dibus orto. sed quoniam mille myriades secundorum numerorum sextus decimus ab unitate numerus est in proportione, et centum myriades septimus est ab unitate in eadem proportione, adparet, productum uicesimum secundum ab unitate fore in eadem proportione. horum autem uiginti duorum primi octo cum unitate 5 ii sunt, qui primi uocantur, octo autem sequentes ii, qui secundi uocantur, reliqui autem sex ex iis, qui tertii uocantur; et ultimus eorum est centum millia tertiorum numerorum. manifestum est igitur, multitudinem arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum habenti decem millia digitorum longam minorem esse quam centum millia tertiorum numerorum. et quoniam sphaera diametrum habens stadium longam minor est sphaera diametrum habenti decem millia digitorum longam<sup>1)</sup>, adparet, etiam multitudinem arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum habenti stadium longam minorem esse quam centum millia tertiorum numerorum. rursus 6 autem sphaera diametrum centum stadia longam habens centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum stadium longam habens. si igitur ex arena tanta sphaera colligitur, quanta est sphaera diametrum centum stadia longam habens, adparet, numerum arenae minorem fore numero decem myriadibus tertiorum numerorum et centum myriadibus multiplicatis orto.

---

1) Heron. defin. 131: τὸ στάδιον ἔχει . . . δακτύλους ,θχ'.

---

corr. Wallis. 10. τρίτων] τρι cum comp. ων F; corr. B.  
 12. μεγεθους F; corr. B. 20. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 23.  
 μυριαδων F; corr. B. 24. á] om. F; corr. Wallis.

ρ' μυριάδες. καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν  
 δέκα μυριάδες δυοκαικιστός ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀνά-  
 λογον, αἱ δὲ ρ' μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τῆς  
 αὐτῆς ἀναλογίας, δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται  
 5 ὀκτωκαικιστός ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος.  
 τῶν δὲ ὀκτῶ καὶ εἴκοσι τούτων ὀκτῶ μὲν οἱ πρῶτοι  
 σὺν τῇ μονάδι τῶν πρῶτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ  
 μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτῶ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ  
 τούτους ὀκτῶ τῶν τρίτων, οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν  
 10 τετάρτων καλουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χι-  
 λίαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. φανερόν οὖν,  
 ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον  
 τῇ σφαίρᾳ τῇ τὴν διάμετρον ἔχούσᾳ σταδίων ρ' ἔλασ-  
 σόν ἐστὶν ἢ χιλίαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν.  
 15 <sup>7</sup> πάλιν δὲ ἡ σφαῖρα ἡ ἔχουσα τὴν διάμετρον μυρίων  
 σταδίων πολλαπλασία ἐστὶ τῆς σφαίρας τῆς ἔχούσας  
 τὴν διάμετρον σταδίων ρ' ταῖς ρ' μυριάδεσσι. εἰ  
 οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαῦτα τὸ μέ-  
 γεθος, ἅλκινα ἐστὶν ἡ σφαῖρα ἡ ἔχουσα τὴν διάμετρον  
 20 σταδίων μυρίων, δῆλον, ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ  
 ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασι-  
 ασθειςᾶν τῶν χιλιάων μονάδων τῶν τετάρτων ἀριθμῶν  
 ταῖς ρ' μυριάδεσσι. ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν τετάρτων  
 ἀριθμῶν χιλίαι μονάδες ὀκτωκαικιστός ἐστὶν ἀπὸ  
 25 μονάδος ἀνάλογον, αἱ δ' ἑκατὸν μυριάδες ἑβδομος  
 ἀπὸ μονάδος ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας, δῆλον, ὅτι ὁ  
 γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας τέταρτος  
 καὶ τριακιστός ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ τεσσάρων καὶ

15. δέ] scripsi; δη F, vulgo. μυρίων — διάμετρον lin. 17  
 repetuntur in F; expunxit manus 1. 17. μυριαδεσιν F; corr.  
 B. 19. διαμετε cum comp. ων F; corr. BC. 20. ελασσ

et quoniam decem myriades tertiorum numerorum nicesimus secundus ab unitate numerus est in proportione, et centum myriades septimus est ab unitate in eadem proportione, adparet, productum fore duodetricesimum ab unitate in eadem proportione. horum autem uiginti octo primi octo cum unitate ii sunt, qui primi uocantur, octo autem sequentes ii, qui secundi uocantur, et octo deinde sequentes ii, qui tertii uocantur, reliqui autem quattuor ex iis, qui quarti uocantur, et ultimus eorum mille unitates sunt quartorum numerorum. manifestum est igitur, multitudinem arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum habenti centum stadia longam minorem esse quam mille unitates quartorum numerorum. rur- 7  
sus autem sphaera diametrum decem millia stadiorum longam habens centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum centum stadia longam habens. si igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera diametrum decem millia stadiorum longam habens, adparet, numerum arenae minorem fore numero mille unitatibus quartorum numerorum et centum myriadibus multiplicatis orto. quoniam autem mille unitates quartorum numerorum duodetricesimus est ab unitate numerus in proportione, et centum myriades septimus ab unitate in eadem proportione, adparet, productum fore tricesimum quartum ab unitate in eadem proportione. horum autem triginta quattuor

---

cum comp. ων F. 23. μυριαδων F; corr. B. 25. μαδος F. 26. δηλον — ἀναλογίας mg. F, signo adposito, cui respondet aliud post ἀναλογίας lin. 27.

τριάκοντα τούτων ὀκτῶ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι  
 τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους  
 ὀκτῶ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτῶ τῶν  
 τρίτων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτῶ τῶν τετάρτων, οἱ  
 5 δὲ λοιποὶ δύο τῶν πέμπτων καλουμένων ἐσσοῦνται,  
 καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ δέκα μονάδες τῶν πέμπτων  
 ἀριθμῶν. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλήθος τοῦ  
 μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρα τᾷ τὰν διάμετρον  
 ἐχούσα σταδίων μυρίων ἔλασσον ἐσσεῖται ἢ ἰ' μονάδες  
 8 τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ ἅ σφαῖρα ἅ ἔχουσα  
 10 τὰν διάμετρον σταδίων ρ' μυριάδων πολλαπλασία ἐστὶ  
 τᾷσ σφαίρας τᾷσ τὰν διάμετρον ἐχούσας σταδίων μυ-  
 ρίων ταῖς ρ' μυριάδεσσι. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμ-  
 μου σφαῖρα ταλικαῦτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν ἅ σφαῖρα  
 15 ἅ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων ρ' μυριάδων, δῆλον,  
 ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γε-  
 νομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τὰν δέκα μο-  
 νάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς ρ' μυριάδεσσιν.  
 καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν δέκα μονάδες  
 20 τέταρτός ἐστὶ καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ  
 δὲ ρ' μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾷσ αὐτᾷσ  
 ἀναλογίας, δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ τᾷσ αὐτᾷσ ἀνα-  
 λογίας ἐσσεῖται τετρακοστὸς ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ  
 τεσσαράκοντα τούτων ὀκτῶ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μο-  
 25 νάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ ταῦτα  
 ἄλλοι ὀκτῶ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι  
 ὀκτῶ τῶν τρίτων, οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ὀκτῶ τῶν  
 τετάρτων, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτῶ τῶν πέμπτων κα-  
 λουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χιλίαι μυριάδες

3. οἱ ἄλλοι F; corr. ed. Basil. 6. μοναδ cum comp. ων  
 F; corr. B. 8. μεγεθους F; corr. BC. 9. ελασσ cum comp.



primi octo cum unitate ii sunt, qui primi uocantur, octo sequentes ii, qui secundi, octo deinde sequentes ii, qui tertii, octo deinde sequentes ii, qui quarti uocantur, et reliqui duo ex iis erunt, qui quinti uocantur, et ultimus eorum est decem unitates quintorum numerorum. adparet igitur, multitudinem arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum habenti decem millia stadiorum longam minorem fore quam decem unitates quintorum numerorum. rursus 8 autem sphaera diametrum centum myriades stadiorum longam habens centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum habens decem millia stadiorum longam. si igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera diametrum centum myriades stadiorum longam habens, adparet, numerum arenae minorem fore numero multiplicatis decem unitatibus quintorum numerorum et centum myriadibus orto. et quoniam decem unitates quintorum numerorum tricesimus quartus est ab unitate numerus in proportione, et centum myriades septimus ab unitate in eadem proportione, adparet, productum fore quadragesimum ab unitate in eadem proportione. horum autem quadraginta primi octo cum unitate ii sunt, qui primi uocantur, octo sequentes ii, qui secundi, octo deinde sequentes ii, qui tertii, octo deinde sequentes ii, qui quarti, postremi octo ii, qui quinti uocantur, et ultimus eorum est mille myriades quintorum numerorum.

ων F; corr. AB. 10. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 11. μυριάδας F, ut uidetur, in rasura; corr. ed. Basil. 12. τὰς τάν] scripsi; ταν F, uulgo. 18. μυριάδεσσιν] scripsi; μυριασιν F, uulgo. 24. τᾶ] το F; corr. manus 2. 25. καμενων, FC ed. Basil.; corr. F manu 2. ταῦτα] τούτους Wallis, Torellius.

τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. φανερόν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρα τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσα σταδίων ρ' μυριάδων ἔλασσόν ἐστιν ἢ χιλίαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν.

9  
 5 ἅ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριάδων πολλαπλασίῳν ἐστὶ τᾷσ σφαίρας τᾷσ ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ρ' μυριάδων ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. εἰ δὴ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαῦτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν ἅ σφαῖρα ἅ ἔχουσα τὰν διάμετρον

10 σταδίων μυριάδων, φανερόν, ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεῖσᾶν τᾶν χιλιάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν χιλίαι μυριάδες τετρακοστός

15 ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ' μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾷσ αὐτᾷσ ἀναλογίας, δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἕκτος καὶ τετρακοστός ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ τεσσαράκοντα καὶ ἕξ τούτων ὀκτῶ μὲν οἱ πρότεροι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων

20 ἐντί, ὀκτῶ δὲ οἱ μετὰ τούτους τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτῶ τῶν τρίτων, οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ἄλλοι ὀκτῶ τῶν τετάρτων, καὶ οἱ μετὰ τοὺς τετάρτους ὀκτῶ τῶν πέμπτων, οἱ δὲ λοιποὶ ἕξ τῶν ἕκτων καλουμένων ἐντί, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ ἰ'

25 μυριάδες τῶν ἕκτων ἀριθμῶν. φανερόν οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρα τᾷ

3. μυριαδες F; corr. Wallis. ελασσ cum comp. ων F; corr. V. 5. σφαιρα cum comp. ας F; corr. manus 2 et B. μυριας F; corr. Wallis. 7. μυριαδεσσιν F; corr. B. 8. δῆ] scripsi; δε F, vulgo; οὖν Wallis, Torellius. 10. μυριας F; corr. Wallis. ελασσ cum comp. ων F, ed. Basil. 12. πολλαπλασι cum comp. ον F; corr. B. 13. μυριάδεσσιν] scripsi;

manifestum est igitur, numerum arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum habenti centum myriades stadiorum longam minorem esse quam mille myriades quintorum numerorum. sphaera autem 9 diametrum habens decem millia myriadum stadiorum longam centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum habens centum myriades stadiorum longam. si igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera diametrum habens decem millia myriadum stadiorum longam, manifestum est, numerum arenae minorem fore numero multiplicatis mille myriadibus quintorum numerorum et centum myriadibus orto. quoniam autem mille myriades quintorum numerorum quadragesimus ab unitate numerus est in proportione, et centum myriades septimus ab unitate in eadem proportione, adparet, productum fore quadragesimum sextum ab unitate. horum autem quadraginta sex primi octo cum unitate ii sunt, qui primi uocantur, octo sequentes ii, qui secundi, octo autem deinde sequentes ii, qui tertii, octo autem tertios sequentes ii, qui quarti, octo autem quartos sequentes ii, qui quinti uocantur, sex autem reliqui ex iis sunt, qui sexti uocantur, et ultimus eorum est decem myriades sextorum numerorum. manifestum est igitur, numerum arenae magnitudinem habentis aequalem

μυριασιν F, uulgo.

14. τετρακοστος F, uulgo, ut lin. 17.

17. ἐσσεῖται ἐν τᾷς αὐτᾷς ἀναλογίᾳς ἔκτος Gertzius. 18.

ὄντων μὲν] εἰμεν F; corr. Wallis; οἱ μὲν ὄντων B. 21. μετα

τους F; corr. CV. 23. ἕξ] om. F; corr. Wallis. 24. αυτ

cum comp. ος F; corr. B. 25. μοιριαδων F; μυριαδων uulgo;

corr. Wallis.

τὰν διάμετρον ἐχούσα σταδίων μυριάδων μυριαῶν ἔλασ-  
 10 σόν ἐστὶν ἢ ἰ' μυριάδες τῶν ἕκτων ἀριθμῶν. ἃ δὲ  
 τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριάκις μυ-  
 ριάδων ρ' πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας  
 5 τὰν διάμετρον σταδίων μυριάδων μυριαῶν ταῖς ρ' μυ-  
 ριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα  
 ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἄλῖκα ἐστὶν ἃ σφαῖρα ἃ ἔχουσα  
 τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ', φανε-  
 ρόν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος ἔλασσον ἐσσεῖται τοῦ  
 10 γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισῶν τᾶν ἰ' μυριά-  
 δων τῶν ἕκτων ἀριθμῶν ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. ἐπεὶ  
 δ' αἱ μὲν τῶν ἕκτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες ἕκτος  
 καὶ τετρακοστός ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ  
 ρ' μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀνα-  
 15 λογίας, δῆλον, ὅτι ὁ γεγόμενος ἐσσεῖται δυοκαιπεντα-  
 κοστός ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. τῶν δὲ  
 δύο καὶ πενήκοντα τούτων οἱ μὲν ὀκτὼ καὶ τεσσα-  
 ράκοντα σὺν τᾷ μονάδι οἷ τε πρῶτοι καλουμένοι ἐντὶ  
 καὶ οἱ δευτέροι καὶ τρίτοι καὶ τετάρτοι καὶ πέμπτοι  
 20 καὶ ἕκτοι, οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν ἑβδόμων καλου-  
 μένων ἐντὶ, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χιλίαι μονάδες  
 τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. φανερόν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου  
 τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρα τᾷ  
 τὰν διάμετρον ἐχούσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ'  
 25 ἔλασσόν ἐστὶν ἢ α' μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν.  
 11 ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἃ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων

1. μυριάδων μυριαῶν] scripsi; μυριακις μυριαδων μυριων F,  
 vulgo; μυριάκις μυριῶν Wallis, Torellius. ελασσ cum comp.  
 ων F; corr. Rivaltus. 3. εχουσας F; corr. BC. 5. μυριά-  
 δων μυριαῶν] scripsi; μυριαδας (comp. ας) μυριας (comp. ας) F,  
 vulgo; μυριάκις μυριῶν Wallis, Torellius. μυριαδεσιν F;  
 corr. B. 10. πολλαπλασι cum comp. ων F; corr. B. μυρια-

sphaerae diametrum habenti decem millia myriadum stadiorum longam minorem esse quam decem myriades sextorum numerorum. sphaera autem diametrum 10 habens decies centena millia myriadum stadiorum longam centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum habens decem millia myriadum stadiorum longam. si igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera diametrum habens decies centena millia myriadum stadiorum longam, manifestum est, numerum arenae minorem fore numero multiplicatis decem myriadibus sextorum numerorum et centum myriadibus orto. quoniam autem decem myriades sextorum numerorum quadragesimus sextus est ab unitate numerus in proportione, et centum myriades septimus est ab unitate in eadem proportione, adparet, productum fore quinquagesimum secundum ab unitate in eadem proportione. horum autem quinquaginta duorum primi quadraginta octo cum unitate ii sunt, qui primi, secundi, tertii, quarti, quinti, sexti uocantur, reliqui autem quattuor ex iis sunt, qui septimi uocantur, et ultimus eorum est mille unitates septimorum numerorum. manifestum est igitur, numerum arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum habenti decies centena millia myriadum stadiorum longam minorem esse quam mille unitates septimorum numerorum. iam quoniam demonstratum 11 est, diametrum mundi minus quam decies centena

δαν F; corr. B. 11. ταν ρ μυριαδες F; corr. Wallis. 13. τεσσαρακοστος F, uulgo. 15. δυοκαιπεντηκοστος F; corr. ed. Basil. 20. καλουμένων ad ἑβδόμων lin. 22 repetuntur in F; expunxit manus 1. 24. τάν] των per comp. F; corr. VB. 25. ελασσ cum comp. ων F; corr. V.

ἐοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ', δῆλον, ὅτι καὶ  
 τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ  
 κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ α μονάδες τῶν ἐβδόμων  
 ἀριθμῶν. ὅτι μὲν οὖν τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ  
 5 μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρολόγων  
 καλουμένῳ κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ α μονάδες τῶν  
 ἐβδόμων ἀριθμῶν, δεδείκται. ὅτι δὲ καὶ τὸ πλῆθος  
 τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾶ σφαίρα τα-  
 λικαύτα, ἀλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτιθέται τὰν τῶν ἀπλα-  
 10 νέων ἄστρον σφαῖραν εἶμεν, ἔλασσόν ἐστιν ἢ α μυ-  
 12 ριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν, δειχθησέται. ἐπεὶ γὰρ  
 ὑποκείται, τὰν γὰν τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὸν  
 ὑφ' ἀμῶν εἰρημένον κόσμον, ὃν ἔχει λόγον ὁ εἰρη-  
 μένος κόσμος ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαῖ-  
 15 ραν, ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτιθέται, καὶ αἱ διαμέτροι τᾶν  
 σφαιρᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλας, ἃ δὲ  
 τοῦ κόσμου διάμετρος τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δεδείκται  
 ἐλάσσων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων, δῆλον οὖν, ὅτι καὶ  
 ἃ διάμετρος τᾶς τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαίρας ἐλάσ-  
 20 σων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ κόσμου.  
 ἐπεὶ δὲ αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλ-  
 λάλας τᾶν διαμέτρων, φανερόν, ὅτι ἃ τῶν ἀπλανέων  
 ἄστρον σφαῖρα, ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτιθέται, ἐλάττων  
 ἐστὶν ἢ μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσι πολλαπλασίων  
 13  
 25 τοῦ κόσμου. δεδείκται δέ, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος  
 τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ

1. μυριων F mg., B mg. 4. οὖν] scripsi; ομοίως post  
 lacunam 6 litterarum F, uulgo. 10. ελασσ cum comp. ων F;  
 corr. AB. 12. ποτὶ τόν] ποτὶ των (comp.) F V; corr. V eadem  
 manu, BC. 16. σφαιρα cum comp. ων F; corr. BC. εχωντι  
 F; corr. BV. ποτ' αλλας F; corr. B. 18. μυριοπλασιαν  
 F; corr. Wallis; μυριοπλασία B, V e correctione. 21. ἐπεὶ δέ]

millia myriadum stadiorum longam esse [II, 1], adparet, etiam numerum arenae magnitudinem habentis aequalem mundo minorem esse quam mille unitates septimorum numerorum. itaque demonstratum est, numerum arenae magnitudinem habentis aequalem mundo, qualis a plerisque astrologis fingatur, minorem esse quam mille unitates septimorum numerorum. restat autem, ut demonstremus, etiam numerum arenae magnitudinem habentis aequalem tali sphaerae, qualem Aristarchus stellarum fixarum sphaeram esse supponat, minorem esse quam mille myriades octauorum numerorum. nam quoniam suppositum est, terram 12 ad mundum, qualis uulgo a nobis fingatur, eam rationem habere, quam idem ille mundus habeat ad sphaeram stellarum fixarum, quam Aristarchus supponat [I, 6], et diametri sphaerarum eandem inter se rationem habent [Eucl. XII, 18], et demonstratum est, diametrum mundi minorem esse diametro terrae decies millies sumpta [II, 2], adparet, etiam diametrum sphaerae stellarum fixarum minorem esse diametro mundi decies millies sumpta. quoniam autem sphaerae triplicem inter se rationem habent, quam diametri [Eucl. XII, 18], manifestum est, sphaeram stellarum fixarum, quam Aristarchus supponat, minorem esse mundis 1000000000000. et demonstratum est, nume- 13 rum arenae magnitudinem habentis mundo aequalem minorem esse quam mille unitates septimorum nume-

*επειδη* F; corr. Wallis. *εχωντι* F; corr. BV. 24. *μυριάαις*] scripsi; om. F, uulgo; *μυριάδων* AC, con. Riualtus, Wallis, Torellius. 25. *ὅτι*] om. F; corr. Riualtus. 26. *ελασσ* cum comp. *ων* F; corr. B mg.

,α μονάδες τῶν ἐβδόμων ἀριθμῶν. δῆλον οὖν, ὅτι, εἰ γέ-  
 νοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαῦτα τὸ μέγεθος, ἀλί-  
 καν ὁ Ἀρίσταρχος ὑποτιθέται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρον  
 σφαῖραν εἶμεν, ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς  
 5 τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεῖσᾶν τᾶν χιλιάν  
 μονάδων ταῖς μυριάκις μυρίαις μυριάδεσιν. καὶ ἐπεὶ  
 αἱ μὲν τῶν ἐβδόμων ,α μονάδες δυοκαιπεντακοστός  
 ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ μυριάκις μυρίαὶ  
 μυριάδες τρισκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς  
 10 ἀναλογίας, δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται τέταρτος  
 καὶ ἐξηκοστός ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας.  
 οὗτος δὲ ἐστὶ τῶν ὀγδόων ὀγδοος, ὅς κα εἶη χιλίαὶ  
 μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. φανερόν τρῖννυ, ὅτι  
 τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾶ  
 15 τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαῖρα, ἂν Ἀρίσταρχος ὑπο-  
 τιθέται, ἐλασσόν ἐστὶν ἢ ,α μυριάδες τῶν ὀγδόων  
 14 ἀριθμῶν. ταῦτα δέ, βασιλεῦ Γέλων, τοῖς μὲν πολλοῖς  
 καὶ μὴ κεκοινωνηκότεσσι τῶν μαθημάτων οὐκ εὐπίστα  
 φανήσειν ὑπολαμβάνω, τοῖς δὲ μεταλελαβηκότεσιν καὶ  
 20 περὶ τῶν ἀποστημάτων καὶ τῶν μεγεθέων τᾶς τε γᾶς  
 καὶ τοῦ ἀλίου καὶ τᾶς σελήνας καὶ τοῦ ὅλου κόσμου  
 πεφροντικότεσιν πιστὰ διὰ τὰν ἀπόδειξιν ἐσσεῖσθαι.  
 διόπερ φῆθην κα καὶ τὴν οὐκ ἀναρμοστεῖν [ἔτι] ἐπι-  
 θεωρήσαι ταῦτα.

4. εσειται F. 5. πολλαπλασιαν F; corr. B. χιλι cum  
 comp. ων F; corr. B. 6. μονάδων τῶν ἐβδόμων ἀριθμῶν B,  
 Wallis, Torellius, Gertzius. 7. ἐβδόμων ἀριθμῶν B, Rinal-  
 tus, Wallis, Torellius, Gertzius. 8. αἱ] om. F; corr. Wallis.  
 12. ὅς κα εἶη] scripsi; καὶ πεντα F, ed. Basil.; καὶ πεντάκις  
 uulgo; καὶ Wallis, Torellius; ὅς καὶ ἐστὶν αἱ Gertzius. 14.  
 τᾶ] om. F; corr. Wallis. 23. κα καὶ] Maduigijs; καὶ F,  
 uulgo. τίν] τινας F, uulgo; corr. Gomperz. ἀναρμοστεῖν]  
 Maduigijs; αναρμοστον εἶη F, uulgo; ἀνάρμοστον εἶμεν Gom-  
 perz. ἔτι] delet Gomperz. In fine Αρχιμηδους ψαμμιτης F.



rorum [§. 11]. adparet igitur, si ex arena tanta sphaera efficiatur, quantam Aristarchus supponat sphaeram stellarum fixarum esse, numerum arenae minorem fore numero multiplicatis mille unitatibus [septimorum numerorum] et 1000000000000 orto. quoniam autem mille unitates septimorum [numerorum] quinquagesimus secundus est ab unitate numerus in proportione, et 1000000000000 tertius decimus est ab unitate in eadem proportione, adparet, productum fore sexagesimum quartum ab unitate in eadem proportione numerum. is autem octauus est numerorum octauorum, qui est mille myriades numerorum octauorum. manifestum est igitur, numerum arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae stellarum fixarum, quam supponat Aristarchus, minorem esse quam mille myriades octauorum numerorum. haec autem, rex Gelo, 14 uulgo hominum mathematices imperito incredibilia uisum iri puto, peritis uero, qui distantias et magnitudines terrae et solis et lunae et totius mundi cognouerint, credibilia propter demonstrationem fore. quare putauit, tibi quoque conuenire haec cognoscere.

---



# QUADRATURA PARABOLAE.

## Τετραγωνισμὸς παραβολῆς.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ εὖ πράττειν.

Ἀκούσας Κόνωνα μὲν τετελευτηκέναι, ὃς ἦν ἔτι  
βλέπων ἡμῖν ἐν φιλίᾳ, τὴν δὲ Κόνωνος γνώριμον γε-  
6 γενήσθαι καὶ γεωμετρίας οἰκείον εἶμεν τοῦ μὲν τετε-  
λευτηκότος εἵνεκεν ἐλυπήθημεν ὡς καὶ φίλου τοῦ ἀν-  
δρὸς γεναμένου καὶ ἐν τοῖς μαθημάτεσσι θαυμαστοῦ  
τινος, ἐπροχειριξάμεθα δὲ ἀποστείλαι τοι γραψάντες,  
ὡς Κόνωνι γράφειν ἐγνωκότες ἡμεῖς, γεωμετρικὸν θεώ-  
10 ρημά τι, ὃ πρότερον μὲν οὐκ ἦν τεθεωρημένον, νῦν  
δὲ ὑφ' ἡμῶν τεθεωρήται, πρότερον μὲν διὰ μηχανι-  
κῶν εὐρεθέν, ἔπειτα δὲ καὶ διὰ τῶν γεωμετρικῶν ἐπι-  
δειχθέν. τῶν μὲν οὖν πρότερον περὶ γεωμετρίαν  
πραγματευθέντων ἐπεχείρησάν τινες γράφειν ὡς δυνα-  
15 τὸν ἐὸν κύκλῳ τῷ δοθέντι καὶ κύκλου τμήματι τῷ  
δοθέντι χωρίον εὐρεῖν εὐθύγραμμον ἴσον· καὶ μετὰ  
ταῦτα τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ὀλοῦ τοῦ  
κῶνου τομᾶς καὶ εὐθείας τετραγωνίζειν ἐπειρῶντο  
λαμβάνοντες οὐκ εὐπαραχώρητα λήμματα, ὥστε αὐτοῖς

4. βλέπων] scripsi; λειπων F, vulgo; λοιπός Torellius. φί-  
λοις Torellius. τίν] scripsi; τινὰ F, vulgo; τένη Torellius.  
6. ἐλυπηθημεν F, vulgo. 7. μαθημασι F, vulgo. 8. τοι]  
om. F; corr. Torellius. 9. εἰωθότες Torellius. εἰμεν F,  
vulgo; ἡμεν Torellius. γεωμετρικὸν θεώρημά τι] scripsi;  
γεωμετρικῶν θεωρημάτων F, vulgo. 13. οὖν] addidi; om. F,  
vulgo. 15. τμηματι F; corr. Torellius. 17. ὀλοῦ] cor-

## Quadratura parabolae.<sup>1)</sup>

Archimedes Dositheo s.

Cum audiuissem, Cononem mortuum esse, qui, dum uixit, nobis amicitia coniunctus erat, te autem Cononi familiarem fuisse et geometriae esse peritum, demortui causa dolore adfecti sumus, quippe qui et amicus et in mathematicis admirabili acumine praeditus esset, suscepimus autem ad te per litteras, sicuti ad Cononem mittere constitueramus, geometricum theorema quoddam mittere, quod antea perspectum non erat, nunc uero a nobis perspectum est, prius per mechanica inuentum, postea autem etiam per geometrica demonstratum. eorum enim, qui antea in geometria uersati sunt, quidam<sup>2)</sup> conati sunt scribere, fieri posse, ut spatium rectilineum inueniretur dato circulo et dato circuli segmento aequale; et deinde spatium totius† coni sectione et linea recta comprehensum quadrare conabantur lemmata minime manifesta adsumentes; quare plerique agno-

---

1) Archimedes sine dubio hunc librum inscripserat *περὶ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς*, ut habet Eutocius ad pl. aeq. II, 8.

2) De circuli quadratura egerant praeter alios Antiphon, Bryson, Hippias, Hippocrates.

---

rumpum; Quaest. Arch. p. 149. 19. ὥστε] scripsi; οπερ F, uulgo; διόπερ Torellius. αὐτοί—ἐυρισκόμενοι Torellius.

ὑπὸ τῶν πλείστων οὐκ εὕρισκόμενα ταῦτα κατεγνώσ-  
 θεν. τὸ δὲ ὑπ' εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου  
 τομᾶς τμᾶμα περιεχόμενον οὐδένα τῶν προτέρων ἐγχει-  
 ρήσαντα τετραγωνίζειν ἐπιστάμεθα, ὃ δὴ νῦν ὑφ' ἡμῶν  
 5 εὕρηται. δεικνύται γάρ, ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον  
 ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν  
 ἐστὶ τοῦ τριγώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν καὶ  
 ὕψος ἴσον τῷ τμᾶματι λαμβανομένου τοῦδε τοῦ λήμ-  
 ματος ἐς τὰν ἀπόδειξιν αὐτοῦ· τῶν ἀνίσων χωρίων  
 10 τὰν ὑπεροχάν, ἧ ὑπερέχει τὸ μείζον τοῦ ἐλάσσονος,  
 δυνατὸν εἶμεν αὐτὰν ἑαυτᾶ συντιθεμένην παντὸς ὑπερ-  
 ἔχειν τοῦ προτεθέντος πεπερασμένου χωρίου. κεκρήν-  
 ται δὲ καὶ οἱ πρότερον γεωμέτραι τῷδε τῷ λήμματι.  
 τούς τε γὰρ κύκλους διπλασίονα λόγον ἔχειν ποτ'  
 15 ἀλλάλους τὰν διαμέτρων ἀποδεδείχασιν αὐτῷ τούτῳ  
 τῷ λήμματι χωμένοι, καὶ τὰς σφαίρας ὅτι τριπλασίονα  
 λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τὰν διαμέτρων, ἔτι δὲ καὶ  
 ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος  
 τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τᾶ πυραμίδι καὶ ὕψος  
 20 ἴσον· καὶ διότι πᾶς κώνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυ-  
 λίνδρου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τῷ κώνῳ καὶ  
 ὕψος ἴσον, ὁμοῖον τῷ προειρημένῳ λήμματι λαμβα-  
 νόντες ἐγράφον. συμβαίνει δὲ τῶν προειρημένων θεω-  
 ρημάτων ἕκαστον ἠμῶν ἡσσον τῶν ἄνευ τούτου τοῦ  
 25 λήμματος ἀποδεδειγμένων πεπιστευκέναι. ἄρτι δὲ ἐς  
 τὰν ὁμοίαν πίστιν τούτοις ἀναγμένων τῶν ὑφ' ἡμῶν

2. δὲ ὑπ' εὐθείας] om. F; corr. Torellius. 3. τμῆμα F;  
 corr. Torellius, ut lin. 5, 8. προτέρων] scripsi; πρωτων F,  
 uulgo. 11. ἑαυτᾶ] addidi; om. F, uulgo. 14. ποτ'] προς  
 per comp. F; corr. V (ποτί). 15. ἀλλήλους F; corr. V.  
 των per comp. F; corr. Torellius. τούτῳ] addidi; om. F,  
 uulgo. 17. προς per comp. F; corr. Torellius (ποτί). αλ-

uerunt, haec ab iis inuenta non esse. segmentum autem linea recta et sectione conii rectanguli comprehensum neminem ex prioribus quadrare conatum esse scimus; id quod iam a nobis inuentum est. demonstramus enim, quoduis segmentum linea recta et sectione conii rectanguli comprehensum tertia parte maius esse triangulo basim eandem habenti quam segmentum et altitudinem aequalem, hoc ad demonstrationem adsumpto lemmate<sup>1)</sup>, spatiorum inaequalium excessum, quo maius excedat minus, sibi ipsum additum quoduis spatium datum terminatum excedere posse. sed priores quoque geometrae hoc lemmate usi sunt; nam circulos duplicem rationem habere inter se, quam diametri habent [Eucl. XII, 2], hoc ipso lemmate usi demonstraerunt, et sphaeras triplicem inter se rationem habere, quam habent diametri [Eucl. XII, 18]; et porro quamuis pyramidem tertiam esse partem prismatis eandem basim habentis, quam pyramis, et altitudinem aequalem [Eucl. XII, 7], et quemuis conum tertiam esse partem cylindri eandem basim habentis, quam conus, et altitudinem aequalem [Eucl. XII, 10], demonstrabant lemma illi simile adsumentes. accidit autem, ut omnia illa theoremata non minus iis, quae sine hoc lemmate demonstrata sunt, confirmauerint. et cum ea, quae nunc

---

1) De hoc lemmate cfr. uol. I p. 11 not 1.

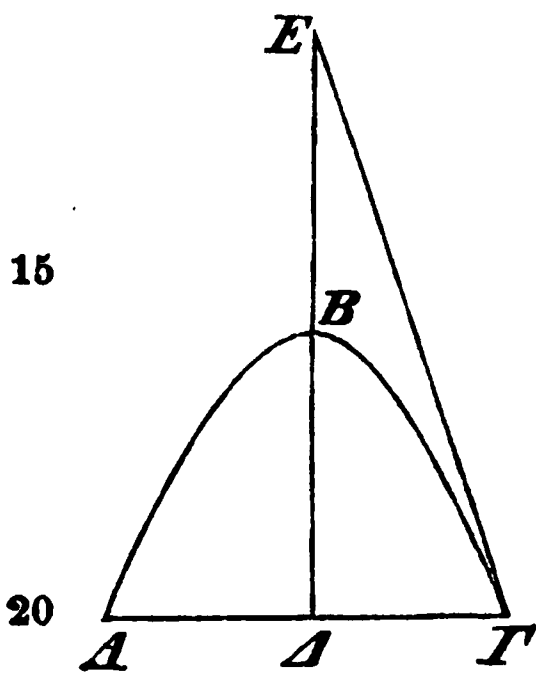
---

ληλας F; corr. V. 18. ὅτι] addidi; om. F, uulgo. μνραμς F. 20. διότι] δὴ ὅτι Torellius. 22. ὁμοῖον] scripsi; ομοι cum comp. ως F, uulgo. 23. ἐγράφων] F; εγγραφον uulgo. δέ] om. F; corr. Torellius. 24. μηδέν] scripsi; μηδεν cum comp. ος F, uulgo. 26. τούτοις] scripsi; τουτου F, uulgo; τούτων Torellius. ἀναγμένων] scripsi; αναγμενον F, uulgo; ἀναγομένων Torellius.

ἐκδιδομένων ἀναγραφάντες οὖν αὐτοῦ τὰς ἀποδείξεις ἀποστέλλομες πρῶτον μὲν, ὡς διὰ τῶν μηχανικῶν ἐθεωρήθη, μετὰ ταῦτα δὲ καί, ὡς διὰ τῶν γεωμετρομένων ἀποδεικνύται. προγραφέται δὲ καὶ στοιχεῖα 5 κωνικὰ χρεῖαν ἔχοντα ἐς τὴν ἀπόδειξιν. ἔρρωσο.

α'.

Εἰ καὶ ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομά, ἐφ' ἧς ἄ  $AB\Gamma$ , ἡ δὲ ἄ μὲν  $B\Delta$  παρὰ τὴν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἄ δὲ  $A\Gamma$  παρὰ τὴν κατὰ τὸ  $B$  ἐπιψάνουσαν τᾶς τοῦ  
10 κώνου τομᾶς, ἴσα ἐσσεῖται ἄ  $A\Delta$  τᾶ  $\Delta\Gamma$ . κἂν ἴσα ἡ ἄ  $A\Delta$  τᾶ  $\Delta\Gamma$ , παραλλήλοι ἐσσοῦνται ἄ τε  $A\Gamma$  καὶ ἄ κατὰ τὸ  $B$  ἐπιψάνουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.



β'.

Εἰ καὶ ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομά ἄ  $AB\Gamma$ , ἡ δὲ ἄ μὲν  $B\Delta$  παρὰ τὴν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἄ δὲ  $A\Delta\Gamma$  παρὰ τὴν κατὰ τὸ  $B$  ἐπιψάνουσαν τᾶς τοῦ κώνου  
20 τομᾶς, ἄ δὲ  $E\Gamma$  τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἐπιψάνουσα κατὰ τὸ  $\Gamma$ , ἐσσοῦνται αἱ  $B\Delta$ ,  $BE$  ἴσαι.

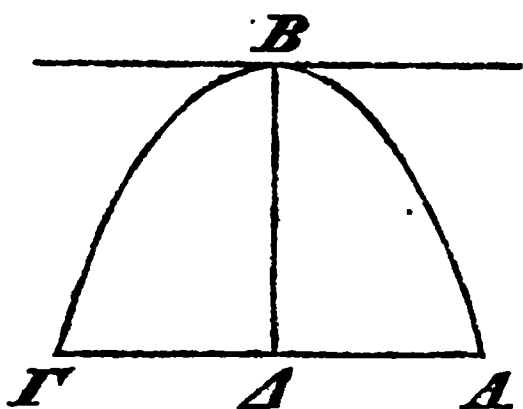
1. ἀποδείξεις ἀποστέλλομεν F, ulgo. 8. ἄ μὲν] om. F; corr. ed. Basil. 10. ἐσται per comp. F, ulgo.  $\Delta\Gamma$ ]  $A\Gamma$  F. 11. τᾶ  $\Delta\Gamma$ ] om. F; corr. B. 12. ἐπιψανουσαι F; corr. B.



edimus, nuper ad eandem fidem perducta sint, demonstrationes eorum a nobis conscriptas mittimus, prius, quo modo per mechanica perspecta sint, deinde autem etiam, quo modo per geometrica demonstrantur; praemittuntur autem etiam conica elementa ad demonstrationem utilia. uale.

I.

Si data est sectio conici rectanguli, in qua est  $AB\Gamma$ ,



et linea  $B\Delta$  diametro parallela est uel ipsa diametrus,  $A\Gamma$  autem lineae in  $B$  sectionem conici contingenti parallela, erit

$$A\Delta = \Delta\Gamma.$$

et si  $A\Delta = \Delta\Gamma$ , linea  $A\Gamma$  et linea in  $B$  sectionem conici contingens parallelae erunt [Apollon. I, 46].<sup>1)</sup>

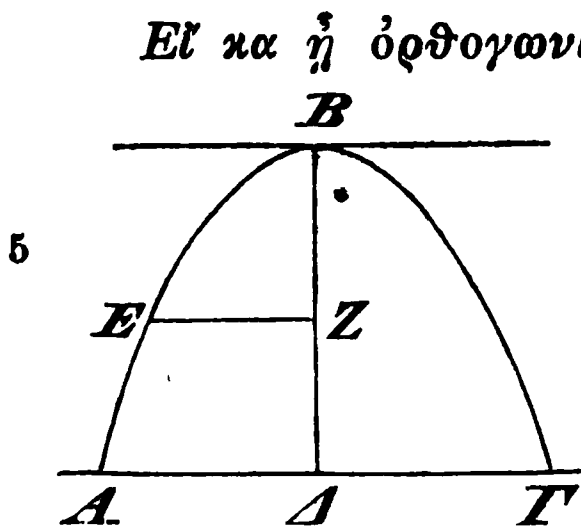
II.

Si  $AB\Gamma$  sectio est conici rectanguli, et linea  $B\Delta$  diametro parallela est uel ipsa diametrus, et linea  $A\Delta\Gamma$  lineae in  $B$  sectionem conici contingenti parallela est, et linea  $E\Gamma$  sectionem in puncto  $\Gamma$  contingit, erit  $B\Delta = BE$  [Apollon. I, 35].<sup>2)</sup>

1) Cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 51 nr. 14.

2) Cfr. ibid. p. 53 nr. 16.

γ'.



Εἰ καὶ ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἄ  $AB\Gamma$ , ἃ δὲ  $B\Delta$  παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, καὶ ἀχθέωντί τινες αἱ  $A\Delta$ ,  $EZ$  παρὰ τὰν κατὰ τὸ  $B$  ἐπιψάνουσιν τὰς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐσσεῖται, ὡς ἃ  $B\Delta$  ποτὶ τὰν  $BZ$ , δυνάμει ἃ  $A\Delta$  ποτὶ τὰν  $EZ$ .

10 ἀποδεδείκται δὲ ταῦτα ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.

δ'.

Ἔστω τμήμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ  $AB\Gamma$ . ἃ δὲ  $B\Delta$  ἀπὸ μέσας τὰς  $A\Gamma$  παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθῶ, ἢ αὐτὰ διάμετρος  
15 ἔστω, καὶ ἃ  $B\Gamma$  εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. εἰ δὴ καὶ ἀχθῆ τις ἄλλα ἃ  $Z\Theta$  παρὰ τὰν  $B\Delta$  τέμνουσα τὰν διὰ τῶν  $A$ ,  $\Gamma$  εὐθεῖαν, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον ἃ  $Z\Theta$  ποτὶ τὰν  $\Theta H$ , ὃν ἃ  $\Delta A$  ποτὶ τὰν  $\Delta Z$ .

ἀχθῶ γὰρ δια τοῦ  $H$  παρὰ τὰν  $A\Gamma$  ἃ  $KH$ . ἔστιν  
20 ἄρα, ὡς ἃ  $B\Delta$  ποτὶ τὰν  $BK$  μάκει, οὕτως ἃ  $\Delta\Gamma$  ποτὶ τὰν  $KH$  δυνάμει. ἀποδεδείκται γὰρ τοῦτο. ἐσσεῖται

2. ἡ] supra scriptum manu 1 F. ὀρθογωνι cum comp. on F. ἃ δέ] η δε F; corr. Torellius. 3. αυτα τα F, uulgo; τα deleui; αὐτὰ ἃ B, Rinaltus, Torellius. 4. διαμετρο F; corr. B. 5. παρὰ τὰν κατὰ τὸ B] om. F; corr. B. 6. ἀχθῶσαν FC; ἀχθῶσι uulgo. 7.  $B\Delta$  μάκει A, ed. Basil., Torellius. 8. οὕτως δυνάμει ed. Basil., Torellius. 9. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 10. δέ] scripsi; κατ-αχθειη F, uulgo. 11. τμήμα F, ut lin. 14: αυτη, lin. 16: αλλη, lin. 19: ηχθω; corr. Torellius. 12. ἐκατέραν τῶν  $A\Gamma$  καὶ  $\Gamma B$  εὐθεῖα Torellius; ἐκατέραν τῶν  $αβ$  εὐθειῶν mg. ed. Basil. 13. H] I FV. 14.  $KH$ ]  $KI$  F; corr. ed. Basil.

III.

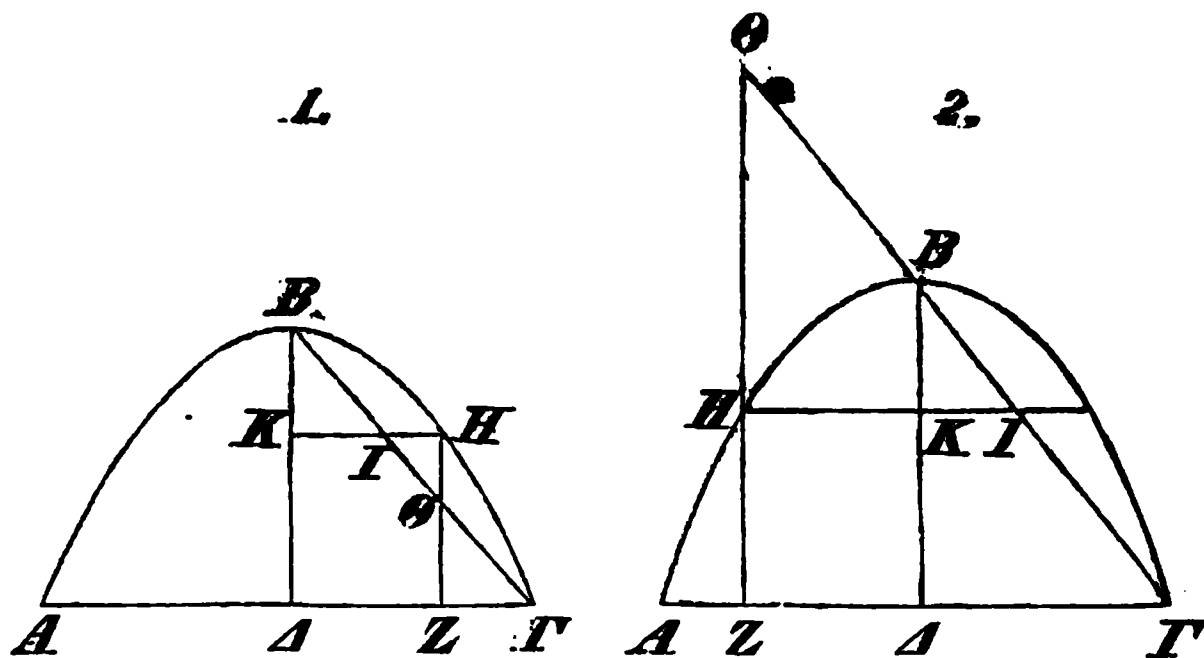
Si  $AB\Gamma$  sectio est conici rectanguli, et linea  $B\Delta$  diametro parallela uel ipsa diametrus, et ducuntur lineae quaedam  $A\Delta$ ,  $EZ$  lineae in  $B$  sectionem conici contingenti parallelae, erit  $B\Delta : BZ = A\Delta^2 : EZ^2$ .<sup>1)</sup>

Haec autem in elementis conicis demonstrata sunt.<sup>2)</sup>

IV.

Sit  $AB\Gamma$  segmentum linea recta et sectione conici rectanguli comprehensum, et a media linea  $A\Gamma$  ducatur  $B\Delta$  diametro parallela, uel ipsa diametrus sit, et ducatur linea  $B\Gamma$  et producat.<sup>3)</sup> si igitur alia linea  $Z\Theta$  lineae  $B\Delta$  parallela ducitur, ita ut lineam per  $A$ ,  $\Gamma$  ductam secet, erit  $Z\Theta : \Theta H = \Delta A : \Delta Z$ .

ducatur enim per punctum  $H$  linea  $KH$  lineae  $A\Gamma$



parallela. erit igitur  $B\Delta : BK = \Delta\Gamma^2 : KH^2$ . hoc

1) Apollon. I, 20; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 50 nr. 12.

2) In elementis conicis Aristaei et Euclidis; ibid. p. 42.

3) Respicitur ad fig. 2 solam, sed cfr. Zeitschr. f. Math. l. c. p. 58\*\*.

ἄρα, ὡς ἂ  $BΓ$  ποτὶ τὰν  $ΒΙ$  μάκει οὕτως ἂ  $BΓ$  ποτὶ τὰν  $BΘ$  δυνάμει. ἀνάλογον ἄρα ἐντὶ αἱ  $BΓ, BΘ, ΒΙ$  γραμμαί· ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἂ  $BΓ$  ποτὶ τὰν  $BΘ$ , ὃν ἂ  $ΓΘ$  ποτὶ τὰν  $ΘΙ$ . ἔστιν ἄρα, ὡς ἂ  $ΓΔ$  ποτὶ τὰν  $ΔΖ$ , οὕτως ἂ  $ΘΖ$  ποτὶ τὰν  $ΘΗ$ . τᾶ δὲ  $ΔΓ$  ἴσα ἔστιν ἂ  $ΔΑ$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἂ  $ΔΑ$  ποτὶ τὰν  $ΔΖ$ , ὃν ἂ  $ZΘ$  ποτὶ τὰν  $ΘΗ$ .

ε'.

Ἔστω τμήμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθο-  
 10 γωνίου κώνου τομαῖς τὸ  $ΑΒΓ$ , καὶ ἄχθω ἀπὸ τοῦ  $A$  παρὰ τὰν διάμετρον ἂ  $ZΑ$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $Γ$  ἐπιψάουσα τᾶς τοῦ κώνου τομαῖς κατὰ τὸ  $Γ$  ἂ  $ΓΖ$ . εἰ δὴ τις ἀχθείη ἐν τῷ  $ZΑΓ$  τριγώνῳ παρὰ τὰν  $ΑΖ$ , εἰς τὸν αὐτὸν λόγον ἂ ἀχθεῖσα τετμησέται ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθο-  
 15 γωνίου κώνου τομαῖς καὶ ἂ  $ΑΓ$  ὑπὸ τᾶς ἀχθείσας [ἀνάλογον]. ὁμόλογον δὲ ἔσσειται τὸ τμήμα τᾶς  $ΑΓ$  τὸ ποτὶ τῷ  $A$  τῷ τμήματι τᾶς ἀχθείσας τῷ ποτὶ τῷ  $A$ .

ἄχθω γάρ τις ἂ  $ΔΕ$  παρὰ τὰν  $ΑΖ$ , καὶ τεμνέτω πρῶτον ἂ  $ΔΕ$  τὰν  $ΑΓ$  δίχα. ἐπεὶ οὖν ἔστιν ὀρθο-  
 20 γωνίου κώνου τομαῖς ἂ  $ΑΒΓ$ , καὶ ἀγμένα ἂ  $ΒΔ$  παρὰ τὰν διάμετρον, αἱ δὲ  $ΑΔ, ΔΓ$  ἴσαι, ἔσσειται τᾶ  $ΑΓ$  παράλληλος ἂ κατὰ τὸ  $B$  ἐπιψάουσα τᾶς τοῦ ὀρθο-

1. ποτὶ τὰν  $BΘ$  — αἱ  $BΓ$  lin. 2 suppleui; om. F, vulgo.  
 5.  $ΔΖ$  — ποτὶ τὰν om. F lacuna post  $ΘΗ$  relicta; corr. ed. Basil. 8. Hinc propositionum numeros om. F, sed initia per lineolam transversam in mg. ductam designat. 9. τμήμα F; corr. Torellius. 13. εἰς] addidi; om. F, vulgo. 16. ἀνάλογον] uncis inclusit ed. Basil.; om. Torellius. 17. τὸ ποτὶ τῷ] scripsi; ποτὶ το F, vulgo. τῷ  $A$ ] scripsi; τα  $A$  F, vulgo; fort. τᾶ  $ΑΓ$ . 18. παρὰ] ποτὶ F; corr. A. 20. ἀγμενη F; corr. Torellius.

enim demonstratum est<sup>1)</sup> [prop. 3]. erit igitur

$$B\Gamma : BI = B\Gamma^2 : B\Theta^2.^2)$$

quare lineae  $B\Gamma$ ,  $B\Theta$ ,  $BI$  proportionales sunt<sup>3)</sup>; quare erit  $B\Gamma : B\Theta = \Gamma\Theta : \Theta I.^4)$  erit igitur

$$\Gamma\Delta : \Delta Z = \Theta Z : \Theta H.^5)$$

sed  $\Delta A = \Delta\Gamma$ . adparet igitur, esse

$$\Delta A : \Delta Z = Z\Theta : \Theta H.$$

V.

Sit  $AB\Gamma$  segmentum linea recta et sectione conii rectanguli comprehensum, et ducatur a puncto  $A$  diametro parallela linea  $ZA$ , et a  $\Gamma$  linea  $\Gamma Z$  sectionem conii in puncto  $\Gamma$  contingens. iam si linea aliqua in triangulo  $ZA\Gamma$  lineae  $AZ$  parallela ducitur, in eadem ratione et linea ducta a sectione conii rectanguli et  $A\Gamma$  a ducta linea secabitur; et pars lineae  $A\Gamma$  ad  $A$  sita respondebit parti ductae lineae ad  $A$  sitae.

ducatur enim linea aliqua  $\Delta E$  lineae  $AZ$  parallela, et primum linea  $\Delta E$  lineam  $A\Gamma$  in duas partes aequales secet. iam quoniam  $AB\Gamma$  sectio est conii rectanguli, et  $B\Delta$  diametro parallela, et  $A\Delta = \Delta\Gamma$ , erit linea in puncto  $B$  sectionem conii rectanguli contingens

1) Sc. a prioribus, ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις; neque enim in prop. 3 demonstratum est. debuit esse  $A\Delta^2 : KH^2$ , sed  $A\Delta = \Delta\Gamma$ .

2) Nam  $B\Delta : BK = B\Gamma : BI$  (Eucl. VI, 2) et  $\Delta\Gamma : KH = \Delta\Gamma : Z\Delta = B\Gamma : B\Theta$ , quia  $B\Delta \neq Z\Theta$  (Eucl. VI, 2).

3) H. e.  $B\Gamma : B\Theta = B\Theta : BI$  (Eucl. V def. 10).

4) ἐναλλάξ, συνθέντι, ἐναλλάξ ex  $B\Gamma : B\Theta = B\Theta : BI$ .

5) Nam  $B\Gamma : B\Theta = \Gamma\Delta : \Delta Z$ , quia  $B\Delta \neq \Theta Z$ , et  $\Gamma\Theta : \Theta I = \Theta Z : \Theta H$ , quia  $HI \neq A\Gamma$  (Eucl. VI, 2).



lineae  $AG$  parallela.<sup>1)</sup> rursus quoniam linea  $AE$  diametro parallela est, et a puncto  $\Gamma$  linea  $GE$  ducta est sectionem conii rectanguli in  $\Gamma$  contingens, et linea  $AG$  lineae in puncto  $B$  contingenti parallela est, erit  $EB = BA$  [prop. 2]. quare  $AA : AG = AB : BE$ . si igitur ducta linea lineam  $AG$  in duas partes aequales diuidit, demonstratum est propositum. si minus, alia linea  $KA$  lineae  $AZ$  parallela ducatur. demonstrandum igitur, esse  $AK : KG = K\Theta : \Theta A$ . nam quoniam  $BE = BA$ , erit etiam  $IA = KI$ .<sup>2)</sup> itaque

$$KA : KI = AG : AA.$$

uerum etiam  $KI : K\Theta = AA : AK$ . hoc enim in praecedenti [propositione] demonstratum est.<sup>3)</sup> quare erit  $K\Theta : \Theta A = AK : KG$ .<sup>4)</sup> itaque constat propositum.

## VI.

Fingatur iam planum, quod sub oculis est, ad horizontem perpendiculare, et quae in eadem parte lineae  $AB$  sunt, in qua est punctum  $A$ , infra esse fingantur, quae in altera, supra. et  $BAG$  triangulus sit rectangulus angulum ad  $B$  positum rectum habens et latus  $BG$

1) U. prop. 1 b.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 3.

3) Ex prop. 4 erit  $KI : I\Theta = AA : KA$ ; tum u. Eucl. V, 19 πρόρισμα.

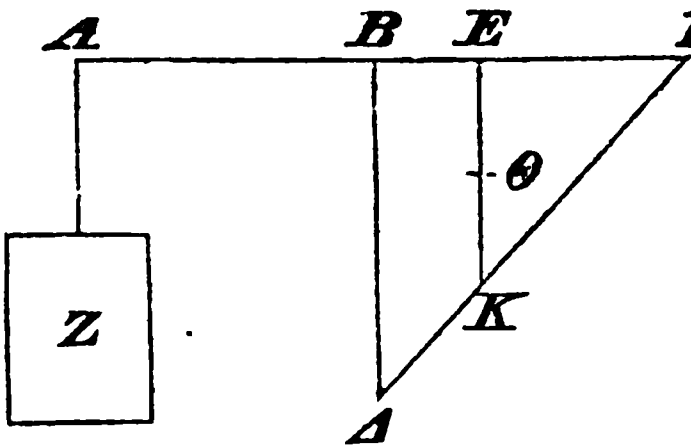
4) δι' ἴσον (Eucl. V, 22)  $KA : K\Theta = AG : AK$ ; tum διελόντι et ἀνάκαλιν.

rellius. 19. Post πρότερον addit Torellius: ὡς ἄρα ἂν  $K\Theta$  ποτὶ τὰν  $KA$ , οὕτως ἂν  $AK$  ποτὶ τὰν  $AG$ . ὥστε] ως F; corr. Torellius. 23. δὴ] scripsi; δε F, uulgo. ἐστὶν τό] deleo. τη F; corr. Torellius. 24. ὁρώμενον] deleo. 25. καὶ] διὰ Nizzius; καὶ διὰ Ien. ἐπιτα] deleo. 26. κάτω] κατα F. 27. ορθὴν F; corr. Torellius. τῶ] scripsi; τα F, uulgo; το Torellius.

ζυγοῦ [δηλονότι ἴσης οὔσης τᾶς  $AB$  τῇ  $BΓ$ ]. κρεμάσθω δὲ τὸ τρίγωνον ἐκ τῶν  $B, Γ$  σημείων, κρεμάσθω δὲ καὶ ἄλλο χωρίον τὸ  $Z$  ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρους τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ  $A$ , καὶ ἰσορροπείτω τὸ  $Z$  χωρίον κατὰ τὸ  $A$   
 5 κρεμάμενον τῷ  $BΔΓ$  τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κείται. φανὲν δὴ, τὸ  $Z$  χωρίον τοῦ  $BΔΓ$  τριγώνου μέρος τρίτον εἶμεν.

ἐπεὶ γὰρ ὑποκείται ἰσορροπέων ὁ ζυγός, εἴη καὶ ἡ  $AG$  γραμμὰ παρὰ τὸν ὀρίζοντα, αἱ δὲ ποτ' ὀρθὰς  
 10 ἀγομέναι τᾶ  $AG$  ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ὀρί-

ζοντα καθέτοι ἐσσούν-  
 15 ται ἐπὶ τὸν ὀρίζοντα. τετμάσθω δὴ ἡ  $BΓ$  γραμμὰ κατὰ τὸ  $E$  οὕτως, ὥστε διπλασίονα εἶμεν τὴν  $ΓE$  τᾶς  $EB$ , καὶ ἄχθω παρὰ τὴν  $ΔB$



ἡ  $KE$ , καὶ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ  $Θ$ . τοῦ δὴ  $BΔΓ$  τριγώνου κέντρον βάρους ἐστὶ τὸ  $Θ$  σημεῖον. δεδεικ-  
 20 ται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. εἴ καὶ οὖν τοῦ  $BΔΓ$  τριγώνου ἡ μὲν κατὰ τὰ  $B, Γ$  κρέμασις λυθῆ, κατὰ δὲ τὸ  $E$  κρεμασθῆ, μένει τὸ τρίγωνον, ὡς νῦν ἔχει. ἕκαστον γὰρ τῶν κρεμαμένων, ἐξ οὗ σημείου καὶ κατασταθῆ, μένει, ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τὸ τε σημεῖον  
 25 τοῦ κρεμαστοῦ καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ κρεμαμένου. δεδείκται γὰρ καὶ τοῦτο. ἐπεὶ οὖν τὰν αὐτὰν

1. δηλονότι —  $BΓ$ ] deleo. 2. σημειων F; corr. Torellius.  
 3. μερους F, vulgo. 5. εοντι F; corr. Torellius. 7. ειναι per comp. F; corr. Torellius. 8. ἰσορροπων F, vulgo. εἴη κα] scripsi; εηκα F, εκ κα vulgo; ἐσσειται Torellius cum B. 9. παρὰ τὸν ὀρίζοντα, αἱ] αυτον οριζονται F; corr. Torellius.  
 11. καθετοις F; corr. ed. Basil. 13. τετμησθω F; corr. To-



dimidiae librae aequale. suspendatur autem triangulus ex punctis  $B, \Gamma$ , et in altera parte librae aliud spatium  $Z$  ex puncto  $A$  suspendatur, et spatium  $Z$  ex  $A$  suspensum cum triangulo  $B\Delta\Gamma$  ita se habenti, uti nunc positus est, aequilibratam seruet. dico igitur, spatium  $Z$  tertiam partem esse trianguli  $B\Delta\Gamma$ .

nam quoniam suppositum est libram aequilibratam seruare, linea  $A\Gamma$  horizonti parallela erit, et lineae ad  $A\Gamma$  perpendiculares in plano ad horizontem perpendiculari ductae, ad horizontem perpendiculares erunt.<sup>1)</sup> secetur igitur linea  $B\Gamma$  in puncto  $E$  ita, ut sit  $\Gamma E = 2EB$ , et ducatur linea  $KE$  lineae  $\Delta B$  parallela, et in puncto  $\Theta$  in duas partes aequales secetur. itaque punctum  $\Theta$  trianguli  $B\Delta\Gamma$  centrum grauitatis est. hoc enim in mechanicis demonstratum est [*ἐπιπέδ. ἰσορρ.* I, 14].<sup>2)</sup> iam si trianguli  $B\Delta\Gamma$  ex punctis  $B, \Gamma$  suspendium soluitur, et ex  $E$  suspenditur, triangulus manet, ut nunc se habet. nam omnia suspensa, in quocunque puncto posita sunt, ita manent, ut punctum suspendii et centrum grauitatis suspensi in perpendiculari posita sint. nam hoc quoque demonstratum est.<sup>3)</sup> quoniam igitur triangulus  $B\Gamma\Delta$

1) Nam linea  $A\Gamma$  ei lineae, in qua planum perpendiculare horizontem secat, parallela erit (Eucl. XI, 16); quare lineae ad  $A\Gamma$  perpendiculares etiam ad illam lineam perpendiculares erunt (Eucl. I, 29). tum u. Eucl. XI def. 4.

2) Cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 179 nr. 6.

3) Sine dubio in libro *περὶ ζυγῶν*; Quaest. Arch. p. 32.

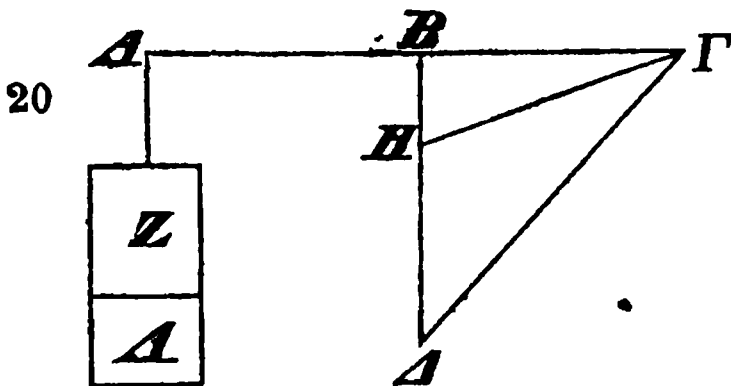
rellius, ut lin. 18. 19. *βαρὸς* F, uulgo, ut lin. 25. 21. *ἀ]*  
*ο* F; corr. Torellius. *λυθῆ]* scripsi; *λυθειη* F, uulgo. 22.  
*τριγωνιον* F; corr. A. 23. *σημειον* F; corr. Torellius. *κα*  
*κατασταθῆ]* scripsi; *κατασταθεν* F, uulgo. 26. *γάρ]* scripsi;  
*ον* F, uulgo.

ἔξει κατάστασιν τὸ  $B\Gamma\Delta$  τρίγωνον ποτὶ τὸν ζυγόν, ἰσορροπήσει ὁμοίως τὸ  $Z$  χωρίον. ἐπεὶ δὲ ἰσορροπέονται τὸ μὲν  $Z$  κρεμάμενον κατὰ τὸ  $A$ , τὸ δὲ  $B\Delta\Gamma$  κατὰ τὸ  $E$ , δῆλον, ὡς ἀντιπέπονθε τοῖς μάκεσιν, καὶ  
 5 ἔστιν, ὡς ἂ  $AB$  ποτὶ τὰν  $BE$ , οὕτως τὸ  $B\Delta\Gamma$  τρίγωνον ποτὶ τὸ  $Z$  χωρίον. τριπλασία δὲ ἂ  $AB$  τᾶς  $BE$ . καὶ τὸ  $B\Delta\Gamma$  ἄρα τρίγωνον τριπλάσιόν ἐστι τοῦ  $Z$  χωρίου.

φανερὸν δὲ [ὅτι] καί, εἴ κα τριπλάσιον ἤ τὸ  $B\Delta\Gamma$   
 10 τρίγωνον τοῦ  $Z$  χωρίου, ὅτι ἰσορροπήσει.

ξ'.

Ἔστω πάλιν ζυγὸς ἂ  $A\Gamma$  γραμμά, μέσον δὲ αὐτᾶς ἔστω τὸ  $B$ , καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ  $B$  [τὸ  $\Gamma\Delta H$  τρίγωνον]. τὸ δὲ  $\Gamma\Delta H$  ἔστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βά-  
 15 σιν μὲν ἔχον τὰν  $\Delta H$ , ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἐοῦσαν τᾷ ἡμισείᾳ τοῦ ζυγοῦ. καὶ κρεμάσθω τὸ  $\Delta\Gamma H$  τρίγωνον ἐκ τῶν  $B, \Gamma$  σημείων, τὸ δὲ  $Z$  χωρίον κρεμάμενον κατὰ τὸ  $A$  ἰσορροπέες ἔστω τῶ  $\Gamma\Delta H$  τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κείται.  
 20 ὁμοίως δὲ δειχθησέεται τὸ  $Z$  χωρίον τρίτον μέρος τοῦ  $\Gamma\Delta H$  τριγώνου.



κρεμάσθω γάρ τι καὶ ἄλλο χωρίον ἐκ τοῦ  $A$

25 τρίτον μέρος ἐὼν τοῦ  $B\Gamma H$  τριγώνου. ἰσορροπήσει δὲ τὸ  $B\Delta\Gamma$  τρίγωνον τῶ  $Z\Delta$ . ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν  $B\Gamma H$  τρί-

2. ἰσορροπεωντι F; corr. Torellius. 9. ὅτι] deleo. 10. ὅτι] per comp. F; ὁμοίως Torellius. 12. γραμμη F; corr. Torellius. 13. τὸ  $\Gamma\Delta H$  τρίγωνον] αυτης F; corr. Torellius. 15. εχο cum comp. ον F. 17. σημειων F; corr. Torellius. 18. ἰσορροπεες F. τῶ] το F.

eandem positionem habebit ad libram, ut antea [cum eo] aequilibratam seruabit spatium  $Z$ . et quoniam spatium  $Z$  ex  $A$  suspensum et triangulus  $B\Delta\Gamma$  ex  $E$  suspensus aequilibratam seruant, adparet, ea in contraria longitudinum proportione esse [*ἐπιπ. ἰσορρ. I, 6—7*], et esse  $B\Delta\Gamma : Z = AB : BE$ . sed  $AB = 3BE$ . quare etiam  $B\Delta\Gamma = 3Z$ .

et manifestum est etiam, si triangulus  $B\Delta\Gamma$  triplo maior sit spatio  $Z$ , aequilibratam ea seruatura esse.

## VII.

Rursus linea  $AG$  libra sit, et medium eius sit  $B$ , et ex  $B$  suspendatur.<sup>1)</sup>  $\Gamma\Delta H$  autem triangulus sit obtusiangulus basim habens lineam  $\Delta H$ , altitudinem uero lineam dimidiae librae aequalem. et triangulus  $\Delta\Gamma H$  ex punctis  $B, \Gamma$  suspendatur, spatium  $Z$  autem ex  $A$  suspensum cum triangulo  $\Gamma\Delta H$  ita se habenti, ut nunc positus est, aequilibratam seruet. iam eodem modo demonstrabimus, spatium  $Z$  tertiam partem esse trianguli  $\Gamma\Delta H$ .

suspendatur enim etiam aliud spatium [ $A$ ] ex puncto  $A$ , quod tertia pars sit trianguli  $B\Gamma H$ . itaque triangulus  $B\Delta\Gamma$  cum spatio  $Z + A$  aequilibratam seruabit.<sup>2)</sup> iam quoniam triangulus  $B\Gamma H$  cum

1) Sc. libra; cfr. prop. 8. nam triangulus  $\Gamma\Delta H$  non ex  $B$ , sed ex  $B$  et  $\Gamma$  suspenditur (lin. 17).

2) Nam suppositum est,  $Z$  et  $\Gamma\Delta H$  aequilibratam seruare, et ex prop. 6,  $A$  et  $B\Gamma H$  aequilibratam seruant. hinc autem hoc quoque sequitur, esse  $B\Delta\Gamma = 3(Z + A)$  (prop. 6).

20.  $\delta\eta$ ] scripsi;  $\delta\epsilon$  F, uulgo.  
Nizzius.

24.  $\alpha\lambda\lambda\omega$  F.

$\chi\omega\rho\acute{\iota}\omicron\nu\tau\omicron\ \alpha$

25.  $\delta\eta$ ] scripsi;  $\delta\epsilon$  F, uulgo.

γωνον ἰσορροπεῖ τῷ  $\Lambda$ , τὸ δὲ  $B\Gamma\Delta$  τῷ  $Z\Lambda$ , καὶ τρίτον ἐστὶ τοῦ  $B\Gamma\Delta$  τὸ  $Z\Lambda$ , φανερόν, ὅτι καὶ τὸ  $\Gamma\Delta\text{H}$  τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ  $Z$ .

η'.

5 Ἐστω ζυγὸς ὁ  $ΑΓ$ , μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ  $B$ , καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ  $B$ , τὸ δὲ  $\Gamma\Delta E$  τρίγωνον ὀρθογώνιον ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τῷ  $E$  γωνίαν, καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ  $\Gamma, E$ , τὸ δὲ  $Z$  χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ  $A$ , καὶ ἰσορροπεῖται τῷ  $\Gamma\Delta E$  οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν  
10 κείται. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ  $AB$  ποτὶ τὰν  $BE$ , τοῦτον ἔχεται τὸ  $\Gamma\Delta E$  τρίγωνον ποτὶ τὸ  $K$  χωρίον. φανί δὴ τὸ  $Z$  χωρίον τοῦ μὲν  $\Gamma\Delta E$  τριγώνου ἔλασσον εἶμεν, τοῦ δὲ  $K$  μείζον.

λελάφθω γὰρ τοῦ  $\Delta E\Gamma$  τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ  
15 βάρους, καὶ ἔστω τὸ  $\Theta$ , καὶ ἡ  $\Theta H$  ἄχθω παρὰ τὰν  $\Delta E$ . ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὸ  $\Gamma\Delta E$  τρίγωνον τῷ  $Z$  χωρίῳ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ  $\Gamma\Delta E$  χωρίον ποτὶ τὸ  $Z$ , ὃν ἡ

$AB$  ποτὶ τὰν  $BH$ . ὥστε ἔλασσόν ἐστὶ τὸ  $Z$  τοῦ  $\Gamma\Delta E$ . καὶ ἐπεὶ τὸ  $\Gamma\Delta E$  τρίγωνον ποτὶ μὲν τὸ  $Z$  τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἡ  $BA$  ποτὶ τὰν  $BH$ , ποτὶ δὲ τὸ  $K$ ,  
25 ὃν ἡ  $BA$  ποτὶ τὰν  $BE$ , δῆλον, ὡς μείζονα λόγον ἔχει τὸ  $\Gamma\Delta E$  τρίγωνον ποτὶ τὸ  $K$  ἢ ποτὶ τὸ  $Z$ . ὥστε μείζον ἐστὶ τὸ  $Z$  τοῦ  $K$ .

1.  $\Lambda$ ]  $A F$ ; corr. Torellius. 2.  $Z\Lambda$ ]  $Z A F V$ . 5.  $A\Gamma$ ]  $AB F$ ; corr. Rivaltus. κρεμασθω  $F$ . 6.  $\delta\acute{\epsilon}$ ] addidi (u.

spatio  $A$ , et triangulus  $B\Gamma\Delta$  cum  $Z + A$  aequilibratam seruat, et tertia pars est trianguli  $B\Delta\Gamma$  spatium  $Z + A$  [et trianguli  $BH\Gamma$  spatium  $A$ ]<sup>1)</sup>, manifestum est, triangulum  $\Gamma\Delta H$  triplo maiorem esse spatio  $Z$ .

VIII.

Libra sit  $A\Gamma$ , et medium eius punctum  $B$ , et ex puncto  $B$  suspendatur,  $\Gamma\Delta E$  autem triangulus sit rectangulus angulum ad  $E$  positum rectum habens, et in libra ex punctis  $\Gamma$ ,  $E$  suspendatur, et spatium  $Z$  ex  $A$  suspendatur et cum  $\Gamma\Delta E$  ita se habenti, ut nunc positus est, aequilibratam seruet. et sit

$$AB : BE = \Gamma\Delta E : K.$$

dico igitur, spatium  $Z$  minus esse triangulo  $\Gamma\Delta E$  maius autem spatio  $K$ .

sumatur enim trianguli  $\Delta E\Gamma$  centrum grauitatis et sit  $\odot$  [p. 306, 18], et ducatur  $\odot H$  lineae  $\Delta E$  parallela. iam quoniam triangulus  $\Gamma\Delta E$  cum spatio  $Z$  aequilibratam seruat, erit

$$\Gamma\Delta E : Z = AB : BH \text{ [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 6—7].}$$

quare  $Z < \Gamma\Delta E$ . et quoniam est

$$\Gamma\Delta E : Z = BA : BH$$

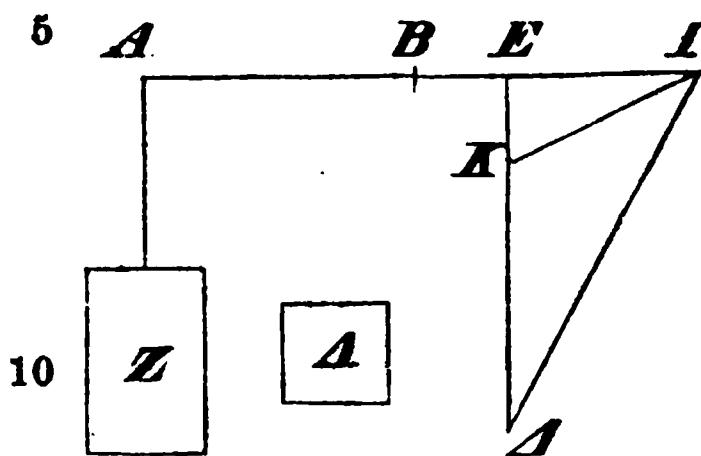
et  $\Gamma\Delta E : K = BA : BE$  [ex hypothesis], adparet, esse  $\Gamma\Delta E : K > \Gamma\Delta E : Z$ . quare  $Z > K$  [Eucl. V, 10].

1) Fortasse lin. 2 addendum est: τοῦ δὲ  $B\Gamma H$  τὸ  $A$ .

p. 309 not. 1); om. F, uulgo. 7. τῶ] scripsi; ταν F, uulgo; τό Torellius. 24. ἔχει] εἶχον F; corr. Ien.

θ'.

Ἐστω πάλιν τὸ μὲν  $ΑΓ$  ζύγιον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ  $Β$ , τὸ δὲ  $ΓΔΚ$  τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βάσιν μὲν ἔχον τὰν  $ΔΚ$ , ὕψος δὲ τὰν  $ΕΓ$ . καὶ κρεμάσθω ἐκ



τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ  $Γ, Ε$ . τὸ δὲ  $Ζ$  χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ  $Α$  καὶ ἰσορροπείτω τῷ  $ΔΓΚ$  τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κείται. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἃ  $ΑΒ$  ποτὶ τὰν  $ΒΕ$ , τοῦτον

ἔχέτω τὸ  $ΓΔΚ$  τρίγωνον ποτὶ τὸ  $Α$ . φανὲν δὴ τὸ  $Ζ$  τοῦ μὲν  $Α$  μείζον εἶμεν, τοῦ δὲ  $ΔΓΚ$  ἔλασσον.

δειχθήσεται ὁμοίως τῷ πρότερον.

15

ι'.

Ἐστω πάλιν τὸ μὲν  $ΑΒΓ$  ζύγιον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ  $Β$ , τὸ δὲ  $ΒΔΗΚ$  τραπέζιον τὰς μὲν ποτὶ τοῖς  $Β, Η$  σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὲ  $ΚΔ$  πλευρὰν ἐπὶ τὸ  $Γ$  νεύουσαν. καὶ ὃν ἔχει λόγον ἃ  $ΒΑ$  ποτὶ τὰν  $ΒΗ$ , τοῦτον ἔχέτω τὸ  $ΒΔΚΗ$  τραπέζιον ποτὶ τὸ  $Α$ . κρεμάσθω δὲ τὸ  $ΒΔΗΚ$  τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ  $Β, Η$  σαμεῖα, κρεμάσθω δὲ καὶ τὸ  $Ζ$  χωρίον κατὰ τὸ  $Α$  καὶ ἰσορροπείτω τῷ  $ΒΔΚΗ$  τραπέζιῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν ὑποκείται. φανὲν τὸ  $Ζ$

20

25

χωρίον ἔλασσον εἶμεν τοῦ  $Α$ .

τετμάσθω γὰρ ἃ  $ΑΓ$  κατὰ τὸ  $Ε$  οὕτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον ἃ διπλασία τᾶς  $ΔΒ$  καὶ ἃ  $ΚΗ$  ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς  $ΚΗ$  καὶ τὰν  $ΒΔ$ , τοῦτον ἔχειν τὰν  $ΕΗ$

4. κερμασθω F; corr. A. 6. κερμασθω F; corr. AB.

IX.

Rursus sit  $AG$  libra, et medium eius punctum  $B$ , et triangulus  $\Gamma\Delta K$  obtusiangulus basim habens  $\Delta K$ , altitudinem autem  $E\Gamma$ ; et in libra ex  $\Gamma$ ,  $E$  suspendatur.  $Z$  autem spatium ex  $A$  suspendatur et cum triangulo  $\Delta\Gamma K$  ita se habenti, ut nunc positus est, aequilibratam seruet. et sit  $\Gamma\Delta K : A = AB : BE$ . dico igitur, spatium  $Z$  maius esse spatio  $A$ , minus autem triangulo  $\Delta\Gamma K$ .

demonstrabitur eodem modo, quo praecedens propositio.

X.

Rursus sit  $AB\Gamma$  libra, et medium eius punctum  $B$ , et  $B\Delta HK$  trapezium angulos ad puncta  $B$ ,  $H$  positos rectos habens et latus  $K\Delta$  ad  $\Gamma$  uergens. et sit

$$B\Delta KH : A = BA : BH.$$

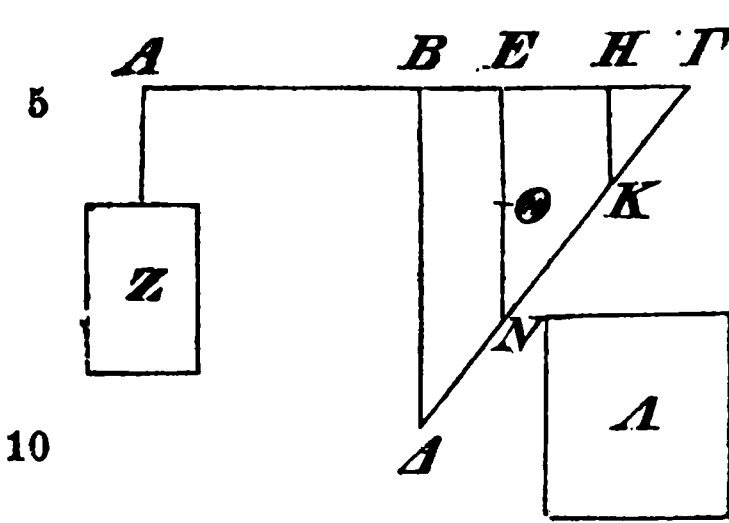
et trapezium  $B\Delta HK$  in libra ex punctis  $B$ ,  $H$  suspendatur, et etiam spatium  $Z$  ex  $A$  suspendatur et cum trapezio  $B\Delta KH$  ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibratam seruet. dico, spatium  $Z$  minus esse spatio  $A$ .

secetur enim linea  $AG$  in puncto  $E$  ita, ut sit

$$2\Delta B + KH : 2KH + B\Delta = EH : BE,$$

8.  $\Delta EK$  F; corr. Torellius. 17. *τραπέξειον* F, ulgo; et haec forma F in hoc libro semper praebet. 18. *σημειοις* F; corr. manus 2. 21. *Α χωρίον* Torellius. *κεκρεμασθω* F, ulgo. 22. *τὰ Β, Η σημεία*] scripsi; *των Β, Η σημειων* F, ulgo. *κεκρεμασθω* F, ulgo. 24. *φημι* F; corr. Torellius. 26. *τετμησθω* F; corr. Torellius, ut p. 314 lin. 2. 27. *της* F; corr. Torellius. 28. *τάν*] (prius) scripsi; *της* F, ulgo; *τās* Torellius. *έχειν*] *ον χει* F (*ον* supra scr. manu 1); corr. ed. Basil.

ποτὶ τὰν  $BE$ , καὶ διὰ τοῦ  $E$  παρὰ τὰν  $BA$  ἀχθεῖσα ἄ  $EN$  τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ  $\Theta$ . τοῦ δὲ  $B\Delta HK$  τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τὸ  $\Theta$ . δεδείκται

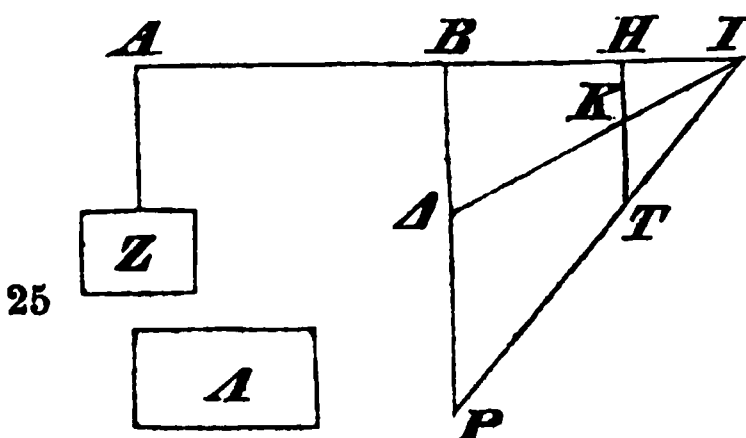


γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. ἦν οὖν τὸ  $B\Delta HK$  τραπέζιον κατὰ μὲν τὸ  $E$  κρεμασθῆ, ἀπὸ δὲ τῶν  $B, H$  σημείων λυθῆ, μένει τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ ἰσορροπεῖ τῷ  $Z$

χωρίῳ. ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὸ  $B\Delta HK$  τραπέζιον κατὰ τὸ  $E$  κρεμάμενον τῷ  $Z$  χωρίῳ κατὰ τὸ  $A$  κρεμαμένῳ, ἐσσεῖται, ὡς ἂ  $BA$  ποτὶ τὰν  $BE$ , τὸ  $B\Delta HK$  τραπέζιον ποτὶ τὸ  $Z$  χωρίον. μείζονα οὖν λόγον ἔχει τὸ  $B\Delta HK$  τραπέζιον ποτὶ τὸ  $Z$  ἢπερ ποτὶ τὸ  $\Lambda$ , ἐπεὶ καὶ ἂ  $AB$  ποτὶ τὰν  $BE$  μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ ποτὶ τὰν  $BH$ . ὥστε ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ  $Z$  τοῦ  $\Lambda$ .

ια'.

20 Ἔστω πάλιν τὸ μὲν  $AG$  ζύγιον, καὶ μέσον αὐτοῦ



τὸ  $B$ , τὸ δὲ  $K\Delta TP$  τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν  $K\Delta, TP$  πλευρὰς ἔχον ἐπὶ τὸ  $G$  νευούσας, τὰς δὲ  $\Delta P, KT$  καθέτους ἐπὶ τὰν  $BG$ , καὶ ἂ  $\Delta P$  ἐπὶ τὸ  $B$  πιπτέτω. ὄν δὲ λόγον

ἔχει ἂ  $AB$  ποτὶ τὰν  $BH$ , τοῦτον ἔχέτω τὸ  $\Delta KTP$

3. βαρους F, vulgo. 8. σημειων F; corr. Torellius. λυθῆ] scripsi; λυθειη F, vulgo. 9. εχοντα F. 11. ἰσορροπεῖ] scripsi;



et linea  $EN$  per  $E$  ducta lineae  $B\Delta$  parallela in puncto  $\Theta$  in duas partes aequales secetur. itaque trapezii  $B\Delta HK$  centrum grauitatis est  $\Theta$ . hoc enim in mechanicis demonstratum est [*ἐπιπ. ἰσορροφ. I, 15*]. si igitur trapezium  $B\Delta HK$  ex puncto  $E$  suspenditur, ex  $B, H$  autem punctis soluitur, manet eandem positionem habens propter eadem, quae supra<sup>1)</sup>, et cum spatio  $Z$  aequilibritatem seruat. iam quoniam trapezium  $B\Delta HK$  ex  $E$  suspensum cum spatio  $Z$  ex  $A$  suspenso aequilibritatem seruat, erit  $BA : BE = B\Delta HK : Z$  [*ἐπιπ. ἰσορροφ. I, 6—7*]. quare  $B\Delta HK : Z > B\Delta HK : \Delta$ , quia etiam  $AB : BE > AB : BH$ .<sup>2)</sup> quare  $Z < \Delta$  [Eucl. V, 10].

XI.

Rursus sit  $AG$  libra, et medium eius punctum  $B$ , et  $K\Delta TP$  trapezium sit latera  $K\Delta, TP$  ad punctum  $G$  uergentia habens, latera autem  $\Delta P, KT$  ad  $BG$  perpendicularia, et  $\Delta P$  in  $B$  cadat. praeterea sit

$$AB : BH = \Delta KTP : \Delta,$$

1) Prop. 6 p. 306, 23.

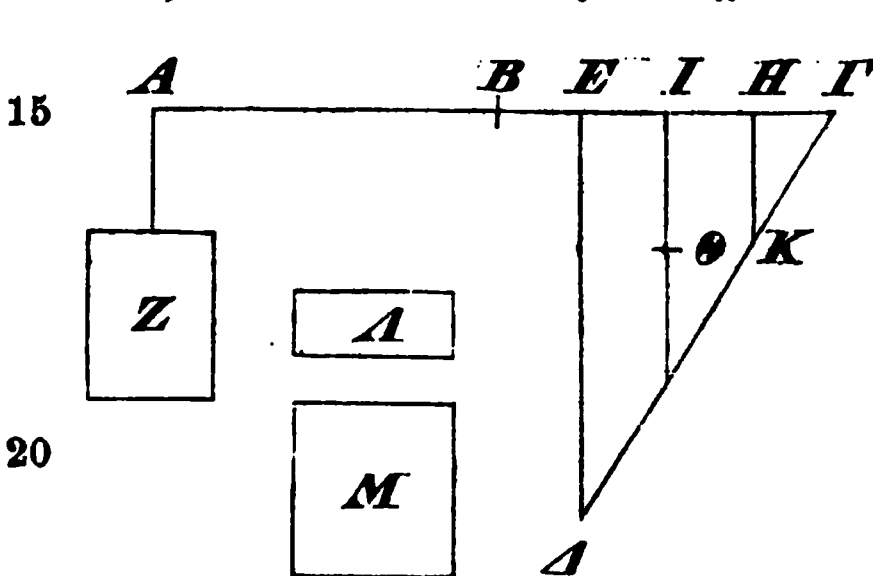
2) Nam  $BE < BH$ .

*ισορροπειτω* F, ulgo; *ἰσορροπήσει* ed. Basil., Torellius. 15.  
*μείζονα οὖν*] scripsi; *μειζ* (cum comp. *ον*) *ονα* F; *μείζονα* CD;  
*μείζονα ἄρα* ulgo. *εχ* cum comp. *ον* F; corr. AB. 16.  
*τραπειον* F. 18. *εσται* per comp. F, ulgo. 26. *η* F; corr.  
 Torellius.

τραπέζιον ποτὶ τὸ  $\Lambda$ . τὸ δὲ  $\Delta K T P$  τραπέζιον κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ  $B, H$  καὶ τὸ  $Z$  κατὰ τὸ  $A$ , καὶ ἰσορροπείτω τὸ  $Z$  τῷ  $\Delta K P T$  τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κείται. ὁμοίως δὴ τοῖς πρό-  
5 τερον δειχθησέται ἔλασσον τὸ  $Z$  χωρίον τοῦ  $\Lambda$ .

ιβ'.

Ἐστω πάλιν τὸ μὲν  $A\Gamma$  ζύγιον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ  $B$ , τὸ δὲ  $\Delta E K H$  τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν ποτὶ τοῖς  $E, H$  σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ  $K\Delta, E H$   
10 γραμμὰς ποτὶ τὸ  $\Gamma$  νευούσας. καὶ ὄν μὲν λόγον ἔχει ἅ  $AB$  ποτὶ τὰν  $BH$ , τοῦτον ἔχέτω τὸ  $\Delta K E H$  τραπέζιον ποτὶ τὸ  $M$ , ὄν δὲ λόγον ἔχει ἅ  $AB$  ποτὶ τὰν  $BE$ , τοῦτον τὸν λόγον ἔχέτω τὸ  $\Delta K E H$  τραπέζιον



ποτὶ τὸ  $\Lambda$ . κρεμάσθω δὲ τὸ  $\Delta K E H$  τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ  $E, H$ , τὸ δὲ  $Z$  χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ  $A$ , καὶ ἰσορροπείτω τῷ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν ὑποκείται.

φαμί δὴ τὸ  $Z$  τοῦ μὲν  $\Lambda$  μείζον εἶμεν, τοῦ δὲ  $M$  ἔλασσον.

25 ἔλαβον γὰρ τοῦ  $\Delta K E H$  τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρους, ἔστω δὲ τὸ  $\Theta$ . λαφθησέται δὲ ὁμοίως τῷ πρότερον· καὶ ἄγω τὰν  $\Theta I$  παρὰ τὰν  $\Delta E$ . ἂν οὖν τὸ τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κρεμασθῇ κατὰ τὸ  $I$ , ἀπὸ δὲ τῶν  $E, H$  λυθῇ, μενεῖ τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν

1. κερμασθω F, vulgo. 3. τὸ Z] τω Z F; corr. B. 9.

et trapezium  $\triangle KTP$  in libra ex  $B, H$  suspendatur et  $Z$  ex  $A$ , et  $Z$  spatium cum trapezio  $\triangle KPT$  ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibratam seruet. eodem igitur modo, quo in praecedentibus propositionibus, demonstrabitur  $Z < A$ .

XII.

Rursus sit  $A\Gamma$  libra, medium autem eius punctum  $B$ , et  $\triangle EKH$  trapezium sit angulos ad puncta  $E, H$  positos rectos habens et lineas  $K\Delta, EH$  ad punctum  $\Gamma$  uergentes. et sit

$$AB : BH = \triangle KEH : M \text{ et } AB : BE = \triangle KEH : A.$$

et trapezium  $\triangle KEH$  in libra ex punctis  $E, H$  suspendatur,  $Z$  autem spatium ex  $A$  suspendatur, et cum trapezio ita se habenti ut nunc positum est, aequilibratam seruet. dico igitur esse  $M > Z > A$ .

sumpsi enim trapezii  $\triangle KEH$  centrum grauitatis, et sit  $\Theta$ ; sumetur autem eodem modo, quo supra [p. 306, 18]; et duco  $\Theta I$  lineae  $\Delta E$  parallelam. si igitur trapezium in libra ex puncto  $I$  suspenditur et ex punctis  $E, H$  soluitur, manebit eandem positionem

σημειοις F; corr. Torellius. 14. κερμασθω F, uulgo. 18. κρεμάσθω] scripsi; εκκεμασθω F, uulgo; κερμασθω Torellius. 26. βαρους F, uulgo. ληφθησεται F; corr. Torellius. 28. κρεμασθῆ] scripsi; κρεμασθησεται F, uulgo.

καὶ ἰσορροπήσει τῷ  $Z$  διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον.  
 ἐπεὶ δὲ ἰσορροπεῖ τὸ τραπέζιον κρεμάμενον κατὰ τὸ  $I$   
 τῷ  $Z$  κρεμαμένῳ κατὰ τὸ  $A$ , τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον  
 τὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ  $Z$ , ὃν ἂ  $AB$  ποτὶ τὰν  $BI$ . δῆ-  
 5 λον οὖν, ὅτι τὸ  $\Delta KEH$  ποτὶ μὲν τὸ  $A$  μείζονα λόγον  
 ἔχει ἢ ποτὶ τὸ  $Z$ , ποτὶ δὲ τὸ  $M$  ἐλάσσονα ἢ ποτὶ τὸ  $Z$ .  
 ὥστε τὸ  $Z$  τοῦ μὲν  $A$  μείζον ἐστὶ, τοῦ δὲ  $M$  ἔλασσον.

ιγ'.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν  $AG$  ζύγιον, κατὰ μέσον δὲ  
 10 αὐτοῦ τὸ  $B$ , τὸ δὲ  $K\Delta TP$  τραπέζιον, ὥστε τὰς μὲν  
 $K\Delta$ ,  $TP$  πλευρὰς νευούσας εἴμεν ἐπὶ τὸ  $\Gamma$ , τὰς δὲ  
 $\Delta T$ ,  $KP$  καθέτους ἐπὶ τὰν  $B\Gamma$ . κρεμάσθω δὲ ἐκ τοῦ  
 ζυγοῦ κατὰ τὰ  $E$ ,  $H$ , τὸ δὲ  $Z$  χωρίον κρεμάσθω κατὰ  
 τὸ  $A$  καὶ ἰσορροπεῖται τῷ  $\Delta KTP$  τραπέζιῳ οὕτως  
 15 ἔχοντι, ὡς νῦν κείται. καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἂ  $AB$   
 ποτὶ τὰν  $BE$ , τοῦτον ἐχέτω τὸ  $\Delta KTP$  τραπέζιον ποτὶ  
 τὸ  $A$  χωρίον, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἂ  $AB$  ποτὶ τὰν  $BH$ ,  
 τοῦτον ἐχέτω τὸ αὐτὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ  $M$ . ὁμοίως  
 δῆ τῷ πρότερον δειχθησέται τὸ  $Z$  τοῦ μὲν  $A$  μείζον,  
 20 τοῦ δὲ  $M$  ἔλασσον.

ιδ'.

Ἔστω τμήμα τὸ  $B\Theta\Gamma$  περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ  
 ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. ἔστω δὲ πρῶτον ἂ  $B\Gamma$  ποτ'

1. τῷ] τα F; corr. AB. 2. ἰσορροπεῖ] -ει in rasura F.  
 5.  $A$ ]  $A F V$ . 7. μείζο cum comp. on F. 9. κατὰ] καὶ τό  
 Torellius. 13.  $H$ ] om. F. κρεμασθῶ F, vulgo. 22.  
 τμήμα F; corr. Torellius. 23. ποτ'] προς per comp. F; corr.  
 Torellius (ποτί).

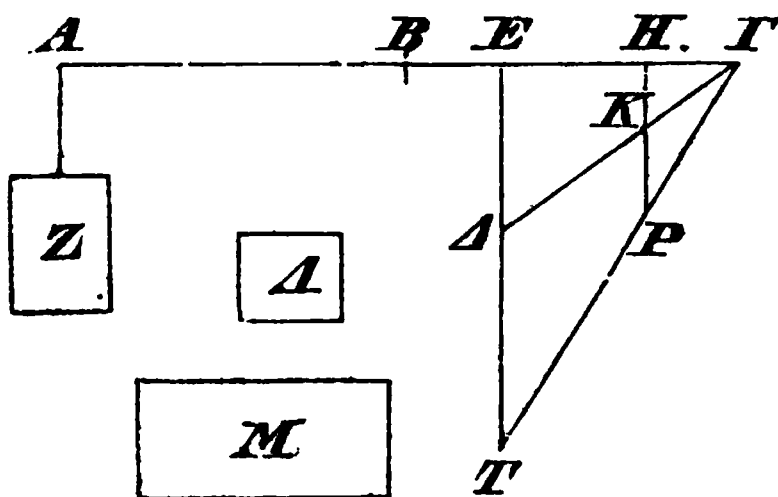
habens et cum  $Z$  aequilibratam seruabit propter eadem, quae supra [prop. 6 p. 306, 23]. et quoniam trapezium ex  $I$  suspensum cum  $Z$  ex  $A$  suspensum aequilibratam seruat, erit  $\triangle KEH : Z = AB : BI$ . adparet igitur, esse  $\triangle KEH : A > \triangle KEH : Z$  et

$$\triangle KEH : M < \triangle KEH : Z.^1)$$

quare erit [Eucl. V, 10]  $M > Z > A$ .

XIII.

Rursus sit  $A\Gamma$  libra, et in media ea positum punctum  $B$ , et  $K\triangle TP$  trapezium eiusmodi, ut latera  $K\Delta$ ,  $TP$  ad  $\Gamma$  uergant, latera autem  $\Delta T$ ,  $KP$  ad  $B\Gamma$  per-



pendicularia sint. suspendatur autem in libra ex punctis  $E$ ,  $H$ , et spatium  $Z$  ex  $A$  suspendatur et cum trapezio  $\triangle KTP$  ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibratam seruet. et sit  $AB : BE = \triangle KTP : A$ , et  $AB : BH = \triangle KTP : M$ . eodem igitur modo, quo supra, demonstrabitur esse  $M > Z > A$ .

XIV.

Sit  $B\Theta\Gamma$  segmentum linea recta et sectione conii rectanguli comprehensum. prius igitur  $B\Gamma$  ad diame-

1) Quia  $BH > BI > BE$ .

ὀρθὰς τᾶ διαμέτρῳ, καὶ ἄχθῳ ἀπὸ μὲν τοῦ  $B$  σαμείου  
 ἅ  $B\Delta$  παρὰ τὰν διάμετρον, ἀπὸ δὲ τοῦ  $\Gamma$  ἅ  $\Gamma\Delta$   
 ἐπιψάνουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ  $\Gamma$ . ἐσσεί-  
 ται δὴ τὸ  $B\Gamma\Delta$  τρίγωνον ὀρθογώνιον. διηρήσθῳ δὲ  
 5 ἅ  $B\Gamma$  ἐς ἴσα τμήματα ὅποσαοῦν τὰ  $BE, EZ, ZH,$   
 $HI, I\Gamma,$  καὶ ἀπὸ τᾶν τομᾶν ἄχθωσαν παρὰ τὰν διά-  
 μετρον αἱ  $ES, ZT, HT, I\Xi,$  ἀπὸ δὲ τῶν σαμείων,  
 καθ' ἃ τέμνοντι αὐταὶ τὰν τοῦ κώνου τομᾶν, ἐπε-  
 ζεύχθωσαν ἐπὶ τὸ  $\Gamma$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. φαμί δὴ τὸ  
 10 τρίγωνον τὸ  $B\Delta\Gamma$  τῶν μὲν τραπεζίων τῶν  $KE, AZ,$   
 $MH, NI$  καὶ τοῦ  $\Xi I\Gamma$  τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ  
 τριπλάσιον, τῶν δὲ τραπεζίων τῶν  $Z\Phi, H\Theta, I\Pi$  καὶ  
 τοῦ  $IO\Gamma$  τριγώνου μείζον ἐστὶν ἢ τριπλάσιον.

διάχθῳ γὰρ εὐθεῖα ἅ  $AB\Gamma,$  καὶ ἀπολελάφθῳ ἅ  
 15  $AB$  ἴσα τᾶ  $B\Gamma,$  καὶ νοείσθῳ ζύγιον τὸ  $A\Gamma,$  μέσον  
 δὲ αὐτοῦ ἐσσεῖται τὸ  $B,$  καὶ κρεμάσθῳ ἐκ τοῦ  $B.$  κρε-  
 μάσθῳ δὲ καὶ τὸ  $B\Delta\Gamma$  ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ  $B, \Gamma,$   
 ἐκ δὲ τοῦ θατέρου μέρους τοῦ ζυγοῦ κρεμάσθῳ τὰ  $P,$   
 $X, \Psi, \Omega, \Delta$  χωρία κατὰ τὸ  $A.$  καὶ ἰσορροπείτω τὸ  
 20 μὲν  $P$  χωρίον τῷ  $\Delta E$  τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, τὸ δὲ  
 $X$  τῷ  $Z\Sigma$  τραπεζίῳ, τὸ δὲ  $\Psi$  τῷ  $TH,$  τὸ δὲ  $\Omega$  τῷ  
 $TI,$  τὸ δὲ  $\Delta$  τῷ  $\Xi I\Gamma$  τριγώνῳ. ἰσορροπήσει δὴ καὶ  
 τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ. ὥστε τριπλάσιον ἂν εἴη τὸ  $B\Delta\Gamma$   
 τρίγωνον τοῦ  $PX\Psi\Omega\Delta$  χωρίου. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν τμήμα  
 25 τὸ  $B\Gamma\Theta,$  ὃ περιεχέται ὑπὸ τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου

4. δέ] scripsi; δη F, ulgo. 5. ἴσα] scripsi; τα F, ulgo;  
 τὰ τμήματα ἴσα Nizzius. τμήματα F; corr. Torellius. 6.  
 IΓ] om. F; corr. Nizzius. τας τομας (ας bis per comp.) F;  
 corr. Torellius. 8. τεμνουσιν F, ulgo. την . . τομην F;  
 corr. Torellius. 9. ἐπί] scripsi; κατα F, ulgo. 14. δι-  
 ηχθῳ F; corr. Torellius. η  $A\Gamma B$  F; ἅ  $\Gamma B$  Torellius; ἢ  $AB$   
 A, ed. Basil.; corr. BCD. 18. μερους F, ulgo. 19.  $\Delta$ ]

trum perpendicularis sit, et ducatur a puncto  $B$  diametro parallela linea  $B\Delta$ , et a  $\Gamma$  linea  $\Gamma\Delta$  sectionem conii in puncto  $\Gamma$  contingens. erit igitur  $B\Gamma\Delta$  triangulus rectangulus.<sup>1)</sup> diuidatur autem  $B\Gamma$  in partes aequales quotlibet  $BE$ ,  $EZ$ ,  $ZH$ ,  $HI$ ,  $I\Gamma$ , et a punctis diuisionum diametro parallelae ducantur  $E\Sigma$ ,  $ZT$ ,  $H\Upsilon$ ,  $I\Xi$ , et a punctis, in quibus eae sectionem conii secant, lineae ducantur ad  $\Gamma$  et producantur. dico igitur, triangulum  $B\Delta\Gamma$  minorem esse quam triplo maiorem trapeziis  $KE$ ,  $\Delta Z$ ,  $MH$ ,  $NI$  cum triangulo  $\Xi I\Gamma$ , maiorem autem quam triplo maiorem trapeziis  $Z\Phi$ ,  $H\Theta$ ,  $I\Pi$  cum triangulo  $IO\Gamma$ .

ducatur enim linea  $AB\Gamma$ , et abscindatur  $AB$  lineae  $B\Gamma$  aequalis, et fingamus,  $A\Gamma$  libram esse, cuius medium erit punctum  $B$ , et ex  $B$  suspendatur. suspendatur autem etiam  $B\Delta\Gamma$  in libra ex punctis  $B$ ,  $\Gamma$ , et in altera parte librae ex puncto  $A$  suspendantur spatia  $P$ ,  $X$ ,  $\Psi$ ,  $\Omega$ ,  $\Delta$ . et aequilibratam seruet spatium  $P$  cum trapezio  $\Delta E$  ita se habenti,  $X$  autem cum trapezio  $Z\Sigma$ ,  $\Psi$  autem cum trapezio  $TH$ ,  $\Omega$  autem cum trapezio  $\Upsilon I$ , et  $\Delta$  cum triangulo  $\Xi I\Gamma$ . quare etiam totum cum toto aequilibratam seruabit. itaque triangulus  $B\Delta\Gamma$  triplo maior erit spatium

$$P + X + \Psi + \Omega + \Delta \text{ [prop. 6].}$$

et quoniam  $B\Gamma\Theta$  segmentum est linea recta et conii

1) Quia  $B\Gamma$  ad diametrum perpendicularem esse suppositum est; tam u. Eucl. I, 29.

scripsi;  $\Delta$  F, uulgo. 20.  $\epsilon\chi\omicron\nu\tau\iota$ ,  $\acute{\omega}\varsigma$   $\nu\tilde{\nu}\nu$   $\kappa\epsilon\tilde{\iota}\tau\alpha\iota$  Torellius.

22.  $\Delta$ ] scripsi;  $\Delta$  F, uulgo, ut lin. 24 et in figura.  $Z I \Gamma$  F.

24.  $\tau\mu\eta\mu\alpha$  F; corr. Torellius.





rectanguli sectione comprehensum, et a  $B$  diametro parallela ducta est linea  $B\Delta$ , a puncto  $\Gamma$  autem linea  $\Gamma\Delta$  sectionem conii in  $\Gamma$  contingens, et alia quoque linea  $\Sigma E$  diametro parallela ducta est, erit

$$B\Gamma : BE = \Sigma E : E\Phi \text{ [prop. 5].}$$

quare etiam  $BA : BE = \Delta E : KE$ .<sup>1)</sup> et eodem modo demonstrabitur esse  $AB : BZ = \Sigma Z : \Delta Z$  et

$$AB : BH = TH : MH \text{ et } AB : BI = TI : NI.$$

iam quoniam trapezium est  $\Delta E$  angulos ad puncta  $B$ ,  $E$  positos rectos habens, latera autem ad  $\Gamma$  uergentia, et spatium aliquod  $P$  in libra ex  $A$  suspensum cum eo ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibritatem seruat, et est  $BA : BE = \Delta E : KE$ ,

---

1) Nam  $BA = B\Gamma$  et  $\Delta E : KE = \Sigma E : E\Phi$ ; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 11.

---

$AZ$  F.      10.  $BI$ ]  $BH$  F.      12. σημείοις F; corr. Torellius.  
13. τὸ  $P$ ] τῶς uno ductu F.

ἄρα ἐστὶν τὸ  $ΚΕ$  χωρίον τοῦ  $P$  χωρίου. δεδείκται  
 γὰρ τοῦτο. πάλιν δὲ καὶ τὸ  $ZΣ$  τραπέζιον τὰς μὲν  
 ποτὶ τοῖς  $Z, E$  γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὲ  $ΣΤ$  νεύ-  
 ουσαν ἐπὶ τὸ  $Γ$ , ἰσορροπεῖ δὲ αὐτῷ χωρίον τὸ  $X$  ἐκ  
 5 τοῦ ζυγοῦ κρεμάμενον κατὰ τὸ  $A$ , οὕτως ἔχοντι τῷ  
 τραπέζιῳ, ὡς νῦν κείται, καὶ ἐστὶν, ὡς μὲν ἂ  $ΒΑ$  ποτὶ  
 τὰν  $ΒΕ$ , οὕτως τὸ  $ZΣ$  τραπέζιον ποτὶ τὸ  $ZΦ$ , ὡς δὲ  
 ἂ  $ΑΒ$  ποτὶ τὰν  $ΒΖ$ , οὕτως τὸ  $ZΣ$  τραπέζιον ποτὶ τὸ  
 $ΑΖ$ . εἶη οὖν καὶ τὸ  $X$  χωρίον τοῦ μὲν  $ΑΖ$  τραπέζιου  
 10 ἔλασσον, τοῦ δὲ  $ZΦ$  μείζον. δεδείκται γὰρ καὶ τοῦτο.  
 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ  $Ψ$  χωρίον τοῦ μὲν  $MH$  τρα-  
 πεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ  $ΘH$  μείζον, καὶ τὸ  $Ω$  χωρίον  
 τοῦ μὲν  $ΝΟΙH$  τραπέζιου ἔλασσον, τοῦ δὲ  $ΠΙ$  μείζον.  
 ὁμοίως δὲ καὶ τὸ  $Δ$  χωρίον τοῦ μὲν  $ΞΙΓ$  τριγώνου  
 15 ἔλασσον, τοῦ δὲ  $ΓΙQ$  μείζον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν  $ΚΕ$   
 τραπέζιον μείζον ἐστὶ τοῦ  $P$  χωρίου, τὸ δὲ  $ΑΖ$  τοῦ  $X$ ,  
 τὸ δὲ  $MH$  τοῦ  $Ψ$ , τὸ δὲ  $ΝΙ$  τοῦ  $Ω$ , τὸ δὲ  $ΞΙΓ$  τρί-  
 γωνον τοῦ  $Δ$ , φανερόν, ὅτι καὶ πάντα τὰ εἰρημένα  
 χωρία μείζονά ἐστὶ τοῦ  $PXΨΩΔ$  χωρίου. ἐστὶν δὲ  
 20 τὸ  $PXΨΩΔ$  τρίτον μέρος τοῦ  $BΓΔ$  τριγώνου. δῆλον  
 ἄρα, ὅτι τὸ  $BΓΔ$  τρίγωνον ἔλασσόν ἐστὶν ἢ τριπλά-  
 σιον τῶν  $ΚΕ, ΑΖ, MH, ΝΙ$  τραπέζιων καὶ τοῦ  $ΞΙΓ$   
 τριγώνου. πάλιν ἐπεὶ τὸ μὲν  $ZΦ$  τραπέζιον ἔλασσόν  
 ἐστὶ τοῦ  $X$  χωρίου, τὸ δὲ  $ΘH$  τοῦ  $Ψ$ , τὸ δὲ  $ΙΠ$  τοῦ  
 25  $Ω$ , τὸ δὲ  $ΙOΓ$  τρίγωνον τοῦ  $Δ$ , φανερόν, ὅτι καὶ  
 πάντα τὰ εἰρημένα ἐλάσσονά ἐστὶ τοῦ  $ΔΩΨX$  χωρίου.  
 φανερόν οὖν, ὅτι καὶ τὸ  $BΔΓ$  τρίγωνον μείζον ἐστὶν ἢ

8. εχων F; corr. B. 9. οὖν] scripsi; αν F, uulgo. κα] scripsi; και F, uulgo. 14. ὁμοίως δὲ] scripsi; ομοιως δη F, uulgo. Δ] scripsi; Δ F, uulgo, ut lin. 18, 19, 20, 25. 20.

erit  $KE > P$ . hoc enim demonstratum est [prop. 10].  
 rursus autem etiam  $Z\Sigma$  trapezium est<sup>1)</sup> angulos ad  
 $Z, E$  positos rectos habens, et latus  $\Sigma T$  ad  $\Gamma$  uer-  
 gens, et cum trapezio<sup>2)</sup> ita se habenti, ut nunc posi-  
 tum est, spatium  $X$  in libra ex  $A$  suspensum aequi-  
 libritatem seruat, et est  $BA : BE = Z\Sigma : Z\Phi$ , et  
 $AB : BZ = Z\Sigma : AZ$ . quare erit  $AZ > X > Z\Phi$ .  
 nam hoc quoque demonstratum est [prop. 12]. eadem  
 igitur de causa erit etiam  $MH > \Psi > \Theta H$ , et

$$NOIH > \Omega > \Pi I.$$

et eodem modo etiam  $\Xi I\Gamma > \frac{4}{5} > \Gamma IO$  [prop. 8].  
 iam quoniam est

$KE > P, AZ > X, MH > \Psi, NI > \Omega, \Xi I\Gamma > \frac{4}{5}$ ,  
 manifestum est, etiam omnia spatia illa maiora esse  
 spatio  $P + X + \Psi + \Omega + \frac{4}{5}$ . sed

$$P + X + \Psi + \Omega + \frac{4}{5} = \frac{1}{3} B\Gamma\Delta \text{ [prop. 6].}$$

adparet igitur, esse

$$B\Gamma\Delta < 3(KE + AZ + MH + NI + \Xi I\Gamma).$$

rursus quoniam est  $Z\Phi < X, \Theta H < \Psi, \Pi I < \Omega$ ,  
 $IO\Gamma < \frac{4}{5}$ , manifestum est, etiam omnia illa spatia  
 minora esse spatio  $\frac{4}{5} + \Omega + \Psi + X$ . manifestum  
 est igitur, etiam triangulum  $B\Delta\Gamma$  maiorem esse quam

1) Auditor  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$  lin. 2.

2) Ueri simile est, scribendum esse lin. 5:  $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\omicron\varsigma$  τοῦ  
 τραπέζιον ut p. 322 lin. 14.

τριπλάσιον τῶν  $\Phi Z$ ,  $\Theta H$ ,  $I\Pi$  τραπεζίων καὶ τοῦ  $I\Gamma O$  τριγώνου, ἔλασσον δὲ ἢ τριπλάσιον τῶν προγεγραμμένων.

ιε'.

5 Ἐστω πάλιν τὸ  $B\Theta\Gamma$  τμήμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομαῆς, ἃ δὲ  $B\Gamma$  μὴ ἔστω ποτ' ὀρθὰς τᾶ διαμέτρω. ἀναγκαῖον δὲ ἦτοι τὰν ἀπὸ τοῦ  $B$  σαμείου παρὰ τὰν διάμετρον ἀγμέναν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ τμάματι ἢ τὰν ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  ἀμβλείαν ποιεῖν  
 10 γωνίαν ποτὶ τὰν  $B\Gamma$ . ἔστω ἃ τὰν ἀμβλείαν ποιούσα ἃ ποτὶ τῷ  $B$ . καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ τοῦ  $B$  ἃ  $B\Delta$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  ἃ  $\Gamma\Delta$  ἐπιψάουσα τᾶς τοῦ κώνου τομαῆς κατὰ τὸ  $\Gamma$ . καὶ διηρήσθω ἃ  $B\Gamma$  εἰς τμάματα ἴσα ὅποσαοῦν τὰ  $BE$ ,  $EZ$ ,  $ZH$ ,  $HI$ ,  $I\Gamma$ , ἀπὸ δὲ  
 15 τῶν  $E$ ,  $Z$ ,  $H$ ,  $I$  παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθωσαν αἱ  $E\Sigma$ ,  $ZT$ ,  $H\Upsilon$ ,  $I\Xi$ , καὶ ἀπὸ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνοντι αὐταὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπεξεύχθωσαν ἐπὶ τὸ  $\Gamma$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. φανὶ δὲ καὶ νῦν τὸ  $B\Delta\Gamma$  τρίγωνον τῶν μὲν τραπεζίων τῶν  $B\Phi$ ,  $\Lambda Z$ ,  $MH$ ,  $NI$   
 20 καὶ τοῦ  $\Gamma I\Xi$  τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ  $Z\Phi$ ,  $H\Theta$ ,  $I\Pi$  καὶ τοῦ  $\Gamma O I$  τριγώνου μείζον ἢ τριπλάσιον.

ἐκβεβλήσθω ἃ  $\Delta B$  ἐπὶ θάτερα. ἀγαγὼν οὖν κάθετον τὰν  $\Gamma K$  τᾶ  $\Gamma K$  ἴσαν ἀπέλαβον τὰν  $\Lambda K$ . νοείσθω δὲ  
 25 πάλιν ζύγιον τὸ  $\Lambda\Gamma$ , μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ  $K$ , καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ  $K$ . κρεμάσθω δὲ καὶ τὸ  $\Gamma K\Delta$  τρί-

5. τμήμα F; corr. Torellius, ut lin. 9, 13. 7. δὲ] scripsi; δε F, vulgo. 8. αγμενων F. 9. αὐτά] om. F; corr. B. 11. προς per comp. F; corr. V. ἀπὸ τοῦ B Nizzius. 14. τά] ταν F. 16. ἃ] ο F; corr. Torellius. 17. επιξευχθωσαν F; corr. Torellius. 19. τῶν μὲν] τω μεν F.  $MH$ ,  $NI$ ]  $\Theta H$ ,  $\Pi I$  F; corr. Torellius. 23. ἢ F; corr. Torellius. οὖν]

triplo maiorem trapeziis  $\Phi Z$ ,  $\Theta H$ ,  $I\Pi$  cum triangulo  $I\Gamma O^1$ ), minorem autem quam triplo maiorem spatiis supra nominatis.

XV.

Sit rursus  $B\Theta\Gamma$  segmentum linea recta et conicæ sectionis comprehensum, et  $B\Gamma$  ad diametrum perpendicularis ne sit. necesse est igitur, aut lineam a puncto  $B$  ductam in eandem partem, in qua est segmentum, diametro parallelam, aut lineam a  $\Gamma$  ductam obtusum angulum cum linea  $B\Gamma$  facere. linea igitur obtusum angulum faciens ea sit, quæ ad  $B$  est. et a puncto  $B$  diametro parallela ducatur  $B\Delta$ , et a  $\Gamma$  linea  $\Gamma\Delta$  sectionem conicæ in  $\Gamma$  contingens. et linea  $B\Gamma$  in partes aequales quotlibet diuidatur  $BE$ ,  $EZ$ ,  $ZH$ ,  $HI$ ,  $I\Gamma$ , et a punctis  $E$ ,  $Z$ ,  $H$ ,  $I$  diametro parallelæ ducantur  $E\Sigma$ ,  $ZT$ ,  $H\Upsilon$ ,  $I\xi$ , et a punctis, in quibus eae sectionem conicæ secant, ad punctum  $\Gamma$  ducantur [lineæ] et producantur. dico igitur, sic quoque esse  $3(B\Phi + \Delta Z + MH + NI + \Gamma I\xi) > B\Delta\Gamma > 3(Z\Phi + H\Theta + I\Pi + \Gamma OI)$ .

producatur  $\Delta B$  in alteram partem.<sup>4</sup>) ducta igitur linea  $\Gamma K$  perpendiculari posui  $AK$  lineæ  $\Gamma K$  æqualem. fingamus igitur rursus, libram esse  $A\Gamma$ , et medium eius punctum  $K$ , et ex  $K$  suspendatur. suspendatur autem etiam triangulus  $\Gamma K\Delta$  in dimidia libra

1) Nam  $B\Delta\Gamma > 3(\Delta + \Theta + \Psi + X)$ .

2) H. e. non in eam partem, in qua segmentum est.

addidi; om. F, uulgo.  
κρεμασθω F, uulgo.

24. ισην F; corr. Torellius.

26. κε-

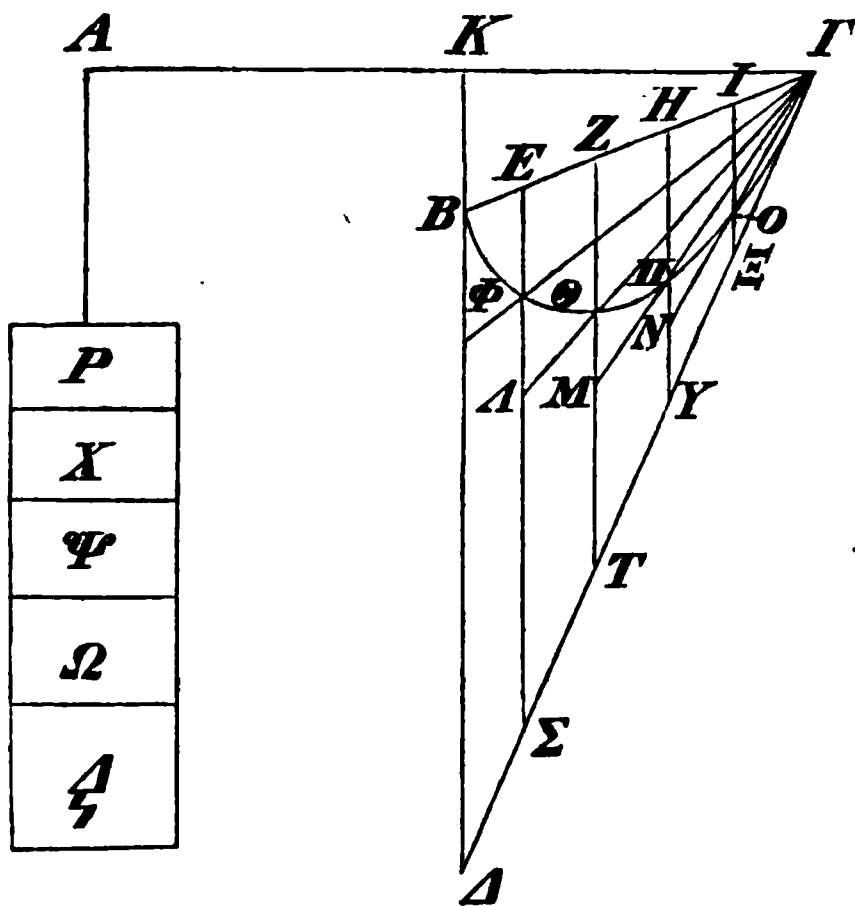
γωνον ἐκ τοῦ ἡμίσεος τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ  $\Gamma$ ,  $K$  ἔχον,  
ὡς νῦν κείται, καὶ ἐκ τοῦ θατέρου μέρους τοῦ ζυγοῦ  
κρεμάσθωσαν κατὰ τὸ  $A$  τὰ  $P$ ,  $X$ ,  $\Psi$ ,  $\Omega$ ,  $\Delta$  χωρία,  
καὶ τὸ μὲν  $P$  τῷ  $\Delta E$  τραπεζίῳ ἰσορροπεῖτω οὕτως  
5 ἔχοντι, ὡς νῦν κείται, τὸ δὲ  $X$  τῷ  $Z\Sigma$  τραπεζίῳ, τὸ  
δὲ  $\Psi$  τῷ  $TH$ , τὸ δὲ  $\Omega$  τῷ  $TI$ , τὸ δὲ  $\Delta$  τῷ  $ΓΙΞ$   
τριγώνῳ. ἰσορροπήσει δὴ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ. ὥστε  
εἶη ἂν καὶ τὸ  $\Delta B\Gamma$  τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ  $PX\Psi\Omega\Delta$   
χωρίου. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθησέεται τό τε  $B\Phi$   
10 τραπέζιον τοῦ  $P$  χωρίου μείζον, καὶ τὸ μὲν  $\Theta E$  τρα-  
πέζιον μείζον ἐὼν τοῦ  $X$  χωρίου, τὸ δὲ  $Z\Phi$  ἔλαττον,  
καὶ τὸ μὲν  $MH$  τραπέζιον μείζον ἐὼν τοῦ  $\Psi$  χωρίου,  
τὸ δὲ  $H\Theta$  ἔλασσον, καὶ ἔτι τὸ μὲν  $NI$  τραπέζιον  
μείζον ἐὼν τοῦ  $\Omega$  χωρίου, τὸ δὲ  $\Pi I$  ἔλασσον, καὶ τὸ  
15 μὲν  $\Xi I\Gamma$  τρίγωνον μείζον τοῦ  $\Delta$  χωρίου, τὸ δὲ  $\Gamma I O$   
ἔλασσον. δῆλον οὖν ἔστιν, ὃ ἔδει δείξαι.

15'.

"Ἐστω πάλιν τμήμα τὸ  $B\Theta\Gamma$  περιεχόμενον ὑπὸ  
εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἄχθω διὰ  
20 μὲν τοῦ  $B$  ἅ  $B\Delta$  παρὰ τὴν διάμετρον, ἀπὸ δὲ τοῦ  $\Gamma$   
ἅ  $\Gamma\Delta$  ἐπιψάουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ  $\Gamma$ .

1. ημισους F, vulgo. 2. καί] addidi; om. F, vulgo. με-  
ρους F, vulgo. 3. τά] των FV.  $\Delta$ ] scripsi;  $\Delta$  F, vulgo  
(ut in figura et lin. 15). 4. τό] τω F, ut lin. 5 (alt.), 6 (prius).  
6.  $\Delta$ ] F;  $\Delta$  vulgo, ut lin. 8. 7. δῆ] scripsi; δε F, vulgo.  
8. P] O F. 10. P] PX F. 16. ὃ ἔδει δείξαι] addidi (scrip-  
tum erat  $\overline{\sigma\iota}$ ); om. F, vulgo; τὸ προτεθέν Torellius. 18. τμημα  
F; corr. Torellius. 20. διαμετρο (cum comp. ον) ον F.

ex punctis  $\Gamma, K$  ita se habens, ut nunc positus est, et in altera parte librae ex puncto  $A$  suspendantur



spatia  $P, X, \Psi, \Omega, \Delta$ , et spatium  $P$  cum trapezio  $\Delta E$  ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibratam seruet, et spatium  $X$  cum trapezio  $Z\Sigma$ , et  $\Psi$  cum  $TH$ , et  $\Omega$  cum  $TI$ , et  $\Delta$  cum triangulo  $\Gamma I E$ . quare etiam totum cum toto aequilibritatem seruabit. itaque erit [prop. 7]

$$\Delta B \Gamma = 3(P + X + \Psi + \Omega + \Delta).$$

eodem igitur modo, quo supra<sup>1)</sup>, demonstrabimus, esse

$$B\Phi > P, \Theta E > X > Z\Phi, MH > \Psi > H\Theta, NI > \Omega > \Pi I, \Xi I \Gamma > \Delta > \Gamma I O.$$

itaque adparet id, quod demonstrandum erat.

### XVI.

Rursus sit  $B\Theta\Gamma$  segmentum linea recta et sectione conii rectanguli comprehensum, et per  $B$  ducatur  $B\Delta$  diametro parallela, et a  $\Gamma$  puncto linea  $\Gamma\Delta$  sectionem conii in  $\Gamma$  puncto contingens. et spatium  $Z$  tertia pars sit

1) Prop. 14, sed pro propp. 10, 12, 8 usurpandae sunt propp. 11, 13, 9.

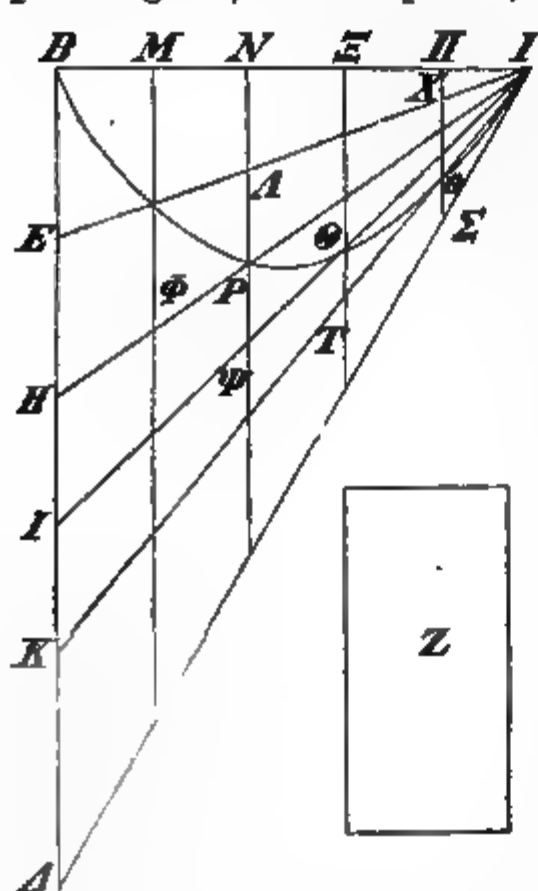
ἔστω δὲ τοῦ  $B\Delta\Gamma$  τριγώνου τρίτον μέρος τὸ  $Z$  χω-  
ρίον. φανί δὴ τὸ  $B\Theta\Gamma$  τμήμα ἴσον εἶμεν τῷ  $Z$  χωρίῳ.  
εἰ γὰρ μὴ ἔστιν ἴσον, ἤτοι μείζον ἔστιν ἢ ἔλασσον.  
ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζον. ἂ ἄρα ὑπεροχά,  
5 ἂ ὑπερέχει τὸ  $B\Gamma\Theta$  τμήμα τοῦ  $Z$  χωρίου, συντιθεμένα  
αὐτὰ ἑαυτᾶ ἔσσειται μείζων τοῦ  $B\Gamma\Delta$  τριγώνου. δυ-  
νατὸν δὲ ἔστι λαβεῖν τι χωρίον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς,  
ὃ ἔσσειται μέρος τοῦ  $B\Delta\Gamma$  τριγώνου. ἔστω δὴ τὸ  
 $B\Gamma E$  τρίγωνον ἔλασσόν τε τᾶς εἰρημένας ὑπεροχᾶς  
10 καὶ μέρος τοῦ  $B\Delta\Gamma$  τριγώνου. ἔσσειται δὲ τὸ αὐτὸ  
ἂ  $B E$  μέρος τᾶς  $B\Delta$ . διηρήσθω οὖν ἂ  $B\Delta$  ἐς τὰ  
μέρεα, καὶ ἔστω τὰ τῶν διαιρεσίων σημεία τὰ  $H, I, K$ .  
καὶ ἀπὸ τῶν  $H, I, K$  σημείων ἐπὶ τὸ  $\Gamma$  εὐθείαι ἐπ-  
εξεύχθωσαν· τέμνοντι δὴ αὐταὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν,  
15 ἐπεὶ ἂ  $\Gamma\Delta$  ἐπιψάνουσά ἐντι αὐτᾶς κατὰ τὸ  $\Gamma$ . καὶ διὰ  
τῶν σημείων, καθ' ἂ τέμνοντι τὰν τομάν αἱ εὐθείαι,  
ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον αἱ  $M\Phi, NP, \Xi\Theta, \Pi O$ .  
ἔσσοῦνται δὲ αὐταὶ καὶ παρὰ τὰν  $B\Delta$ . ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν  
ἔστι τὸ  $B\Gamma E$  τρίγωνον τᾶς ὑπεροχᾶς, ἂ ὑπερέχει τὸ  $B\Theta\Gamma$   
20 τμήμα τοῦ  $Z$  χωρίου, δῆλον, ὡς τὰ συναμφοτέρα τό-  
τε  $Z$  χωρίον καὶ τὸ  $B\Gamma E$  τρίγωνον ἐλάσσονά ἐντι  
τοῦ τμήματος. καὶ τῷ  $B\Gamma E$  τριγώνῳ ἴσα τὰ τρα-  
πέζιά ἐντι, δι' ὧν ἂ τοῦ κώνου τομὰ πορευέται, τὰ  
 $ME, \Phi\Lambda, \Theta P, \Theta O$ , καὶ τὸ  $\Gamma O\Sigma$  τρίγωνον. τὸ μὲν

2. τμημα F; corr. Torellius, ut lin. 5. τῷ] το F. 4.  
ἄρα] addidi; om. F, uulgo. 5.  $B\Gamma\Theta$ ] scripsi;  $B\Gamma\Delta$  F;  $B\Theta\Gamma$   
uulgo. 6. εσται per comp. F, uulgo. 8. δῆ] scripsi; δε F,  
uulgo. 12. μέρεα] scripsi; μερη F, uulgo. διαιρεσεων F,  
uulgo. σημεία F; corr. Torellius. 13. τὸ  $\Gamma$ ] τὰ  $\Gamma E$  F;  
corr. Torellius. εὐθεία F; corr. Torellius. 16. καθ' ἂ]  
om. F; corr. Torellius. 17.  $\Pi O$ ]  $\pi\sigma$ , ut uidetur (potest tamen  
legi  $\Pi O$ ) F; corr. Torellius. etiam in figura F pro O habet C.  
19.  $B\Theta\Gamma$ ]  $B\Theta I$  F. 20. τμημα F; corr. Torellius, ut lin. 22.



trianguli  $B\Delta\Gamma$ . dico igitur, segmentum  $B\Theta\Gamma$  aequale esse spatio  $Z$ .

nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius igitur, si fieri potest, maius sit. excessus igitur,



quo segmentum  $B\Gamma\Theta$  spatium  $Z$  excedit, sibi ipse additus maior erit triangulo  $B\Gamma\Delta$  [p. 296, 9]. et fieri potest, ut sumatur spatium aliquod excessu minus, quod pars sit trianguli  $B\Delta\Gamma$ . sit igitur triangulus  $B\Gamma E$  et excessu illo minor et pars trianguli  $B\Delta\Gamma$ . eadem autem pars lineae  $B\Delta$  erit linea  $BE$  [Eucl. VII, 1]. diuidatur igitur linea  $B\Delta$  in partes [aequales lineae  $BE$ ], et puncta diuisionum sint  $H, I, K$ .

et a punctis  $H, I, K$  ad punctum  $\Gamma$  lineae ducantur. secant igitur sectionem conii, quoniam linea  $\Gamma\Delta$  eam in puncto  $\Gamma$  contingit. et per puncta, in quibus lineae illae sectionem secant, diametro parallelae ducantur lineae  $M\Phi, NP, E\Theta, \Pi O$ . itaque etiam lineae  $B\Delta$  parallelae erunt. iam quoniam est

$$B\Gamma E < B\Theta\Gamma \div Z,$$

adparet, esse  $Z + B\Gamma E < B\Theta\Gamma$ . triangulo  $B\Gamma E$  autem aequalia sunt trapezia, per quae conii sectio ducta est,  $ME, \Phi A, \Theta P, \Theta O$  cum triangulo  $\Gamma O\Sigma$ . nam tra-

γὰρ  $ΜΕ$  τραπέζιον κοινόν, τὸ δὲ  $ΜΑ$  ἴσον τῷ  $ΦΑ$ ,  
 καὶ τὸ  $ΛΞ$  ἴσον τῷ  $ΘΡ$ , καὶ τὸ  $ΧΞ$  ἴσον τῷ  $ΟΘ$ , καὶ  
 τὸ  $ΓΧΠ$  τρίγωνον τῷ  $ΓΟΣ$  τριγώνῳ. τὸ δὲ  $Z$  χω-  
 ρίον ἔλασσόν ἐστι τῶν τραπεζίων τῶν  $ΜΑ$ ,  $ΞΡ$ ,  $ΠΘ$   
 5 καὶ τοῦ  $ΠΟΓ$  τριγώνου. καὶ ἐστὶ τὸ  $ΒΔΓ$  τρίγωνον  
 τριπλάσιον τοῦ  $Z$  χωρίου. τὸ δὲ  $ΒΔΓ$  ἔλασσόν ἐστὶν  
 ἢ τριπλάσιον τῶν  $ΜΑ$ ,  $ΡΞ$ ,  $ΘΠ$  τραπεζίων καὶ τοῦ  
 $ΠΟΓ$  τριγώνου· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μείζον  
 ἐὼν ἢ τριπλάσιον. οὐκοῦν οὐ μείζον ἐστὶ τὸ  $ΒΘΓ$   
 10 τμήμα τοῦ  $Z$  χωρίου. λέγω δὲ, ὅτι οὐδὲ ἔλασσον.  
 ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν ἄρα ἡ ὑπεροχά,  
 ἢ ὑπερέχει τὸ  $Z$  χωρίον τοῦ  $ΒΘΓ$  τμήματος, αὐτὰ  
 ἑαυτᾶ συντιθεμένα ὑπερέχει καὶ τοῦ  $ΒΔΓ$  τριγώνου.  
 δυνατόν δὲ ἐστὶ λαβεῖν χωρίον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς,  
 15 ὃ ἐσσεῖται μέρος τοῦ  $ΒΔΓ$  τριγώνου. ἔστω οὖν τὸ  
 $ΒΓΕ$  τρίγωνον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς καὶ μέρος τοῦ  
 $ΒΔΓ$  τριγώνου, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω.  
 ἐπεὶ οὖν ἐστὶ τὸ  $ΒΓΕ$  τρίγωνον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς,  
 ἢ ὑπερέχει τὸ  $Z$  χωρίον τοῦ  $ΒΘΓ$  τμήματος, τὸ  $ΒΕΓ$   
 20 τρίγωνον καὶ τὸ  $ΒΘΓ$  τμήμα ἀμφοτέρω ἐλάσσονά ἐστι  
 τοῦ  $Z$ . ἐστὶν δὲ καὶ τὸ  $Z$  χωρίον ἔλασσον τῶν τε-  
 τραπλεύρων τῶν  $ΕΜ$ ,  $ΦΝ$ ,  $ΨΞ$ ,  $ΠΤ$  καὶ τοῦ  $ΓΠΣ$   
 τριγώνου· ἐστὶν γὰρ τὸ  $ΒΔΓ$  τοῦ μὲν  $Z$  τριπλάσιον,  
 τῶν δὲ εἰρημένων χωρίων ἔλασσον ἢ τριπλάσιον, ὡς  
 25 ἐν τῷ πρὸ τούτου ἐδείχθη. ἔλασσον ἄρα τὸ  $ΒΓΕ$

9. ον F, vulgo; om. ed. Basil., Torellius. 10. τμημα F;  
 corr. Torellius, ut lin. 12, 19, 20. 11. ἄρα] addidi; om. F,  
 vulgo. 20. ἐστι] per comp. F.

pezium  $ME$  commune est, et  $MA = \Phi A$ , et  $A\xi = \Theta P$ ,  
 et  $X\xi = O\Theta^1)$ , et  $\Gamma X\Pi = \Gamma O\Sigma^2)$  itaque erit

$$Z < MA + \xi P + \Pi\Theta + \Pi O\Gamma^3)$$

et  $B\Delta\Gamma = 3Z$ . itaque erit

$$B\Delta\Gamma < 3(MA + P\xi + \Theta\Pi + \Pi O\Gamma);$$

quod fieri non potest. nam demonstratum est, maiorem eum esse quam triplo maiorem [prop. 14—15]. itaque segmentum  $B\Theta\Gamma$  maius non est spatio  $Z$ . dico igitur, id ne minus quidem esse. sit enim, si fieri potest, minus. rursus igitur excessus, quo spatium  $Z$  segmentum  $B\Theta\Gamma$  excedit, sibi ipse additus etiam triangulum  $B\Delta\Gamma$  excedet [p. 296, 9]. et fieri potest, ut sumatur spatium excessu minus, ita ut pars sit trianguli  $B\Delta\Gamma$ . sit igitur triangulus  $B\Gamma E$  et minor excessu et pars trianguli  $B\Delta\Gamma$ , et cetera eodem modo, quo supra [p. 330, 10], comparentur. quoniam igitur triangulus  $B\Gamma E$  minor est excessu, quo spatium  $Z$  segmentum  $B\Theta\Gamma$  excedit, triangulus  $B\Gamma E$  et segmentum  $B\Theta\Gamma$  simul sumpta minora sunt spatio  $Z$ . sed etiam  $Z < EM + \Phi N + \Psi\xi + \Pi T + \Gamma\Pi\Sigma$ ; nam  $B\Delta\Gamma = 3Z$ , sed

$$B\Delta\Gamma < 3(EM + \Phi N + \Psi\xi + \Pi T + \Gamma\Pi\Sigma),$$

1) Nam  $MA : \Phi A = NA : AP$  (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 11); sed  $NA = AP$ , quia

$NA : AP = BE : EH$  (ibid. p. 178 nr. 3),  
 et  $BE = EH$ .

2) Nam  $\Pi X = O\Sigma$ , quia  $BE = K\Delta$  (ibid. p. 178 nr. 3), et altitudo communis est.

3) Nam  $ME + N\Phi + \xi\Psi + \Pi T + \Pi\Sigma\Gamma > B\Theta\Gamma$  et

$$ME + \Phi A + \Theta P + \Theta O + \Gamma O\Sigma = B\Gamma E$$

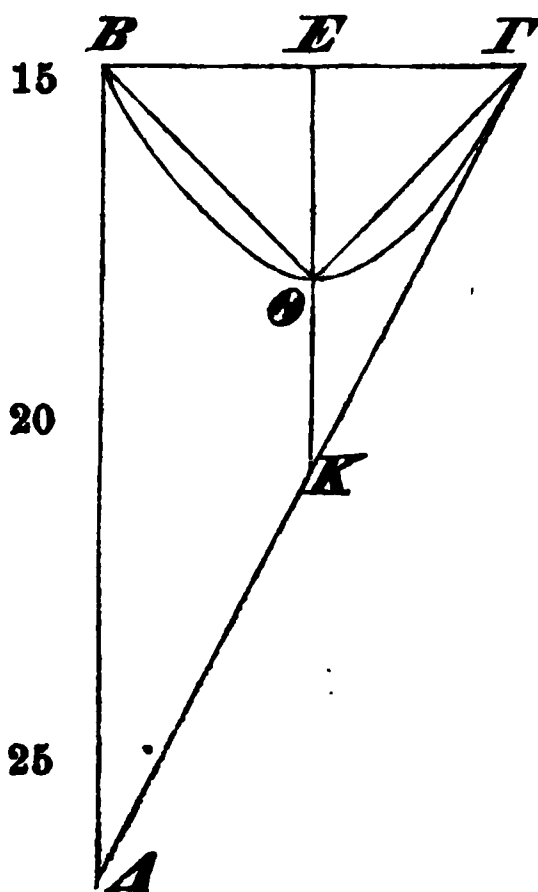
$$\frac{MA + \xi P + \Pi\Theta + \Pi O\Gamma > B\Theta\Gamma \div B\Gamma E.}{}$$

sed  $B\Theta\Gamma \div B\Gamma E > Z$ .

τρίγωνον καὶ τὸ  $B\Theta\Gamma$  τμᾶμα τῶν τετραπλεύρων τῶν  
 $EM, \Phi N, \Xi\Psi, \Pi T$  καὶ τοῦ  $\Gamma\Pi\Sigma$  τριγώνου. ὥστε  
 κοινουῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ τμᾶματος ἔλασσον εἴη καὶ  
 τὸ  $\Gamma B E$  τρίγωνον τῶν περιλειπομένων χωρίων· ὅπερ  
 5 ἐστὶν ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ ἴσον εἶναι τὸ  $B E \Gamma$  τρί-  
 γωνον τοῖς τραπεζίοις τοῖς  $EM, \Phi A, \Theta P, \Theta O$  καὶ  
 τῷ  $\Gamma O \Sigma$  τριγώνῳ, ἃ ἐντι μείζονα τῶν περιλειπομένων  
 χωρίων. οὐκ ἄρα ἔλασσον τὸ  $B\Theta\Gamma$  τμᾶμα τοῦ  $Z$  χω-  
 ρίου· ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μείζον. ἴσον ἄρα τὸ τμᾶμα  
 10 τῷ  $Z$  χωρίῳ.

ιζ'.

Τούτου δεδειγμένου φανερόν, ὅτι πᾶν τμᾶμα περι-  
 εχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου το-



μᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου  
 τοῦ ἔχοντος βάσιν τὰν αὐτὰν τῷ  
 τμᾶματι καὶ ὕψος ἴσον.

ἔστω γὰρ τμᾶμα περιεχόμενον  
 ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου  
 κώνου τομᾶς, κορυφὰ δὲ αὐτοῦ  
 ἔστω τὸ  $\Theta$  σαμεῖον. καὶ ἐγγε-  
 γράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ  $B\Theta\Gamma$   
 τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμᾶματι  
 καὶ ὕψος ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ  $\Theta$  σα-  
 μεῖον κορυφὰ ἐστὶ τοῦ τμᾶματος,  
 ἃ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  εὐθεῖα παρὰ τὰν διά-  
 μετρον ἀχθεῖσα δίχα τέμνει τὰν  $B\Gamma$ ,  
 καὶ ἃ  $B\Gamma$  ἐστὶ παρὰ τὰν ἐπιψαύου-

1. τμῆμα F; corr. Torellius, ut lin. 3, 8, 9, 12, 16, 17, 22.  
 3. κα] addidi; om. F, vulgo. 13. τομῆς F. 17. τμᾶμα τὸ  
 $B\Theta\Gamma$  Nizzius. 27. καί] ἐπεὶ Nizzius.

ut in propositione praecedenti<sup>1)</sup> demonstratum est. itaque

$$B\Gamma E + B\Theta\Gamma < EM + \Phi N + \Xi\Psi + \Pi T + \Gamma\Pi\Sigma.$$

quare ablato, quod commune est, segmento triangulus  $\Gamma BE$  minor erit spatiis reliquis; quod fieri non potest. nam demonstratum est, triangulum  $BE\Gamma$  aequalem esse  $EM + \Phi A + \Theta P + \Theta O + \Gamma O \Sigma$  [p. 330, 22], quae maiora sunt spatiis reliquis. itaque segmentum  $B\Theta\Gamma$  minus non est spatio  $Z$ ; et demonstratum est, id ne maius quidem esse. itaque segmentum aequale est spatio  $Z$ .

## XVII.

Hoc demonstrato manifestum est, quoduis segmentum linea recta et sectione conici rectanguli comprehensum tertia parte maius esse triangulo eandem basim habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem.

sit enim  $[B\Theta\Gamma]$  segmentum linea recta et sectione conici rectanguli comprehensum, uertex autem eius sit punctum  $\Theta$ , et ei inscribatur triangulus  $B\Theta\Gamma$  eandem basim habens, quam segmentum, et altitudinem aequalem. iam quoniam punctum  $\Theta$  uertex est segmenti, linea a puncto  $\Theta$  diametro parallela ducta lineam  $B\Gamma$  in duas partes aequales diuidit<sup>2)</sup>, et linea  $B\Gamma$  lineae in  $\Theta$  sectionem contingenti parallela est [prop. 1, b].

1) H. e. prop. 14—15, quae fortasse in unum coniungendae erant.

2) Per conuersam prop. 18. mirum est, Archimedes iam hoc loco nomina  $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\varsigma$  τοῦ τμήματος et κορυφὰ τοῦ τμήματος usurpasse, quae infra demum (p. 336, 12) definiuntur.

σαν τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ  $\Theta$ . ἄχθω δὲ ἅ  $E\Theta$  παρὰ τὰν διάμετρον, ἄχθω δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ  $B$  παρὰ τὰν διάμετρον ἅ  $B\Delta$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $\Gamma$  ἅ  $\Gamma\Delta$  ἐπιψάουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ  $\Gamma$ . ἐπεὶ οὖν ἅ μὲν  $K\Theta$  <sup>δ</sup> παρὰ τὰν διάμετρον ἐστίν, ἅ δὲ  $\Gamma\Delta$  ἐπιψάουσα τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ  $\Gamma$ , ἅ δὲ  $E\Gamma$  παράλληλός ἐστι τᾶ ἐπιψανούσα τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ  $\Theta$ , τὸ  $B\Delta\Gamma$  τρίγωνον τετραπλάσιόν ἐστὶ τοῦ  $B\Theta\Gamma$  τριγώνου. ἐπεὶ δὲ τὸ  $B\Delta\Gamma$  τρίγωνον τοῦ μὲν  $B\Theta\Gamma$  τμήματος τριπλάσιόν ἐστὶ, τοῦ δὲ  $B\Theta\Gamma$  τριγώνου τετραπλάσιον, δῆλον, ὡς ἐπίτριτόν ἐστὶ τὸ  $B\Theta\Gamma$  τμᾶμα τοῦ  $B\Theta\Gamma$  τριγώνου.

Τῶν τμαμάτων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τε εὐθείας καὶ καμπύλας γραμμᾶς βάσιν μὲν καλέω τὰν εὐθεϊαν, ὕψος δὲ τὰν μεγίσταν κάθετον ἀπὸ τᾶς καμπύλας γραμ-  
 15 μᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν βάσιν τοῦ τμήματος, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, ἀφ' οὗ ἅ μέγιστα κάθετος ἀγέται.

ιη'.

Εἴ κα ἐν τμήματι, ὃ περιεχέται ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος ἀχθῆ  
 20 εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον, κορυφὰ ἐσσεῖται τοῦ τμήματος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅ παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα τέμνει τὰν τοῦ κώνου τομάν.

ἔστω γὰρ τμᾶμα τὸ  $AB\Gamma$  περιεχόμενον ὑπὸ τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἀπὸ μέσας  
 25 τᾶς  $AG$  ἀχθῶ ἅ  $\Delta B$  παρὰ τὰν διάμετρον. ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾶ ἅ  $B\Delta$  ἄκται παρὰ τὰν

9. τμηματος F, vulgo. 11. τμᾶμα τοῦ  $B\Theta\Gamma$ ] του  $B\Delta\Gamma$  F; corr. B (τμημα; corr. Torellius). 12. τμηματων F; corr. Torellius, ut lin. 15, 18, 20, 23. 13. καλω F, vulgo. 14. ἀπό] απο επι FC. 15. αποκτομεναν F; corr. B. 19. βασεω; F, vulgo. 22. τὰν τοῦ] τα του F. 25. οὖν] per comp. F. 26. ορθωγωνιου F, vulgo. κώνου] om. F; corr. Torellius.

ducatur autem  $E\Theta$  diametro parallela, et etiam a puncto  $B$  diametro parallela ducatur  $B\Delta$ , et a  $\Gamma$  linea  $\Gamma\Delta$  conicam sectionem in puncto  $\Gamma$  contingens. quoniam igitur linea  $K\Theta$  diametro parallela est,  $\Gamma\Delta$  autem sectionem in  $\Gamma$  contingit, et  $E\Gamma$  lineae sectionem in  $\Theta$  contingenti parallela est, erit  $B\Delta\Gamma = 4B\Theta\Gamma$ .<sup>1)</sup> et quoniam triangulus  $B\Delta\Gamma$  triplo maior est segmento  $B\Theta\Gamma$  [prop. 16], et quadruplo maior triangulo  $B\Theta\Gamma$ , adparet, segmentum  $B\Theta\Gamma$  tertia parte maius esse triangulo  $B\Theta\Gamma$ .

Segmentorum linea recta et curua aliqua linea comprehensorum basim uoco lineam rectam, altitudinem autem maximam earum linearum, quae a curua linea ad basim perpendiculares ducantur, uerticem autem punctum, unde perpendicularis maxima ducatur.

### XVIII.

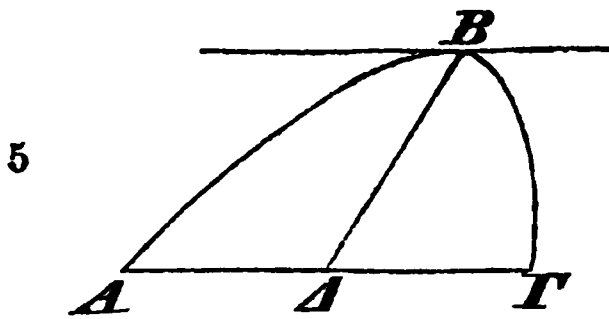
Si in segmento linea recta et conicam sectionem comprehenso a media basi linea diametro parallela ducitur, uertex segmenti erit punctum, in quo linea diametro parallela conicam sectionem secat.<sup>2)</sup>

sit enim  $AB\Gamma$  segmentum linea recta et conicam sectionem comprehensum, et a media linea  $A\Gamma$  ducatur  $\Delta B$  diametro parallela. quoniam igitur in sectione conicam sectionem lineam  $B\Delta$  diametro par-

1) Nam  $EK : B\Delta = E\Gamma : B\Gamma = 1 : 2$ ; sed  $E\Theta = \Theta K$  (prop. 2). et  $B\Theta\Gamma : B\Gamma\Delta = E\Theta : B\Delta$  (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 7) = 1 : 4.

2) Linea  $\Delta B$  diameter segmenti erit (cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 44 et p. 51 nr. 14). tum cfr. Apollon. I def. 11: κορυφήν δὲ τῆς καμπύλης γραμμῆς τὸ πέρασ τῆς εὐθείας (h. e. τῆς διαμέτρου) τὸ πρὸς τῇ γραμμῇ.

διάμετρον, καὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ  $A\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$ , δῆλον, ὡς παρ-  
 ἀλλήλός ἐντι ᾗ τε  $A\Gamma$  καὶ ᾗ κατὰ τὸ  $B$  ἐπιψάουσα



ἔστιν τοῦ τμήματος τὸ  $B$  σαρμεῖον.

τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. φανε-  
 ρὸν οὖν, ὅτι τᾶν ἀπὸ τᾶς το-  
 μᾶς ἐπὶ τὰν  $A\Gamma$  ἀγομέναν κα-  
 θέτων μεγίστα ἐσσεῖται ᾗ ἀπὸ  
 τοῦ  $B$  ἀγομένα. κορυφὰ οὖν

ιθ'.

- 10 Ἐν τμήματι περιεχομένῳ ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθο-  
 γωνίου κώνου τομᾶς ᾗ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος ἀχθεῖσα  
 τᾶς ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας ἀγομένας ἐπίτριτος ἐσσεῖ-  
 ται μάκει.

ἔστω γὰρ τὸ  $AB\Gamma$  τμήμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐ-  
 15 θείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἄχθω παρὰ  
 τὰν διάμετρον ᾗ μὲν  $B\Delta$  ἀπὸ μέσας τᾶς  $A\Gamma$ , ᾗ δὲ  
 $EZ$  ἀπὸ μέσας τᾶς  $A\Delta$ . ἄχθω δὲ καὶ ᾗ  $Z\Theta$  παρὰ  $A\Gamma$ .  
 ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ᾗ  $B\Delta$  παρὰ τὰν  
 διάμετρον ἄκται, καὶ αἱ  $A\Delta$ ,  $Z\Theta$  παρὰ τὰν κατὰ τὸ  
 20  $B$  ἐπιψάουσαν τᾶς τομᾶς ἐντι, δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν  
 ἔχοντι λόγον ᾗ  $B\Delta$  ποτὶ τὰν  $B\Theta$  μάκει, ὃν ᾗ  $A\Delta$   
 ποτὶ τὰν  $Z\Theta$  δυνάμει. τετραπλασία ἄρα ἐστὶν καὶ ᾗ  
 $B\Delta$  τᾶς  $B\Theta$  μάκει. φανερὸν οὖν, ὅτι ἐπίτριτός ἐστὶν  
 ᾗ  $B\Delta$  τᾶς  $EZ$  μάκει.

1. παραλλήλοι? 4. τᾶν] om. F; corr. Torellius. 5.  
 αγομενας F; corr. Torellius. καθέτων] scripsi; καθετος F,  
 uulgo. 8. τμηματος F; corr. Torellius. 10. ἐν τμήματι  
 περιεχομένῳ] scripsi; cfr. Quaest. Arch. p. 153; εἰκα τμημα  
 περιεχομενον F, uulgo; εἰκα εἰς τμήμα περιεχόμενον ed. Basil.,  
 Torellius (αἰκα—τμήμα). 11. βασεως F, uulgo. 18. κωνω F.  
 20. τᾶς τομᾶς ἐντι] scripsi; αιμεντι F, uulgo; ἔσται μέντοι B,  
 ed. Basil.; ἔστι μέντοι Torellius. ταν αυταν F. 21. ἔχοντι]  
 ἔχει Ien.; fort. pro ὃν lin. 21 scrib. καί.

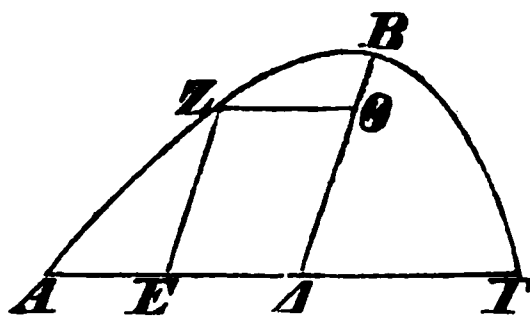


allela ducta est, et  $A\Delta = \Delta\Gamma$ , adparet, lineam  $A\Gamma$  et lineam in puncto  $B$  sectionem conii contingentem parallelas esse [prop. 1, b]. itaque manifestum est, linearum, quae a sectione ad lineam  $A\Gamma$  perpendicularares ducantur, maximam fore lineam a puncto  $B$  ductam.<sup>1)</sup> itaque punctum  $B$  uertex est sectionis [p. 336, 15].

XIX.

In segmento linea recta et sectione conii rectanguli comprehenso linea a media basi [diametro parallela]<sup>2)</sup> ducta tertia parte maior est longitudine quam linea a media basi dimidia [eodem modo] ducta.

sit enim  $AB\Gamma$  segmentum linea recta et sectione conii rectanguli comprehensum, et diametro parallelae ducantur a media linea  $A\Gamma$  linea  $B\Delta$  et a media



linea  $A\Delta$  linea  $EZ$ . et ducatur etiam  $Z\Theta$  lineae  $A\Gamma$  parallela. quoniam igitur in sectione conii rectanguli  $B\Delta$  diametro parallela

ducta est, et lineae  $A\Delta$ ,  $Z\Theta$  lineae in  $B$  sectionem contingentem parallelas sunt<sup>3)</sup>, adparet, esse  $B\Delta : B\Theta = A\Delta^2 : Z\Theta^2$  [prop. 3]. itaque etiam  $B\Delta = 4B\Theta$ .<sup>4)</sup> manifestum est igitur, esse  $B\Delta = \frac{4}{3}EZ$ .<sup>5)</sup>

1) Nam si ullius puncti sectionis distantia maior esset, pars sectionis extra lineam in  $B$  contingentem caderet. itaque conii sectionem secaret, quod contra hypothesis est.

2) Fortasse lin. 11 post ἀχθείσα addendum: παρὰ τὰν διαμέτρων.

3) Quia  $A\Delta = \Delta\Gamma$ ; tum u. prop. 1, b.

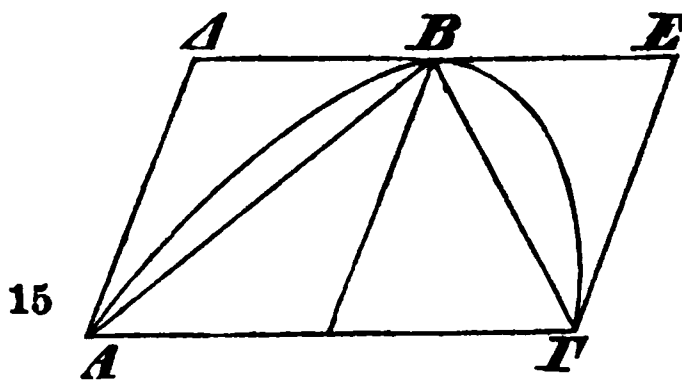
4) Nam  $A\Delta = 2Z\Theta$ .

5) Nam  $\Theta\Delta = 3B\Theta = EZ$ .

κ'.

Εἰ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῆ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμᾶματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό, μείζον  
5 ἔσσειται τὸ ἐγγραφέν τρίγωνον ἢ ἡμισυ τοῦ τμᾶματος.

ἔστω γὰρ τὸ  $ABΓ$  τμᾶμα, οἷον εἰρήται, καὶ ἐγγε-  
γράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ  $ABΓ$  τὰν αὐτὰν ἔχον  
βάσιν τῷ ὅλῳ καὶ ὕψος ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ τρίγωνον  
τῷ τμᾶματι τὰν αὐτὰν ἔχει βάσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτό,  
10 ἀναγκαῖον, τὸ  $B$  σαιμεῖον κορυφὰν εἶμεν τοῦ τμᾶμα-



15

τος. παράλληλος ἄρα ἐστὶν  
ἡ  $AG$  τῷ  $DE$  κατὰ τὸ  $B$  ἐπι-  
ψανούσα τᾶς τομᾶς. ἄχθω  
ἡ  $DE$  διὰ τοῦ  $B$  παρὰ  
τὰν  $AG$ , καὶ ἀπὸ τῶν  $A$ ,  
15  $Γ$  αἰ  $AD$ ,  $ΓE$  παρὰ τὰν  
διάμετρον. πεσοῦνται δὴ αὐταὶ ἐκτὸς τοῦ τμᾶματος.  
ἐπεὶ οὖν ἡμισύ ἐστι τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον τοῦ  $ADEΓ$   
παραλληλογράμμου, φανερόν, ὅτι μείζον ἐστὶν ἢ τὸ  
20 ἡμισυ τοῦ τμᾶματος.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

Τούτου δεδειγμένου δῆλον, ὅτι [ὡς] ἐς τοῦτο τὸ  
τμᾶμα δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἐγγράψαι, ὥστε εἶμεν  
τὰ περιλειπόμενα τμᾶματα παντὸς ἐλάσσονα τοῦ προ-  
25 τεθέντος χωρίου. ἀφαιρουμένου γὰρ ἀεὶ μείζονος τοῦ

2. τμᾶμα] τμημα F; corr. Torellius; τμημα uulgo. 3. εν-  
γραφη F. 5. εσται per comp. F, uulgo. τμηματος F; corr.  
Torellius, ut lin. 6, 9, 10, 17, 20, 23. 10. ειναι per comp.  
F; corr. Torellius. 15. τῶν] ταν F. 21. πόρισμα addidi.  
22. τούτου] om. F; corr. Torellius. ὡς] deleo. 24. περι-  
πομενα F; corr. BC.

## XX.

Si segmento linea recta et conii sectione comprehenso triangulus inscribitur eandem basim habens, quam segmentum, et altitudinem eandem, triangulus inscriptus maior erit dimidia parte segmenti.

sit enim  $AB\Gamma$  segmentum, quale diximus, et ei inscribatur triangulus  $AB\Gamma$  eandem basim habens, quam totum [segmentum], et altitudinem aequalem. quoniam igitur triangulus eandem basim habet, quam segmentum, et altitudinem eandem, necesse est, punctum  $B$  uerticem esse segmenti.<sup>1)</sup> itaque  $A\Gamma$  lineae in  $B$  sectionem contingenti parallela est.<sup>2)</sup> ducatur per punctum  $B$  lineae  $A\Gamma$  parallela linea  $A\Delta$ , et a punctis  $A$ ,  $\Gamma$  diametro parallelae lineae  $A\Delta$ ,  $\Gamma E$ . cadent igitur extra segmentum.<sup>3)</sup> quoniam igitur

$$AB\Gamma = \frac{1}{2} A\Delta E\Gamma \text{ [Eucl. I, 41]},$$

manifestum est, maiorem eum esse dimidia parte segmenti.

## COROLLARIUM.

Hoc demonstrato adparet, fieri posse, ut tali segmento polygonum inscribatur, ita ut segmenta reliqua minora sint quouis spatio dato. nam si semper spatium, quod propter hanc propositionem [20] maius est

1) Nam altitudo trianguli linea est a  $B$  ad  $A\Gamma$  perpendicularis, quae cum etiam segmenti sit altitudo, maxima erit linearum a sectione ad  $A\Gamma$  perpendicularium (p. 336, 14); tum u. p. 336, 15.

2) Nam linea a  $B$  diametro parallela ducta lineam  $A\Gamma$  in duas partes aequales diuidet (per conuersam prop. 18; cfr. prop. 17 p. 334, 25); tum u. prop. 1, b.

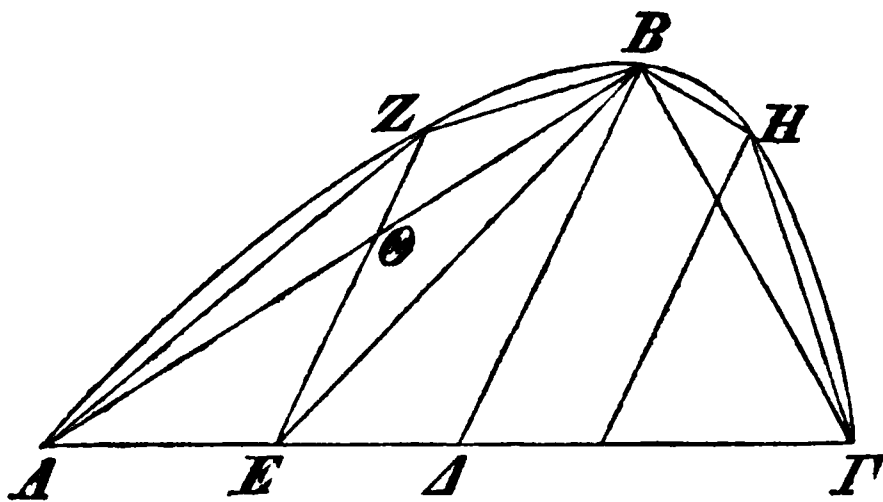
3) Περὶ κωνοειδ. 16; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 53 nr. 19.

ἡμίσεος διὰ τοῦτο, φανερόν, ὅτι ἐλασσούντες ἀεὶ τὰ λειπόμενα τμήματα ποιήσομεν ταῦτα ἐλάσσονα παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

κα'.

5 *Εἴ* κα εἰς τμήμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῆ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό, ἐγγραφέωντι δὲ καὶ ἄλλα τρίγωνα ἐς τὰ λειπόμενα τμήματα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος  
10 τὸ αὐτό, ἑκατέρου τῶν τριγώνων τῶν εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐγγραφέντων ὀκταπλάσιον ἐσσεΐται τὸ τρίγωνον τὸ εἰς τὸ ὅλον τμήμα ἐγγραφέν.

ἔστω τὸ *ΑΒΓ* τμήμα, οἷον εἰρήται, καὶ τετμάσθω ἅ *ΑΓ* δίχα τῷ *Δ*, ἅ δὲ *ΒΔ* ἄχθω παρὰ τὰν διάμε-  
15 τρον. τὸ *Β* ἄρα σαμεῖον κορυφᾶ ἐστὶν τοῦ τμήματος. τὸ ἄρα *ΑΒΓ* τρίγωνον τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ τμήματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό. πάλιν τετμάσθω δίχα ἅ *ΑΔ*



τῷ *Ε*, καὶ ἄχθω ἅ *ΕΖ* παρὰ τὰν διάμετρον, τετμάσθω δὲ ἅ *ΑΒ* κατὰ τὸ *Θ*. τὸ ἄρα *Ζ* σαμεῖον κορυφᾶ ἐστὶ  
20 τοῦ τμήματος τοῦ *ΑΖΒ*. τὸ δὴ *ΑΖΒ* τρίγωνον τὰν

1. ἡμισους F, uulgo. 2. τμηματα F; corr. Torellius, ut lin. 5, 7, 8, 11, 12, 13, 15, 16. ποιησομεν F, uulgo. 9. τμη-

parte dimidia, abstulerimus, manifestum est, nos spatia reliqua semper minuentes [aliquando] ea minora facturos esse quouis spatio dato [Eucl. X, 1].

## XXI.

Si segmento linea recta et conii rectanguli sectione comprehenso triangulus inscribitur eandem basim habens, quam segmentum, et altitudinem eandem, et etiam segmentis reliquis alii trianguli inscribuntur eandem basim habentes, quam segmenta, et altitudinem eandem, triangulus toti segmento inscriptus aequalis erit utriusque triangulorum segmentis reliquis inscriptorum octies sumpto.

sit  $AB\Gamma$  segmentum, quale diximus, et linea  $A\Gamma$  in puncto  $\Delta$  in duas partes aequales diuidatur, et  $B\Delta$  diametro parallela ducatur. itaque  $B$  punctum uertex est segmenti [prop. 18]. itaque triangulus  $AB\Gamma$  eandem basim habet, quam segmentum, et altitudinem eandem.<sup>1)</sup> rursus linea  $A\Delta$  in puncto  $E$  in duas partes aequales diuidatur, et diametro parallela ducatur  $EZ$ , et ab ea linea  $AB$  in  $\Theta$  secetur. itaque punctum  $Z$  uertex est segmenti  $AZB$ .<sup>2)</sup> quare triangulus  $AZB$  eandem ba-

1) Nam altitudo trianguli linea est ab  $B$  ad  $A\Gamma$  perpendicularis, quae eadem altitudo est segmenti, quia  $B$  uertex est (p. 336, 15).

2) Nam  $E\Theta \neq B\Delta$ ; itaque  $AE : E\Delta = A\Theta : \Theta B$ ; sed  $AE = E\Delta$ ; quare  $A\Theta = \Theta B$ ; tum u. prop. 18.

$\mu\alpha\sigma\iota\nu$  F;  $\tau\mu\eta\mu\alpha\tau\epsilon\sigma\sigma\iota$  uulgo;  $\tau\mu\alpha\mu\alpha\tau\epsilon\sigma\sigma\iota$  Torellius. 11.  $\epsilon\sigma\tau\alpha\iota$  per comp. F, uulgo. 13.  $\tau\epsilon\tau\mu\eta\sigma\theta\omega$  F; corr. Torellius, ut lin. 17, 18. 19.  $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\omega\nu$  F.  $\kappa\omicron\rho\upsilon\phi\eta$  F; corr. Torellius. 20.  $\tau\omicron\upsilon$ ] alterum suprascr. manu 1 F.  $\tau\mu\eta\mu\alpha\tau\omicron\varsigma$  F.

αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ  $AZB$  τμήματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό. δεικτέον, ὅτι ὀκταπλάσιόν ἐστι τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον τοῦ  $ABZ$  τριγώνου.

ἔστιν οὖν ἡ  $BΔ$  τῆς μὲν  $EZ$  ἐπίτριτος, τῆς δὲ  
 5  $EΘ$  διπλασία. διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ  $EΘ$  τῆς  $ΘZ$ .  
 ὥστε καὶ τὸ  $AEB$  τρίγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ  $ZBA$ .  
 τὸ μὲν γὰρ  $AEΘ$  διπλάσιόν ἐστι τοῦ  $AΘZ$ , τὸ δὲ  
 $ΘBE$  τοῦ  $ZΘB$ . ὥστε τὸ  $ABΓ$  τοῦ  $AZB$  ἐστι ὀκτα-  
 10 τμήμα ἐγγραφέντος.

κβ'.

Εἴ καὶ ἡ τμήμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρ-  
 θογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ χωρία τεθέωντι ἐξῆς ὅπο-  
 15 σαοῦν ἐν τῷ τετραπλάσιον λόγῳ, ἡ δὲ τὸ μέγιστον  
 τῶν χωρίων ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὰν  
 αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό, σύμπαντα τὰ  
 χωρία ἐλάσσονα ἐσσεῖται τοῦ τμήματος.

ἔστω γὰρ τμήμα τὸ  $AΔBEΓ$  περιεχόμενον ὑπὸ τε  
 εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, χωρία δὲ ἔστω  
 20 ὅποσαοῦν ἐξῆς κείμενα τὰ  $Z, H, Θ, I$ , τετραπλάσιον  
 δὲ ἔστω τὸ ἀγούμενον τοῦ ἐπομένου, μέγιστον δὲ ἔστω  
 τὸ  $Z$ , καὶ ἔστω τὸ  $Z$  ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν  
 ἔχοντι τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον. λέγω,  
 ὅτι τὸ τμήμα τῶν  $Z, H, Θ, I$  χωρίων μεῖζόν ἐστιν.

25 ἔστω τοῦ μὲν ὅλου τμήματος κορυφὰ τὸ  $B$ , τῶν δὲ  
 περιλειπομένων τμημάτων τὰ  $Δ, E$ . ἐπεὶ οὖν τὸ  $ABΓ$   
 τρίγωνον ὀκταπλάσιόν ἐστιν ἑκατέρου τῶν  $ABΔ, BEΓ$

1. τῷ] το F. τμηματι F; corr. Torellius, ut lin. 12, 16,  
 17, 18, 23, 24, 25, 26. 10. τμηματος F; corr. B. 13. τομης

sim habet, quam segmentum  $AZB$ , et altitudinem eandem. demonstrandum est, esse  $AB\Gamma = 8 ABZ$ .

iam est  $B\Delta = \frac{4}{3}EZ$  [prop. 19], sed etiam

$$B\Delta = 2E\Theta.^1)$$

itaque  $E\Theta = 2\Theta Z.^2)$  quare etiam  $AEB = 2ZBA$ ; nam  $AE\Theta = 2A\Theta Z$  et  $\Theta BE = 2Z\Theta B$  [Eucl. VI, 1]. quare est  $AB\Gamma = 8AZB.^3)$  et eodem modo demonstrabimus, esse etiam  $AB\Gamma = 8BH\Gamma$ .

## XXII.

Si datum est segmentum linea recta et conii rectanguli sectione comprehensum, et ponuntur spatia quotlibet, quae deinceps in quadrupla proportione sunt, et maximum spatium aequale est triangulo basim habenti eandem, quam segmentum, et altitudinem eandem, omnia simul spatia minora erunt segmento.

sit enim  $A\Delta BE\Gamma$  segmentum recta linea et conii rectanguli sectione comprehensum, et ponantur quotlibet spatia deinceps,  $Z, H, \Theta, I$ , et praecedens quadruplo maius sit sequenti, et maximum sit  $Z$ , et  $Z$  aequale sit triangulo basim eandem habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem. dico, segmentum maius esse spatiis  $Z, H, \Theta, I$ .

totius segmenti uertex sit  $B$ , et segmentorum reliquorum uertices  $\Delta, E$ . quoniam igitur

$$AB\Gamma = 8AB\Delta = 8BE\Gamma \text{ [prop. 21],}$$

1) Nam  $AE : A\Delta = E\Theta : B\Delta = 1 : 2$ .

2) Nam  $E\Theta = \frac{2}{3}EZ$ ; itaque  $\Theta Z = \frac{1}{3}EZ$ .

3) Nam  $AB\Gamma = 2AB\Delta = 2(ABE + BE\Delta) = 4ABE$ .

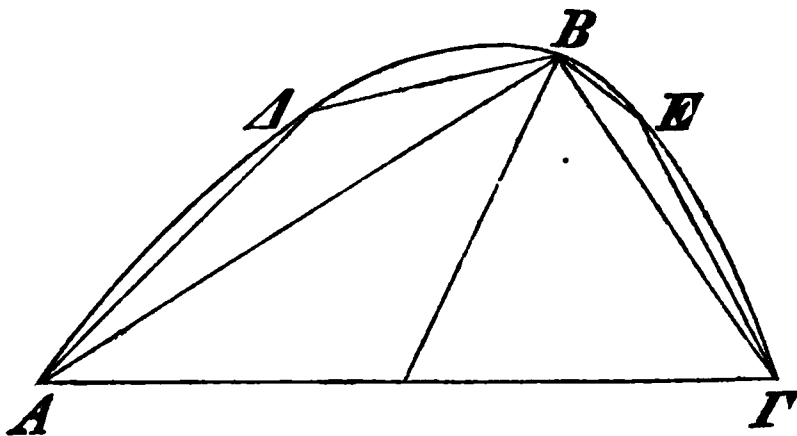
F. 17. *εσται* per comp. F, uulgo.

19. *κώνου*] om. F;

corr. V. 21. *ηγουμενον* F, uulgo.

26. *ἐπέλ*] *επι* F.

τριγώνων, δήλον, ὅτι [ὡς] ἀμφοτέρων αὐτῶν ἐστὶ τετραπλάσιον. καὶ ἐπεὶ τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ  $Z$  χωρίῳ, κατὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὰ  $A\Delta B$ ,  $BE\Gamma$  τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ  $H$  χωρίῳ, ὁμοίως δὲ δειχθησέται



5 καὶ τὰ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ ἴσα ἐόντα τῷ  $\Theta$ , καὶ τὰ ἐς τὰ ὕστερον γενόμενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα ἴσα τῷ  $I$  χωρίῳ, σύμπαντα ἄρα τὰ προτεθέντα χωρία ἴσα ἐσ-  
10 σούνται πολυγώνῳ τινι ἐγγραφέντι εἰς τὸ τμάμα. φανερόν οὖν, ὅτι ἐλάσσονά ἐστὶ τοῦ τμάματος.

κγ'.

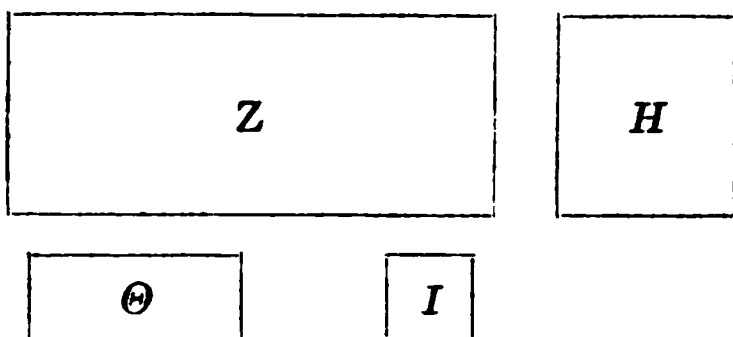
Εἴ κα μεγέθεα τεθέωντι ἐξῆς ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ, τὰ πάντα μεγέθεα καὶ ἔτι τοῦ ἐλαχίστου τὸ τρί-  
15 τον μέρος ἐς τὸ αὐτὸ συντεθέντα ἐπίτριτα ἐσσοῦνται τοῦ μεγίστου.

ἔστω οὖν ὅποσαοῦν μεγέθεα ἐξῆς κείμενα τὰ  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ,  $E$  τετραπλασίονα ἕκαστον τοῦ ἐπομένου, μέγιστον δὲ ἔστω τὸ  $A$ . ἔστω δὲ τὸ μὲν  $Z$  τρίτον τοῦ  
20  $B$ , τὸ δὲ  $H$  τοῦ  $\Gamma$ , το δὲ  $\Theta$  τοῦ  $\Delta$ , τὸ δὲ  $I$  τοῦ  $E$ .

1. ὡς deleo. 3. τῷ] το F. 5. οτι και F, vulgo; ὅτι deleui. τμηματα F; corr. Torellius, ut lin. 8, 10, 11. 6. τμημασιν F, vulgo. 7. ἴσα ἐόντα τῷ] scripsi; ἰσων οντων το



adparet, esse  $AB\Gamma = 4(AB\Delta + BE\Gamma)$ . et quoniam  $AB\Gamma = Z$ , et eodem modo  $A\Delta B + BE\Gamma = H$ , et<sup>1)</sup> similiter demonstrabimus, etiam triangulos reliquis segmentis inscriptos eandem basim habentes, quam



segmenta, et altitudinem eandem aequales esse spatio  $\ominus$ , et triangulos segmentis deinde ortis inscriptos aequales spatio  $I$ , omnia igitur simul spatia data aequalia erunt polygono cuidam segmento inscripto. manifestum est igitur, minora ea esse segmento.

### XXIII.

Si magnitudines quaedam ponuntur in quadrupla deinceps proportione, omnes magnitudines et praeterea tertia pars minimae simul sumptae tertia parte maiores erunt maxima.<sup>2)</sup>

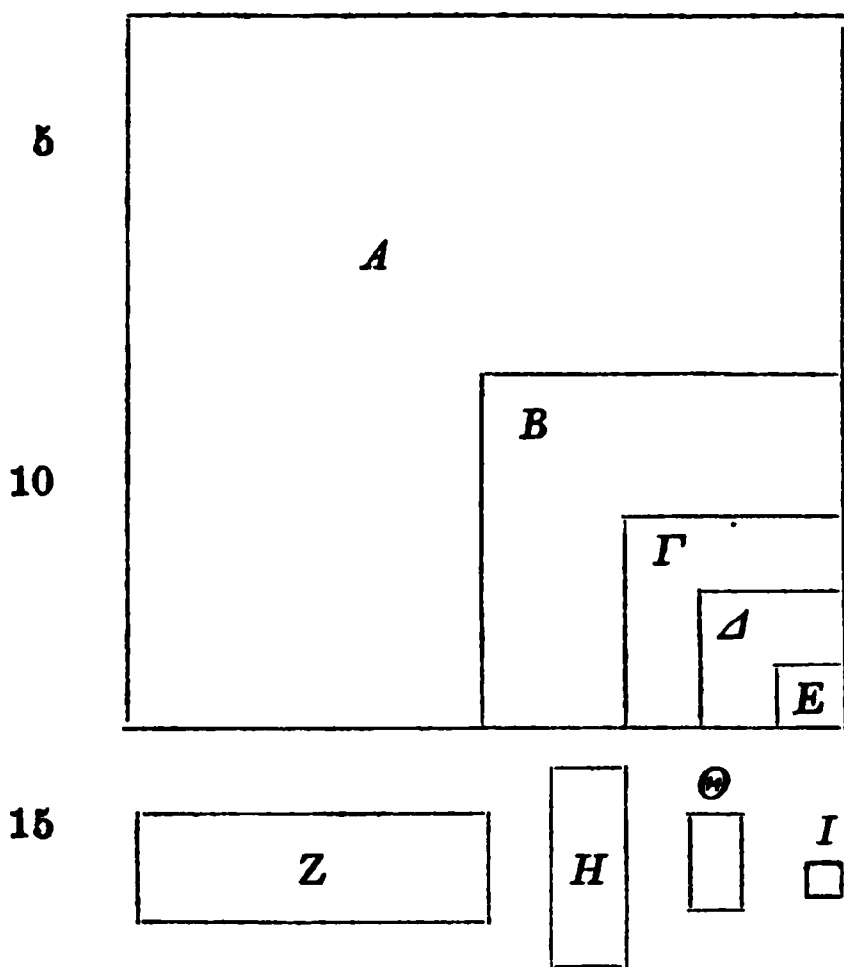
ponantur igitur deinceps quotlibet magnitudines  $A, B, \Gamma, \Delta, E$ , singulae quadruplo maiores sequenti, et maxima sit  $A$ . sit autem  $Z = \frac{1}{3}B$ ,  $H = \frac{1}{3}\Gamma$ ,  $\ominus = \frac{1}{3}\Delta$ ,

1) Lin. 3—4 suspicor, potius sic scribendum esse: *κατὰ ταῦτα δὴ καὶ . . . χωρῶ. ὁμοίως δὴ.*

2) Cfr. Quaest. Arch. p. 57—58. Figura aliter descripta est in F (u. infra).

(ων bis per comp.) F, uulgo; *ἴσα ἐντὶ τῷ B*, Torellius. *τὰ ἐς*] scripsi; *εἰς F*, uulgo. 9. *Ἰ] ὀμοίω F*; corr. B. 11. *ἐλάσσονα*] scripsi; *ελασσον F*, uulgo. 13. *τεθέωντι*] scripsi; *συντεθεωντι F*; *συντιθέωντι* uulgo. *ἐξῆς ὀποσαοῦν* Torellius. 18. *τετραπλάσιον* Nizzius.

ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν  $Z$  τοῦ  $B$  τρίτον μέρος ἐστίν, τὸ δὲ  $B$  τοῦ  $A$  τέταρτον μέρος ἐστίν, ἀμφότερα τὰ  $B, Z$



μέρος τρίτον ἐστὶ τοῦ  $A$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ  $H, \Gamma$  τοῦ  $B$ , καὶ τὰ  $\Theta, \Delta$  τοῦ  $\Gamma$ , καὶ τὰ  $I, E$  τοῦ  $\Delta$ . καὶ τὰ σύμπαντα δὴ τὰ  $B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta, I$  τρίτον μέρος ἐστὶ τῶν συμπάντων τῶν  $A, B, \Gamma, \Delta$ . ἐντὶ δὲ καὶ αὐτὰ τὰ  $Z, H, \Theta$  τρίτον μέρος αὐτῶν τῶν  $B, \Gamma, \Delta$ . καὶ τὰ λοιπὰ ἄρα τὰ  $B, \Gamma, \Delta, E, I$  τοῦ

λοιποῦ τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ  $A$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὰ σύμπαντα τὰ  $A, B, \Gamma, \Delta, E$  καὶ τὸ  $I$ , τουτέστι τὸ  
20 τρίτον τοῦ  $E$ , τοῦ  $A$  ἐστὶν ἐπίτριτα.

κδ'.

Πᾶν τμᾶμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον.

25 ἔστω γὰρ τὸ  $A\Delta BE\Gamma$  τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τὸ δὲ  $AB\Gamma$  τρίγωνον ἔστω τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμᾶματι καὶ

10.  $H \mid E F$ .  $I \mid \Gamma F$ . 11. τῶν] του per comp. F.  
12.  $\Delta, E F$ ; corr. Torellius. 22. τμημα F; corr. Torellius,  
ut lin. 25, 27. 23. την αυτην F; corr. Torellius. 27. αυτα F.

$I = \frac{1}{3}E$ . quoniam igitur est  $Z = \frac{1}{3}B$  et  $B = \frac{1}{4}A$ ,  
erit  $B + Z = \frac{1}{3}A$ . eadem de causa etiam erit

$$H + \Gamma = \frac{1}{3}B, \Theta + \Delta = \frac{1}{3}\Gamma, I + E = \frac{1}{3}\Delta.$$

erit igitur etiam

$$B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta + I \\ = \frac{1}{3}(A + B + \Gamma + \Delta).$$

est autem etiam  $Z + H + \Theta = \frac{1}{3}(B + \Gamma + \Delta)$  [ex  
hypothesi]. quare etiam  $B + \Gamma + \Delta + E + I = \frac{1}{3}A$ .  
adparet igitur, esse  $A + B + \Gamma + \Delta + E + I$ , h. e.

$$A + B + \Gamma + \Delta + E + \frac{1}{3}E = \frac{4}{3}A.$$

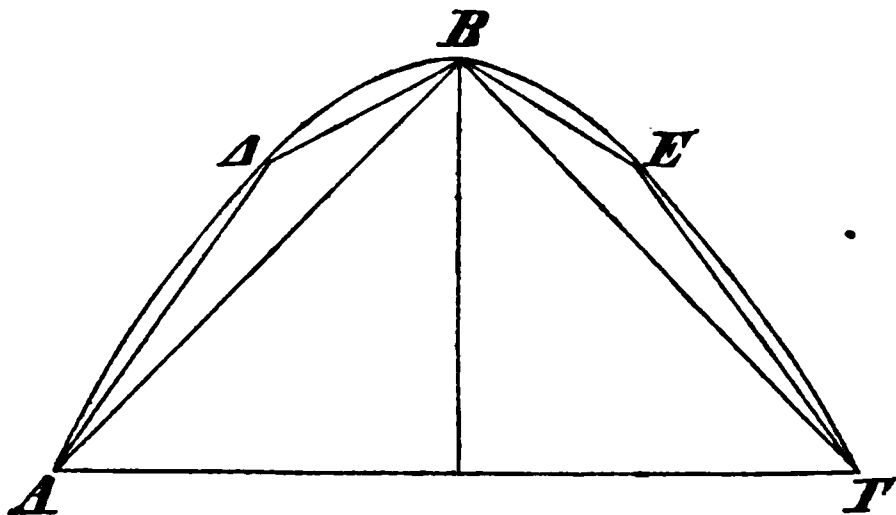
#### XXIV.

Quoduis segmentum linea recta et conici rectanguli  
sectione comprehensum tertia parte maius est trian-  
gulo eandem basim habenti, quam segmentum, et alti-  
tudinem aequalem.

sit enim  $A\Delta BE\Gamma$  segmentum linea recta et conici  
rectanguli sectione comprehensum, et  $AB\Gamma$  triangulus  
sit eandem basim habens, quam segmentum, et alti-

ὕψος ἴσον, τοῦ δὲ  $AB\Gamma$  τριγώνου ἔστω ἐπίτριτον τὸ  $K$  χωρίον. δεικτέον, ὅτι ἴσον ἐστὶ τῷ  $A\Delta BE\Gamma$  τμήματι.

εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσον, ἤτοι μείζον ἐστὶν ἢ ἔλασσον.   
 5 ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζον τὸ  $A\Delta BE\Gamma$  τμήμα

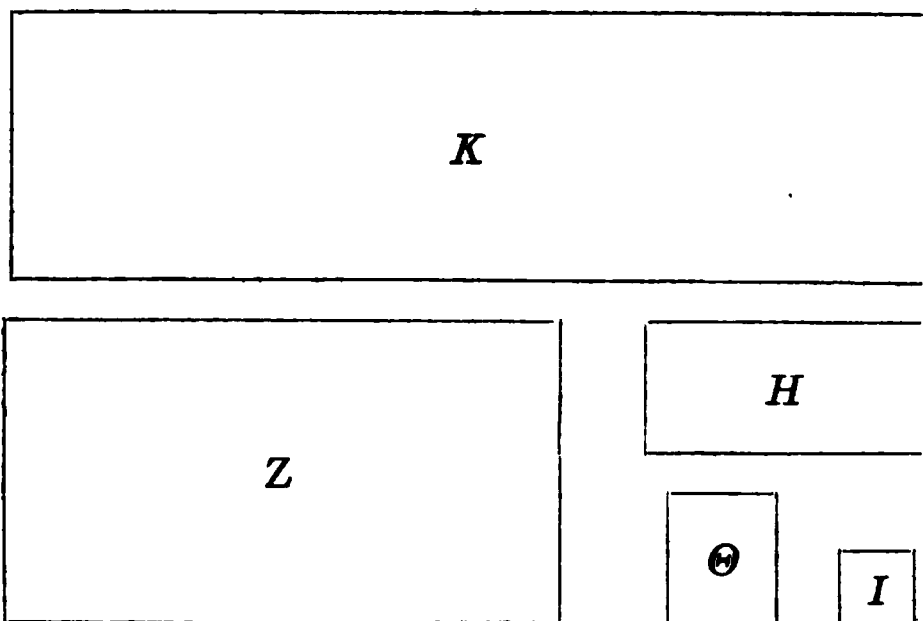


τοῦ  $K$  χωρίου. ἐνέγραψα δὴ τὰ  $A\Delta B, BE\Gamma$  τρίγωνα, ὡς εἰρήται. ἐνεγραψα δὲ καὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἄλλα τρίγωνα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτό, καὶ ἀεὶ εἰς τὰ ὕστερον   
 10 γινόμενα τμήματα ἐγγράφω [δύο] τρίγωνα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτό. ἔσσουνται δὴ τὰ καταλειπόμενα τμήματα ἐλάσσονα τᾶς ὑπεροχᾶς, ἧ ὑπερέχει τὸ  $A\Delta BE\Gamma$  τμήμα τοῦ  $K$  χωρίου. ὥστε τὸ ἐγγραφόμενον πολύγωνον μείζον ἐσσει-   
 15 ται τοῦ  $K$ . ὅπερ ἀδύνατον. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ἐξῆς κείμενα χωρία ἐν τῷ τετραπλασίονι- λόγῳ, πρῶτον μὲν τὸ  $AB\Gamma$  τριγώνον τετραπλάσιον τῶν  $A\Delta B, BE\Gamma$  τριγώνων, ἔπειτα δὲ αὐτὰ ταῦτα τετραπλάσια τῶν εἰς τὰ ἐπόμενα τμήματα ἐγγραφέντων, καὶ ἀεὶ οὕτω, δῆ-

2. τῷ] το F. 4. ἐστὶν] (alterum) per comp. F. 5.  $A\Delta BE\Gamma$  F; corr. Torellius, ut lin. 13. τμήμα F; corr. Torellius, ut lin. 3, 8, 10, 12, 13. 6.  $A\Delta B$ ]  $A\Delta F$ . 9. τμημασιν F, vulgo, ut lin. 11; τμήμασι Torellius. 10. δύο] deleo. 12. εσον-

tudinem aequalem, et sit  $K = \frac{4}{3} A B \Gamma$ . demonstrandum est, esse  $K = A \Delta B E \Gamma$ .

nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius, si fieri potest, sit segmentum  $A \Delta B E \Gamma$  maius



spatio  $K$ . inscripsi igitur triangulos  $A \Delta B$ ,  $B E \Gamma$  ita, ut diximus. et etiam segmentis reliquis alios triangulos inscripsi eandem basim habentes, quam segmenta, et altitudinem eandem, et semper segmentis deinde ortis triangulos inscribo eandem basim habentes, quam segmenta, et altitudinem eandem. erunt igitur [aliquando] segmenta reliqua minora excessu, quo segmentum  $A \Delta B E \Gamma$  spatium  $K$  excedit [prop. 20 coroll.]. itaque polygonum inscriptum maius erit spatium  $K$ ; quod fieri non potest. nam quoniam deinceps posita sunt spatia quaedam in quadrupla proportione, primum triangulus  $A B \Gamma$  quadruplo maior triangulis  $A \Delta B$ ,  $B E \Gamma$  [prop. 21; cfr. p. 346, 1], deinde hi ipsi quadruplo maiores triangulis segmentis sequentibus inscriptis, et semper eodem modo, adparet, omnia

$\tau\alpha\iota$  F. 15. γάρ] addidi; om. F, vulgo. 18. ἀὐτὰ ταῦτα] scripsi;  $\tau\alpha$   $\alpha\upsilon\tau\alpha$  F, vulgo.

λον, ὡς σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονά ἐστιν ἢ ἐπίτριτα  
 τοῦ μεγίστου. τὸ δὲ  $K$  ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ μεγίστου  
 χωρίου. οὐκ ἄρα ἐστὶν μείζον τὸ  $A\Delta BE\Gamma$  τμᾶμα  
 τοῦ  $K$  χωρίου. ἔστω δέ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. κείσθω  
 5 δὴ τὸ μὲν  $AB\Gamma$  τρίγωνον ἴσον τῷ  $Z$ , τοῦ δὲ  $Z$  τέ-  
 ταρτον τὸ  $H$ , καὶ ὁμοίως τοῦ  $H$  τὸ  $\Theta$ , καὶ ἀεὶ ἐξῆς  
 τιθέσθω, ἕως κα γενήται τὸ ἔσχατον ἔλασσον τᾶς ὑπερ-  
 οχᾶς, ἧ ὑπερέχει τὸ  $K$  χωρίον τοῦ τμᾶματος, καὶ ἔστω  
 ἔλασσον τὸ  $I$ . ἐστὶν δὴ τὰ  $Z, H, \Theta, I$  χωρία καὶ τὸ  
 10 τρίτον τοῦ  $I$  ἐπίτριτα τοῦ  $Z$ . ἐστὶν δὲ καὶ τὸ  $K$  τοῦ  
 $Z$  ἐπίτριτον. ἴσον ἄρα τὸ  $K$  τοῖς  $Z, H, \Theta, I$  καὶ τῷ  
 τρίτῳ μέρει τοῦ  $I$ . ἐπεὶ οὖν τὸ  $K$  χωρίον τῶν μὲν  
 $Z, H, \Theta, I$  χωρίων ὑπερέχει ἐλάσσονι τοῦ  $I$ , τοῦ δὲ  
 τμᾶματος μείζονι τοῦ  $I$ , δῆλον, ὡς μείζονά ἐντι τὰ  
 15  $Z, H, \Theta, I$  χωρία τοῦ τμᾶματος· ὅπερ ἀδύνατον.  
 ἐδείχθη γάρ, ὅτι, ἐὰν ἢ ὀποσαοῦν χωρία ἐξῆς κείμενα  
 ἐν τετραπλασίονι λόγῳ, τὸ δὲ μέγιστον ἴσον ἢ τῷ εἰς  
 τὸ τμᾶμα ἐγγραφομένῳ τριγώνῳ, τὰ σύμπαντα χωρία  
 ἐλάσσονα ἐσσεῖται τοῦ τμᾶματος. οὐκ ἄρα τὸ  $A\Delta BE\Gamma$   
 20 τμᾶμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ  $K$  χωρίου. ἐδείχθη δέ, ὅτι  
 οὐδὲ μείζον. ἴσον ἄρα ἐστὶν τῷ  $K$ . τὸ δὲ  $K$  χωρίον  
 ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ  $AB\Gamma$ . καὶ τὸ  $A\Delta BE\Gamma$   
 ἄρα τμᾶμα ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου.

3. τμημα F; corr. Torellius, ut lin. 8, 14, 15, 18, 19(?),  
 20, 23. 7. ἕως κα γενήται] scripsi; ὡστε καταγενηται F,  
 uulgo. 9. ἔλασσον] ἔσχατον Nizzius. 8. δὴ] scripsi; δε F,  
 uulgo. 11. τῷ] το F. 12. τῶν] τω F; corr. BC. 23. ἄρα]

om. F; corr. Torellius. In fine F: Αρχιμηθεουε τετραγωνισμος  
 παραβολης· εντυχοιης λεον γεωμετρα: — + πολλους ες λυκαβαν-  
 τας ιοισ πολυ φιλιτατε μουσαις.

simul spatia minora esse quam tertia parte maiora maximo [prop. 23]. spatium autem  $K$  tertia parte maius est maximo spatio. itaque segmentum  $A\Delta BE\Gamma$  maius non est spatio  $K$ . — sit autem, si fieri potest, minus. ponatur igitur  $AB\Gamma = Z^1)$ ,  $H = \frac{1}{4}Z$ ,  $\Theta = \frac{1}{4}H$ , et deinceps spatia ponantur, dum fiat ultimum spatium minus excessu, quo spatium  $K$  segmentum excedit [Eucl. X, 1], et [hoc excessu] minus sit  $I$ . sunt igitur

$$Z + H + \Theta + I + \frac{1}{3}I = \frac{4}{3}Z \text{ [prop. 23];}$$

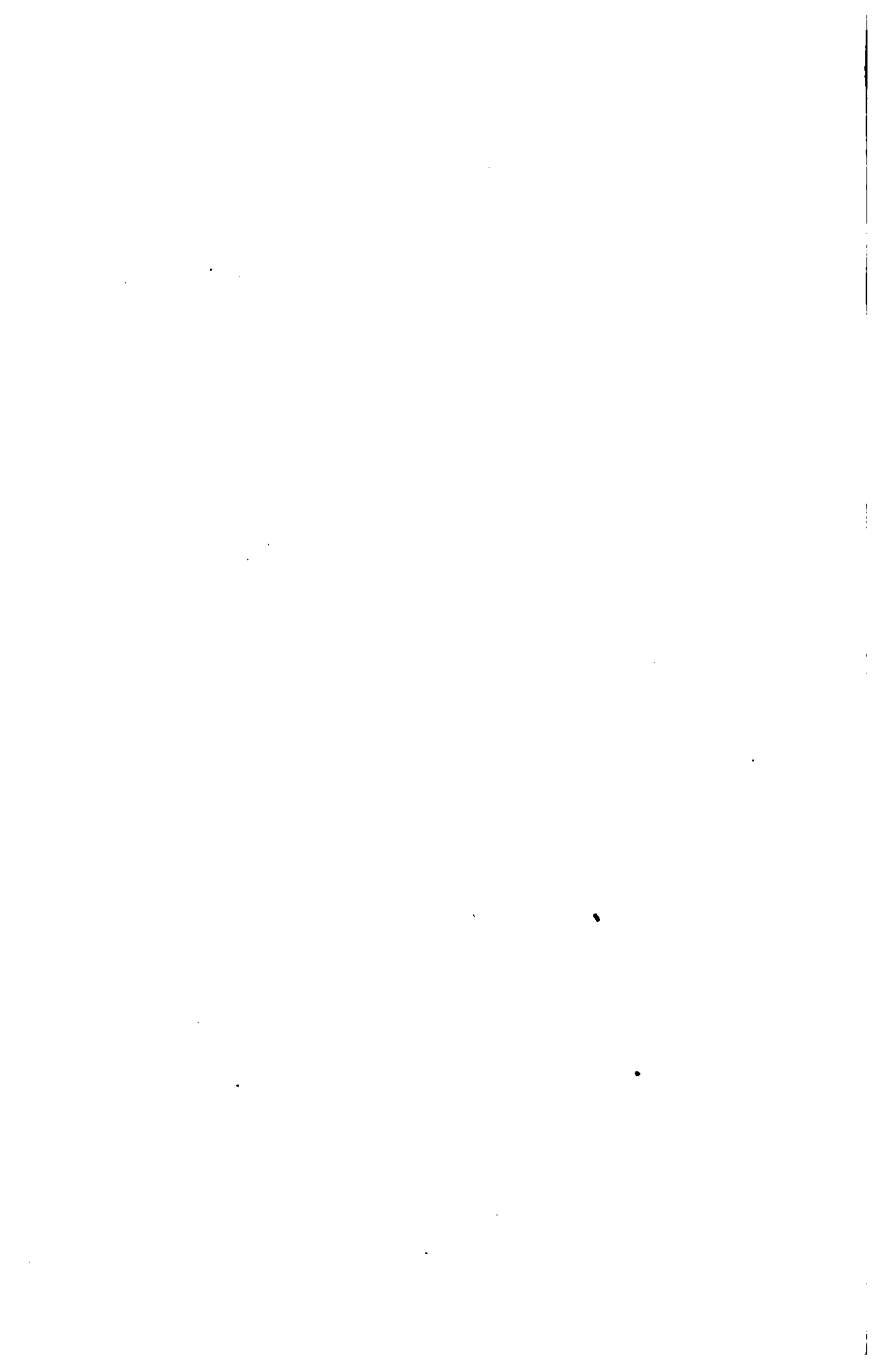
sed erat etiam  $K = \frac{4}{3}Z$ . itaque

$$K = Z + H + \Theta + I + \frac{1}{3}I.$$

iam quoniam spatium  $K$  spatia  $Z$ ,  $H$ ,  $\Theta$ ,  $I$  excedit spatio minore, quam est spatium  $I$ , segmentum uero spatio maiore, quam est  $I$ , adparet, spatia  $Z$ ,  $H$ ,  $\Theta$ ,  $I$  maiora esse segmento; quod fieri non potest. nam demonstratum est, si spatia quotlibet deinceps data sint in quadrupla proportione, et maximum triangulo segmento inscripto aequale sit, omnia simul spatia minora fore segmento [prop. 22]. itaque segmentum  $A\Delta BE\Gamma$  minus non est spatio  $K$ . demonstratum autem est, id ne maius quidem esse. itaque spatio  $K$  aequale est. sed spatium  $K$  tertia parte maius est triangulo  $AB\Gamma$ . itaque etiam segmentum  $A\Delta BE\Gamma$  tertia parte maius est triangulo  $AB\Gamma$ .

---

1) Fortasse scribendum est lin. 4—5  $\kappa\epsilon\lambda\iota\sigma\theta\omega\ \delta\eta\ \tau\tilde{\omega}\ \mu\grave{\epsilon}\nu\ AB\Gamma\ \tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\ \tilde{\iota}\sigma\omicron\nu\ \tau\acute{o}\ Z$ .





**DE IIS, QUAE IN HUMIDO UEHUNTUR,**

**LIBRI II.**

Περὶ τῶν ὕδατι ἐφισταμένων ἢ περὶ τῶν ὄχουμένων.

Αἴτημα α'.

ὑποκείσθω τὸ ὑγρὸν τοιάνδε τινὰ φύσιν ἔχον, ὥστε  
τῶν μερῶν αὐτοῦ ἐξ ἴσου κειμένων καὶ ὠθεῖσθαι συν-  
δ εχῶν ὄντων ἐλαύνεσθαι τὸ ἥττον ὠθούμενον ὑπὸ  
τοῦ μᾶλλον ὠθούμενου· καὶ πάντων αὐτοῦ μερῶν  
ὠθεῖσθαι ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ ὑπεράνω αὐτοῦ ὄντος κατὰ  
κάθετον, εἰ τὸ ὑγρὸν ἢ καταβαῖνον ἐν τινι καὶ ὑπό-  
τινος ἑτέρου πιεζόμενον.

10

Θεώρημα πρῶτον.

Ἐὰν ἐπιφάνειά τις ἐπιπέδῳ τμηθῆ διὰ τινος ἀεὶ  
σημείου, καὶ ἡ κοινὴ τομὴ ἀεὶ περιφέρεια ἢ ἔχουσα κέν-  
τρον τὸ προειρημένον σημεῖον, σφαίρας ἐστὶν ἐπιφάνεια.

τετμήσθω γὰρ ἐπιφάνεια ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ α' ση-  
15 μείου, καὶ ἀεὶ ἡ κοινὴ τομὴ ἔστω κύκλου περιφέρεια.  
λέγω, ὅτι σφαίρας ἐπιφάνειά ἐστίν, ἥς κέντρον τὸ α'.

εἰ γὰρ μή, ἔσονται τινες εὐθείαι ἀπὸ τοῦ α' ἐπὶ  
τὴν ἐπιφάνειαν ἄνισοι. ἔστωσαν αἱ αβ', αγ'. τὰ ἄρα  
β', γ' σημεῖα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ. τετμήσθω ἡ ἐπιφά-

---

Hoc fragmentum edidit A. Mai: *Classici auct.* I p. 426—30, unde totidem litteris repetiui. usus est duobus codicibus Vaticanis, quos signavi a, b.

---

δ. ὠθούμενον om. a. 6. τοὺς μᾶλλον ὠθούμενους a et b manu 1. 8. ἦ] ἦν b. 14. α'] πρῶτον a; et sic etiam infra.

νεια ἐπιπέδῳ διὰ τῶν β', γ', α' σημείων. κύκλου δὴ ποιήσει περιφέρειαν ᾧ ὑποκείμενον, οὗ κέντρον τὸ α'. ἴσαι ἄρα αὐτὰ αβ', αγ'. ἀλλὰ καὶ ἄνισοι· ὅπερ ἀδύνατον. σφαίρας ἄρα ἐστὶν ἐπιφάνεια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

b

Παντος ὕδατος ἡσυχάζοντος ὥστε ἀκίνητον μένειν ἢ ἐπιφάνεια σφαιροειδῆς ἐστὶ ἐχουσα τὸ αὐτὸ τῆ γῆ κέντρον.<sup>1)</sup>

γ'.

Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ ἰσομεγέθη καὶ ὑποβαρῆ 10 τῶ ὑγρῶ καθειμένα εἰς τὸ ὑγρὸν βαπτισθήσονται ὥστε τὴν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν μὴ ὑπερβάλλειν, καὶ οὐκέτι οἰσθήσεται εἰς τὰ κατωτέρω.<sup>2)</sup>

δ'.

Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ τοῦ ὑγροῦ κουφότερα, 15 ἂν εἰς ὑγρὸν καθιῶνται, οὐχ ὅλα βαπτισθήσεται, ἀλλ' ἐστὶ τι αὐτῶν καὶ ἔξω τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

ε'.

Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ τοῦ ὑγροῦ κουφότερα εἰς τὸ ὑγρὸν καθειμένα ἐπὶ τοσοῦτον βαπτισθήσεται, 20

1) Strabo I p. 54: τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιοῖ δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὄχουμένων, παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος καὶ μένοντος τὴν ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν εἶναι σφαίρας ταῦτ' κέντρον ἐχούσης τῆ γῆ. Vitruvius VIII, 5, 3.

2) Hero pneumat. p. 151: ἀπεδείχθη γὰρ Ἀρχιμήδει ἐν τοῖς ὄχουμένοις, ὅτι τὰ ἰσοβαρῆ τῶ ὑγρῶ σώματα ἀφεθέντα εἰς τὸ ὑγρὸν οὔτε ὑπερέξει τοῦ ὑγροῦ οὔτε καταδύσεται.

2. ᾧ] ὡς?

10. ἰσοβαρῆ?

12. ἐπιβάλλειν b.

ἐφ' ὅσον τοσοῦτον τοῦ ὑγροῦ ὄγκου, ὅσος ἐστὶν ὁ τοῦ βαπτισθέντος μέρους, ἰσοβαρεῖ εἶναι τῷ ὅλῳ μεγέθει.

ε'.

Τὰ στερεὰ ὑγροῦ κουφότερα βίᾳ εἰς τὸ ὑγρὸν  
 5 πιεσθέντα ἐπανιστάμενα φέρονται ἐπὶ τὰ ἄνω τοσαύτη  
 δυνάμει, ὅσῳ τὸ ὑγρὸν ἰσομέγεθες τῷ μεγέθει βαρύτερόν ἐστι τοῦ μεγέθους.

ξ'.

Τὰ βαρύτερα τοῦ ὑγροῦ στερεὰ καθειμένα εἰς τὴν  
 10 ὑγρὸν οἰσθήσεται κάτω, ἕως οὗ καταβαίνωσι, καὶ ἐστὶ  
 τοσοῦτῳ κουφότερα ἐν τῷ ὑγρῷ, ὅσον ἔχει τὸ βάρος  
 τὸ ὑγρὸν ἰσομέγεθες τῷ στερεῷ μεγέθει.

Λήμμα ἢ ὑπόθεσις.

Ἵποκείσθω τῶν ἐν ὑγρῷ ἄνω φερομένων ἕκαστον  
 15 ἄνω φέρεσθαι κατὰ κάθετον, ἥτις ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  
 βάρους αὐτῶν ἐκβάλλεται.

Θεώρημα η'.

Ἐὰν στερεῶν τι μέγεθος ἔχον σχῆμα τμήματος  
 σφαίρας εἰς τὸ ὑγρὸν καθιῆται, ὥστε τὴν βάσιν τοῦ  
 20 τμήματος μὴ ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, τὸ σχῆμα ἐπιστα-  
 θήσεται ὀρθόν, ὥστε τὸν ἄξονα τοῦ τμήματος κατὰ  
 κάθετον εἶναι. καὶ . . . .

2. ἰσοβαρῆ?  
 22. καὶ om. a.

16. βάρεος a et b manu 1.

18. στερεόν?

## De iis, quae in humido uehantur.<sup>1)</sup>

### Liber I.

#### Suppositio prima.

Supponatur humidum habens talem naturam, ut partibus ipsius ex aequo iacentibus et existentibus 5 continuis expellatur minus pulsa a magis pulsa; et unaquaeque autem partium ipsius pellitur humido, quod supra ipsius existente secundum perpendicularem, si humidum sit descendens in aliquo et ab alio aliquo pressum.

10

#### Theorema primum. Propositio prima.

Si superficies aliqua plane secta per aliquod signum semper idem signum sectionem facientem circuli

---

Librum I primus edidit N. Tartalea Uenetiis 1543. deinde ex schedis eius et primum et secundum librum edidit Troianus Curtius Uenetiis 1565. hanc interpretationem emendauit F. Commandinus (Bononiae 1565), quem sequitur Torellius (praef. p. XVIII). cum Tartalea solus Graecum codicem habuisse uideatur (Quaest. Arch. p. 101; cfr. p. 13; 23), eum secutus sum, ita ut soloece et barbata dicta intacta relinquerem, et ea tantum, quae in mathematicis peruersa erant, corrigerem cum

---

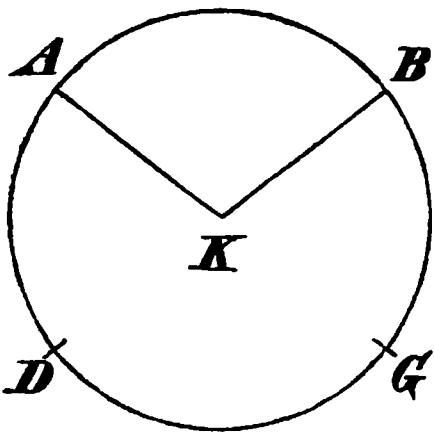
1) „De insidentibus aquae“ Tartalea. „De iis, quae in aqua uehantur“ Commandinus; secutus sum Torellium p. XVIII.

---

8. „supra ipsam existente“ Comm. 9. et] „aut“ Comm. 12. „plano“ Comm. „per idem semper punctum, sitque sectio circuli circumferentia“ Comm.

periferiam centrum habentem signum, per quod plano secatur, sphaerae erit superficies.

sit enim superficies aliqua secta per signum  $K$  plano super sectionem facientes circuli periferiam, cen-  
5 trum autem ipsius  $K$ . si igitur ipsa superficies non



10

est sphaerae superficies, non erunt omnes quae a centro ad superficiem occurrentes lineae aequales.

sit itaque  $A, B, G, D$  signa in superficie, et inaequales quae  $KA, KB$ , per ipsas autem  $KA, KB$  planum educatur et faciat sectionem in superficie lineam  $DABG$ . circuli ergo est ipsa, centrum autem ipsius  $K$ , quoniam supponebatur  
15 superficies talis. non sunt ergo inaequales lineae  $KA, KB$ . necessarium igitur est, superficies esse sphaerae superficiem.

### Theorema II. Propositio II.

20 Omnis humidi consistentis ita, ut maneat inmotum, superficies habebit figuram sphaerae habentis centrum idem cum terra.

Intelligatur enim humidum consistens ita, ut ma-

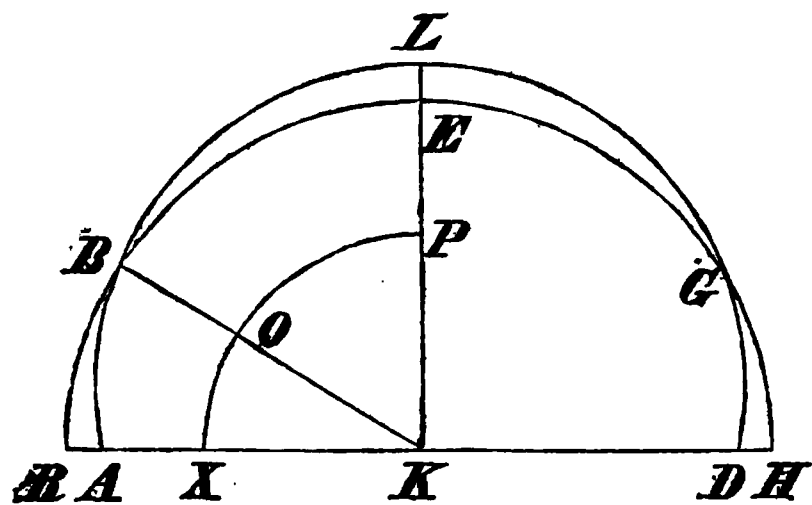
---

Commandino et Nizzio, lectionibus Tartaleae in adnotationes reiectis. sed ubi Tartaleae uerba intellegi non posse uidebantur, in adnotatione adtuli emendatam Commandini scripturam. etiam interpunctionem peruersissimam Tartaleae et orthographiam parum constantem tacite mutauit.

---

3. sit] „si“ Tartalea. 4. super sectionem facientes] scrib. semper sectionem faciente; „et sit sectio semper“ Comm. 7. quae] hic, ut saepe, respondet articulo Graeco. 16. superficies] nominatiuus respondet Graeco ὅτι ἡ ἐπιφάνεια; cfr. p. 361 lin. 3.

neat non motum, et secetur ipsius superficies plano per centrum terrae. sit autem terrae centrum  $K$ , superficiei autem sectio linea  $ABGD$ . dico itaque, linea  $ABGD$  circuli esse periferiam, centrum autem ipsius  $K$ . si enim non est, rectae a  $K$  ad lineam  $ABGD$  occurrentes non erunt aequales. sumatur igitur aliqua



recta, quae est quarundam quidem a  $K$  occurrentium ad lineam  $ABGD$  maior, quarundam autem minor, et centro quidem  $K$ , distantia autem sumptae lineae circulus describatur. cadet igitur periferia circuli habens hoc quidem extra lineam  $ABGD$ , hoc autem intra, quoniam quae ex centro quorundam quidem a  $K$  occurrentium ad lineam  $ABGD$  est maior, quorundam autem minor. sit igitur descripti circuli periferia quae  $RBH$ , et ab  $B$  ad  $K$  recta ducatur, et copulentur quae  $RK, KEL$  aequales facientes angulos. describatur autem et centro  $K$  periferia quidem quae  $XOP$  in plano et in humido. partes itaque humidi quae secundum  $XOP$  periferiam ex aequo sunt positae continue in uicem. premuntur quae quidem secundum 25

7. quarundam] genetius ex Graeco translatus est (τῶν μὲν — μείζων). 14. sumptae lineae] τῇ ληφθέντι εὐθείᾳ. 16. habens] om. Comm. hoc quidem] τὸ μὲν — τὸ δέ. 19. „sint“ Tartalea. 20. „ducantur“ Tartalea. 21.  $RK$ ] „ $hK$ “ Tartalea; Comm. litteras prorsus mutauit.  $KEL$ ] „ $hel$ “ Tartalea. 23. quae secundum] τὰ κατὰ. 24. „perifariam“ Tartalea.

*XO* periferiam *POBE* humido, quod secundum *AB* locum, quae autem secundum periferiam *OP* humido, quod secundum *BE* locum. inaequaliter igitur premuntur partes humidi, quae secundum periferiam *XO*,  
 5 iis, quae secundum *OP*. quare expelletur minus pressa a magis pressis [hypoth. 1]. non etiam ergo constare fecimus aliquod humidum. supponebatur autem constans ita, ut maneret non motum. necessarium ergo linea *ABGD* est circuli periferiam, et centrum ipsius  
 10 *K*. similiter autem demonstrabitur et, si superficies humidi plano secta fuerit per centrum terrae, quod sectio erit circuli periferia, et centrum ipsius erit, quod et terrae centrum. palam igitur, quod superficies humidi constantis non moti habet figuram sphaerae ha-  
 15 bentis centrum idem cum terra, quoniam talis est, ut secta per idem signum sectionem faciat circuli periferiam habentis signum, per quod secatur plano [prop. 1].

### Theorema III. Propositio III.

Solidarum magnitudinum, quae aequalis molis et  
 20 aequalis ponderis cum humido, dimissae in humidum demergentur ita, ut superficiem humidi non excedant nihil et non adhuc referentur ad inferius.

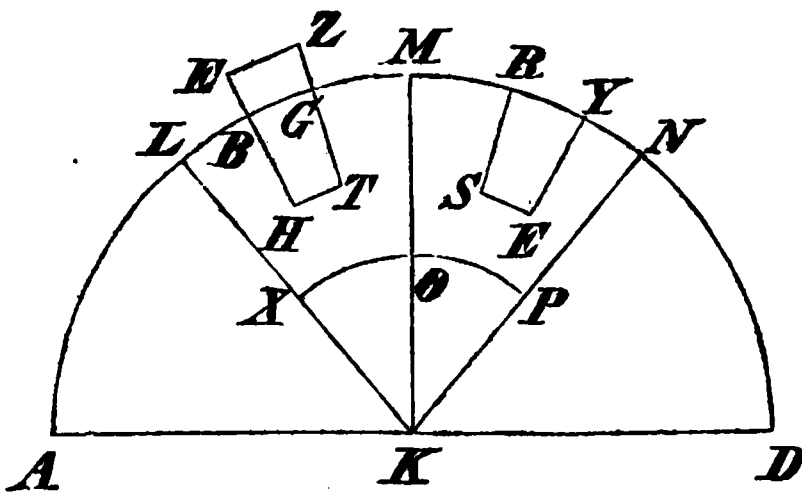
demonstratur enim aliqua magnitudo aequae grauium cum humido in humidum, et si possibile est,

---

1. *POBE*] om. Comm. quod] „quae“ Tartalea. *AB*] „2b“ Tartalea. 3. „aequaliter“ Tartalea; corr. Comm. 4. quae] „quod“ Tartalea. 5. iis] „ei“ Tartalea. „non expelletur“ Tartalea; corr. Comm. 6. „constare“ Tartalea. 10. si] om. Tartalea; „si quomodocunque aliter“ Comm. 17. „centrum habentis“ Comm. 21. non excedant nihil] μή ὑπερβάλλειν μηδέν. 23. demonstratur] scrib. demergatur.



excedat ipsa superficiem humidi. consistat autem humidum, ut maneat immotum. intelligatur autem aliquod planum eductum per centrum terrae et humidi et per solidam magnitudinem. sectio autem sit superficiei quidem humidi quae  $ABGD$ , solidae autem magnitudinis quae  $EZHT$  insidentia, centrum autem terrae  $K$ . sint autem solidae quidem magnitudinis quod



quidem  $BGHT$  in humido, quod autem  $BEZG$  extra. intelligatur et solida figura compressa pyramide basem quidem habente parallelogrammum, quod

in superficie humidi, uerticem autem centrum terrae. sectio autem sit plani, in quo est quae  $ABGD$  periferia, et planorum pyramidis quae  $KL, KM$ . describatur autem quaedam alterius sphaerae superficies circa centrum  $K$  in humido sub  $EZHT$ , quae  $XOP$ . secetur hoc a superficie plani. sumatur autem et quaedam alia pyramis aequalis et similis comprehendenti solidam, continua ipsi. sectio autem sit planorum ipsius quae  $KM, KN$ , et in humido intelligatur quaedam magnitudo humido assumpta quae  $RSEY$  aequalis et similis solidae, quae secundum  $BHGT$ , quod est ipsius in humido. partes autem humidi, quae sunt

5. „magnitudines“ Tartalea. 6. „insidentis“ Comm. 7.  $K$ ] om. Tartalea. 12. „compressam“ Tartalea. 13. „basem“ Tartalea. 14. „habentem paralelogrommum“ Tartalea. 26. „ $bheg$ “ Tartalea. 27. ipsius] sc. totius solidi  $EZTH$ . sunt]  $\therefore$  Tartalea.

in prima pyramide sub superficie, in qua est quae  $XO$ , et quae in altera, in qua quae  $PO$ , ex aequo sunt positae et continuae. similiter autem non pre-  
 5 muntur. quae quidem etiam secundum  $XO$  premitur a solido  $THEZ$  et humido intermedio superficie, quae secundum  $XO$ ,  $LM$ , et planorum pyramidis; quae autem secundum  $PO$  solido  $RSEY$  et humido inter-  
 medio superficie, quae secundum  $PO$ ,  $MN$ , et planorum pyramidis. minor autem erit grauitas humidi,  
 10 quod secundum  $MN$ ,  $OP$ , eo, quod secundum  $LM$ ,  $XO$ . quod enim secundum  $RSEY$ , est minus solido  $EZHT$ . ipsius enim ei, quod secundum  $HGBT$ , est aequale, quia magnitudine aequale et aequae graue supponitur solidum cum humido. reliquum autem reliquo aequale  
 15 est. palam igitur, quia expelletur pars, quae secundum periferiam  $OP$ , ab ea, quae secundum periferiam  $OX$ , et non erit humidum non motum [hypoth. 1]. supponitur autem non motum existens. non ergo excedet superficiem humidi aliquid solidae magnitudinis.  
 20 demersum autem solidum non fertur ad inferiora. similiter enim prementur omnes partes humidi ex aequo positae, quia solidum est aequae graue.

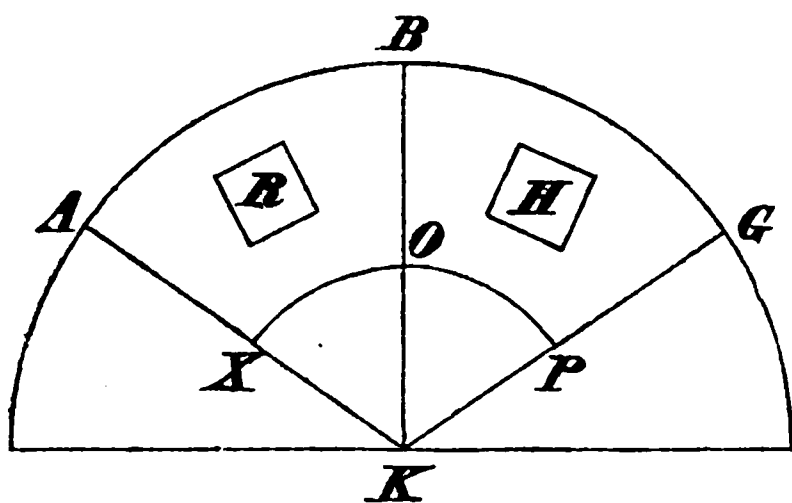
---

2. aequo] „quo“ Tartalea. 3. „non continuae“ Tartalea.  
 non] om. Tartalea. 4. etiam] scrib. enim. 5. „ther“ Tar-  
 talea. superficie] τὸ μεταξὺ τῶν ἐπιφανειῶν καὶ . . τῶν ἐπι-  
 πέδων; cfr. lin. 8. 7. „r/cy“ Tartalea, ut lin. 11. 11.  
 enim] ·n· Tartalea. 14. aequale] scripsi; „inaequale“ Tartalea  
 et Comm. 15. quia] διότι. 21. aequo] „quo“ Tartalea.  
 22. „graue atque humidum“ Comm.

## Theorema III. Propositio III.

Solidarum magnitudinum quaecunque leuior fuerit humidi, dimissa in humidum non demergetur tota, sed erit aliquid ipsius extra superficiem humidi.

sit enim solida magnitudo leuior humido et dimissa in humidum. demergatur tota, si possibile est, et nihil ipsius sit extra superficiem humidi. consistat autem humidum ita, ut maneat non motum. intelligatur etiam aliquod planum eductum per centrum terrae et per humidum et per solidam magnitudinem. 10



secetur autem a plano hoc superficies quidem humidi secundum superficiem  $ABGD$ , solida autem magnitudo per figuram in  $R$ . centrum autem terrae

sit  $K$ . intelligatur autem quaedam pyramis comprehens figuram  $R$ , secundum quod et prius, uerticem habens signum  $K$ . secetur autem ipsius plana a superficie plani  $ABG$  secundum  $AK, KB$ . accipiatur autem et aliqua alia pyramis aequalis et similis huic. secetur autem ipsius plana a plano  $ABG$  secundum  $KB, KG$ . describatur autem et quaedam alterius sphaerae superficies in humido circa centrum  $K$ , sub solida autem magnitudine. secetur ipsa ab eodem plano secundum  $XOP$ . intelligatur autem et magni-

3. dimissa] scrib. demissa, ut lin. 5 et p. 362, 20. 10.  
 „magnitudinum“ Tartalea. 20. secundum quod et prius]  
 κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ πρότερον.

tudo absumpta ab humido, quae secundum  $H$ , in posteriori pyramide aequalis solidae, quae secundum  $R$ . partes autem humidi, quod in prima pyramide, quae sub superficiebus, quae secundum superficiem  $XO$ , et  
 5 quod in secunda, quae sub superficiebus, quae superficie  $OP$ , ex aequo sunt positae et continuae inuicem. non similiter autem premuntur. quae quidem in prima pyramide, premitur a solida magnitudine, quae secundum  $R$ , et ab humido continente ipsam et existente  
 10 in loco pyramidis, quae secundum  $ABOX$ . quae autem in altera pyramide, premitur ab humido continente ipsam existente in loco pyramidis, qui secundum  $POBG$ . est autem et grauitas, quae secundum  $R$ , minor grauitate humidi, quod secundum  $H$ , quoniam  
 15 niam magnitudinem quidem est aequalis, solida autem magnitudo supponitur esse leuior humido humidi continentis magnitudines  $R, H$ , eritque pyramidum aequalis. magis igitur premitur pars humidi, quod sub superficiebus, quae secundum periferiam  $OP$ . expellet  
 20 ergo, quod minus premitur [hypoth. 1], et non manet humidum non motum. supponebatur autem non motum. non ergo demergetur tota, sed erit aliquid ipsius extra superficiem humidi.

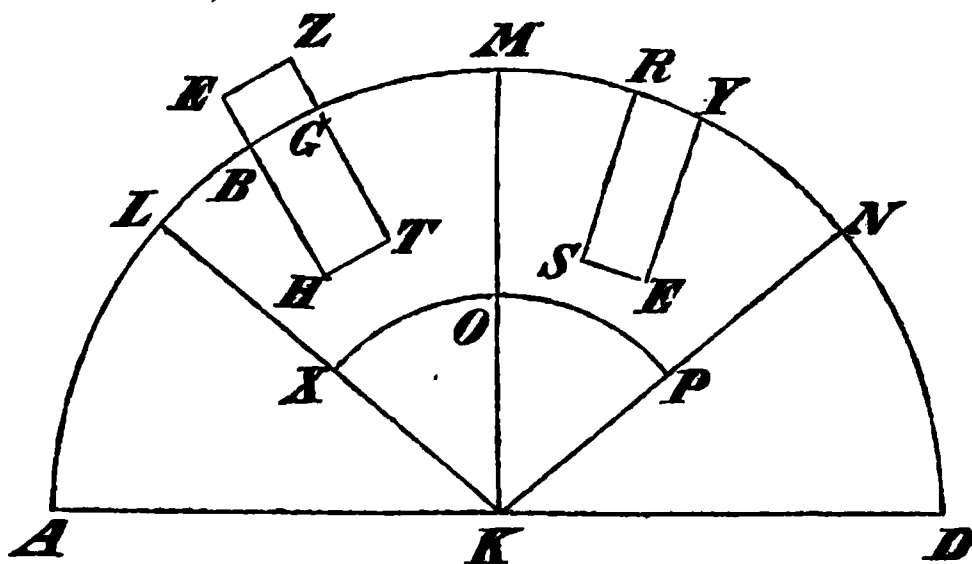
---

3. quae sub superficiebus] obscura; om. Comm.; cfr. lin. 5, 18. 6. aequo] „quo“ Tartalea. 9. ipsam] „ipsas“ Tartalea. 11. premitur] deest: „ab magnitudine  $H$  et“. „continent“ Tartalea. 14—17: „quoniam magnitudo solida mole quidem aequalis et humido leuior ponitur; grauitas autem humidi continentis magnitudines  $R, H$  est aequalis, cum pyramides aequales sint“ Comm.

## Theorema V. Propositio V.

Solidarum magnitudinum quaecunque fuerit leuior, dimissa in humidum in tanto demergetur, ut tanta moles humidi, quanta est moles demersae, habeat aequalem grauitatem cum tota magnitudine. 5

disponantur autem eadem prioribus, et sit humidum non motum. sit autem magnitudo *EZHT* leuior humido. si igitur humidum est non motum, similiter



prementur partes ipsius ex aequo positae [hypoth. 1]. similiter ergo premetur humidum, quod sub super- 10  
ficiebus, quae secundum periferias *XO* et *PO*. quare aequalis est grauitas, quae premitur. est autem et humidi grauitas, quod in prima pyramide, sine *BHTG* solido aequalis grauitati humidi, quod in altera pyra-  
mide, sine *RSEY* humido. palam igitur, quod gra- 15  
uitas magnitudinis *EZHT* est aequalis grauitati hu-  
midi *RSEY*. manifestum igitur, quod tanta moles  
humidi, quanta est demersa pars solidae magnitudinis,  
habet grauitatem aequalem toti magnitudini.

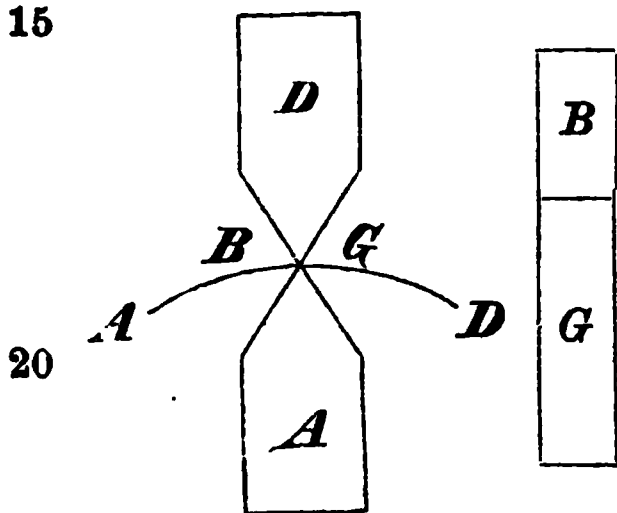
3. Scrib. demissa. 6. „eandem“ Tartalea. 12. quae premitur] „qua premuntur“ Comm. 15. „rscy“ Tartalea, ut lin. 17.

## Theorema VI. Propositio VI.

Solida leuiora humido ui pressa in humidum surrexi feruntur tanta ui ad superius, quanto humidum habens molem aequalem cum magnitudine est grauius  
5 magnitudine.

sit enim magnitudo *A* leuior humido. sit autem magnitudinis quidem, in qua *A*, grauitas *B*, humidi autem habentis molem aequalem cum *A* grauitas *BG*. demonstrandum, quod magnitudo *A*, ubi pressa in hu-  
10 midum, refertur ad superius tanta ui, quanta est grauitas *G*. accipiatur enim quaedam magnitudo, in qua *D*, habens grauitatem aequalem ipsi *G*. magnitudo autem ex utrisque magnitudinibus, in quibus *A*, *D*, in eadem composita est leuior humido. est enim magni-

15



20

tudinis quidem ex utrisque grauitas *BG*, grauitas autem humidi habentis molem aequalem [ipsis *A*, *D* maior est quam *BG*, quoniam humidi molem habentis aequalem] cum *A* grauitas est *BG*. dimittatur igitur in humidum magnitudo ex utrisque  
25 *A*, *D* composita. ad tantum demergetur, donec tanta moles humidi, quantum est demersum magnitudinis, habeat grauitatem aequalem cum tota magnitudine. demonstratum est hoc [prop. 5]. sit autem superficies quaedam humidi alicuius quae *ABGD* periferia. quoniam igitur

2. surrexi] ἐπανιστάμενα p. 358, 5; om. Comm. 4. „mole“ Tartalea, ut lin. 8, 17. 14. humido] sc. molem habenti aequalem magnitudini  $A + D$ . 17. ipsis — lin. 19: aequalem] om. Tartalea; suppleui ex Commandino.

tanta moles humidi, quanta est magnitudo  $A$ , habet grauitatem aequalem cum magnitudinibus  $A$ ,  $D$ , palam est, quod demersum ipsius erit magnitudo  $A$ , reliquum autem, in quo  $D$ , erit totum desuper supra superficiem humidi. si enim †. palam igitur, quod 5 quanta ui magnitudo  $A$  refertur ad superius, tanta ab eo, quod supra est,  $D$ , premitur ad inferius, quoniam neutra a neutra expellitur. sed  $D$  ad deorsum premit tanta grauitate, quanta est  $G$ ; supponebatur enim grauitas eius, in quo  $D$ , esse aequalem ipsi  $G$ . 10 palam igitur, quod oportebat demonstrare.

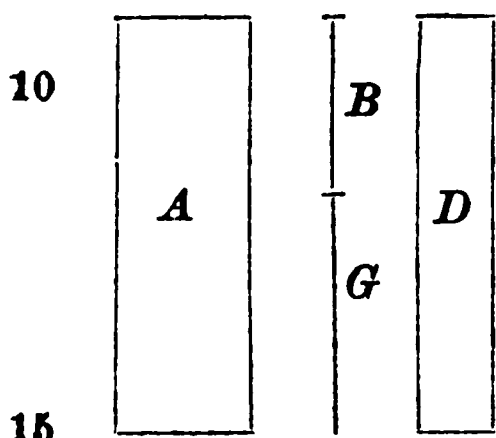
Theorema VII. Propositio VII.

Grauiora humido dimissa in humidum ferentur deorsum, donec descendant, et erunt leuiora in humido tantum, quantum habet grauitas humidi habentis tan- 15 tam molem, quanta est moles solidae magnitudinis.

quod quidem feretur in deorsum, donec descendat, palam. partes enim humidi, quae sub ipsius, premuntur magis quam partes ex aequo ipsis iacentes, quoniam solida magnitudo supponitur grauior humido. 20 quod autem leuiora erunt, ut dictum est, demonstrabitur. sit enim aliqua magnitudo quae  $A$ , quae est grauior humido, grauitas autem magnitudinis quidem, in qua  $A$ , sit quae  $BG$ , humidi autem habentis mo-

5. si enim] om. Comm.; lacuna uidetur esse. 7. est] .f. Tartalea. 8. neutra a neutra] h. e. quoniam aequilibritatem seruat  $A + D$  ita positum, ut  $A$  in humido sit,  $D$  autem supra. male Nizzius: altera ab altera. 10.  $D$ ] „ $gd$ “ Tartalea. 13. „ferrentur“ Tartalea. 16. „mole“ Tartalea, ut lin. 24. 17. „ferretur“ Tartalea. 18. sub ipsius] ὑπ’ αὐτοῦ. 19. quam] „quae“ Tartalea. aequo ipsis] „quo ipsas“ Tartalea. 24. sit quae] ἔστω ἡ; „sitque“ Tartalea.

lem aequalem ipsi *A* grauitas *B*. demonstrandum, quod magnitudo *A* in humido existens habebit grauitatem aequalem ipsi *G*. accipiatur enim aliqua alia magnitudo, in qua *D*, leuior humido molis aequalis cum  
 5 ipsa. sit autem magnitudinis quidem, in qua *D*, grauitas aequalis grauitati *B*, humidi autem habentis molem aequalem magnitudini *D* grauitas sit aequalis grauitati *BG*. compositis autem magnitudinibus, in quibus



*A*, *D*, magnitudo simul utrarumque erit aequae grauis humido. grauitas enim magnitudinum simul utrarumque est aequalis ambabus grauitatibus, scilicet *BG* et *B*, grauitas humidi huius habentis molem aequalem ambabus magnitudinibus est

aequalis eisdem grauitatibus. dimissis igitur magnitudinibus et proiectis in humidum aequerepentes erunt humido et nec ad sursum ferentur neque ad deorsum [prop. 3], quoniam magnitudo quidem, in qua *A*, existens  
 20 grauior humido feretur ad deorsum et tanta ui a magnitudine, in qua *D*, retrahitur. magnitudo autem, in qua *D*, quoniam est leuior humido, eleuabitur sursum tanta ui, quanta est grauitas *G*; demonstratum est enim, quod magnitudines solidae leuiores humido impressae  
 25 in humidum tanta ui referuntur ad sursum, quanto humidum aequae molis cum magnitudine est grauius magnitudine [prop. 6]. est autem humidum habens

6. „mole aequale“ Tartalea. 14. huius habentis] τοῦ ἔχοντος. „mole“ Tartalea. 18. „ferrentur“ Tartalea, ut lin. 20. 19. quoniam] debebat esse: itaque. 20. tanta] ο: tantadem.



molem aequalem cum  $D$  [gravius quam  $D$  ipsa  $G$  grauitate]. Palam igitur, quod magnitudo, in qua  $A$ , fertur in deorsum tanta grauitate, quanta est  $G$ .

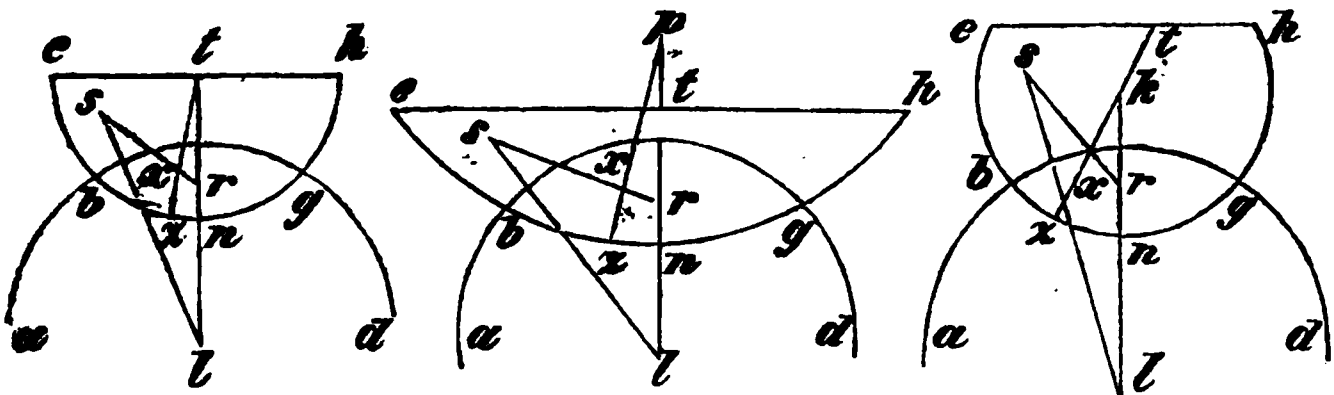
Suppositio II.

Supponatur, eorum, quae in humido sursum feruntur, unumquodque sursum ferri secundum perpendicularem, quae per centrum grauitatis ipsorum producitur.

Theorema VIII. Propositio VIII.

Si aliqua solida magnitudo habens figuram portionis sphaerae in humidum dimittatur ita, ut basis portionis non tangat humidum, figura insidebit recta ita, ut axis portionis secundum perpendiculararem sit. et si ab aliquo trahitur figura ita, ut basis portionis tangat humidum, non manet declinata, secundum dimittatur, sed recta restituitur.†<sup>1)</sup>

1) Demonstratio huius propositionis apud Tartaleam deest (diserte ad eam respicitur prop. 9 p. 372, 15; 21); sed figurae cum



iis, quae ad prop. 9 pertinent, mixtae inueniuntur hae; demonstrationem de suo adiecit Commandinus.

1. grauius — grauitate lin. 2 om. Tartalea; suppleni ex Commandino. 3. „feri“ Tartalea. 13. secundum] „si“ Comm.

## [Theorema IX. Propositio IX.]

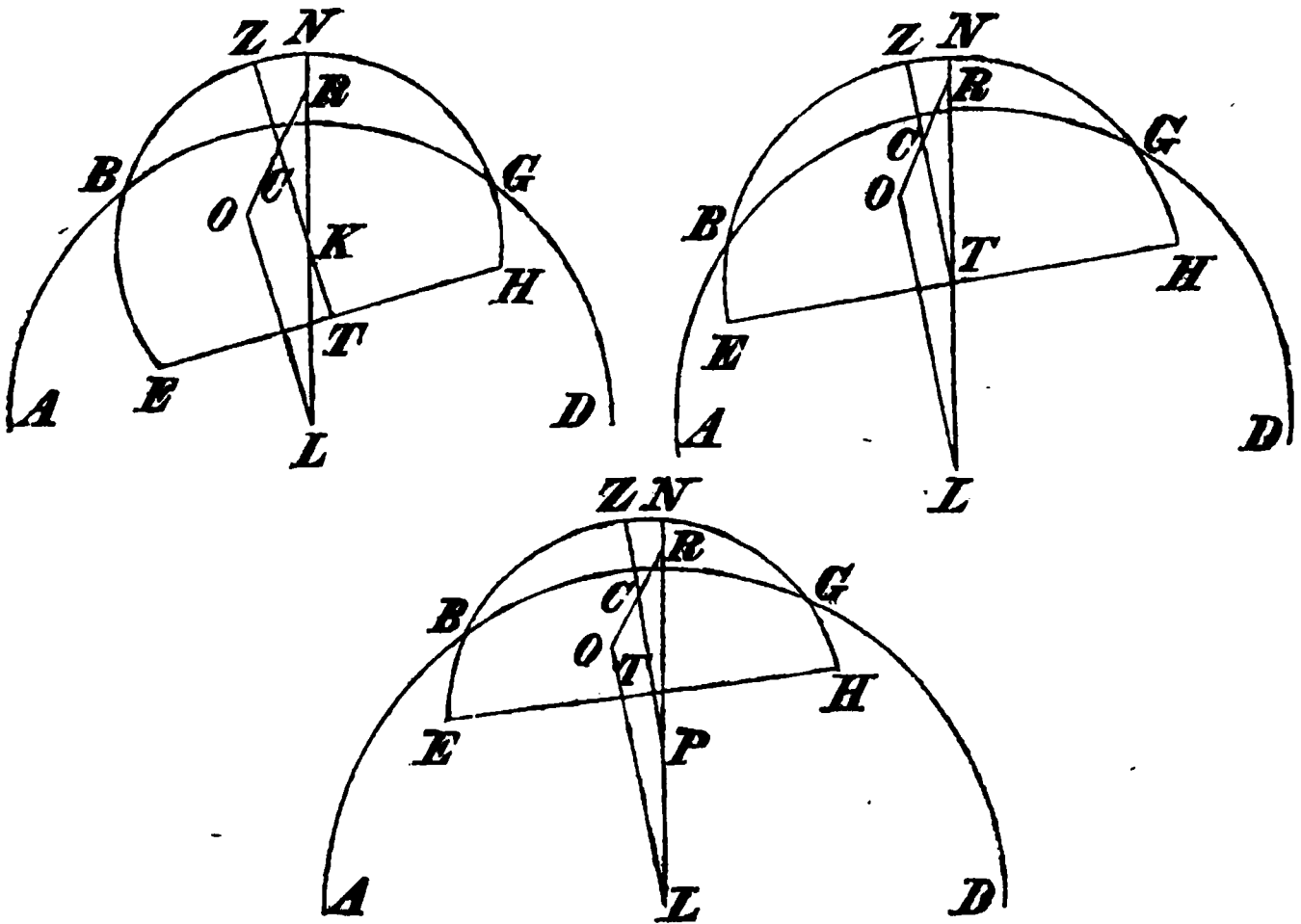
Et igitur, si figura leuior existens humido dimit-  
tatur in humidum ita, ut basis ipsius tota sit in hu-  
mido, figura insidebit recta ita, ut axis ipsius sit se-  
5 cundum perpendicularem.

intelligatur enim aliqua magnitudo, qualis dicta  
est, in humidum dimissa. intelligatur etiam et pla-  
num productum per axem portionis et per centrum  
terrae. sectio autem sit superficiei quidem humidi  
10 quae  $ABGD$  periferia, figurae autem  $EZH$  periferia,  
et quae  $EH$  recta. axis autem portionis sit quae  $ZT$ .  
si igitur est possibile, non secundum perpendicularem  
sit quae  $ZT$ . demonstrandum igitur, quod non ma-  
net figura, secundum in rectum statuatur. est autem  
15 centrum sphaerae usque  $ZT$ . rursus enim sit figura  
maior emisperio, et sit centrum sphaerae usque ad  
emisperium scilicet  $T$ , in minori autem  $P$ , in maiori  
autem  $K$ . per  $K$  autem et per centrum terrae  $L$  du-  
catur  $KL$ . figura autem extra humidum assumpta a  
20 superficie humidi axem habet in perpendiculari, quae  
per  $K$ . propter eadem prioribus est centrum graui-  
tatis ipsius in linea  $NK$ . sit enim  $R$ . totius autem  
portionis centrum grauitatis est in linea  $ZT$  inter  $K$

---

1. Theorema cett. om. Tartalea, apud quem prop. 9 ita  
typis expressa est, quasi sit demonstratio propositionis 8. 11.  
sit quae] „sitque“ Tartalea. 14. secundum] „sed“ Comm.  
15. usque] „in“ Comm. rursus] sc. ut in demonstratione  
prop. 8. 16. emisperio]  $\rho$ : hemisphaerio; cfr. lin. 17. us-  
que ad] „in dimidia sphaera“ Comm. 19. extra cett.] „quae  
est extra humidi superficiem“ Comm. 21. „eandem“ Tar-  
talea. prioribus] in demonstr. prop. 8. 22. enim]  $\delta\eta$ ?

et  $Z$ , et sit  $C$ . reliquae ergo figurae eius, quae in humido, centrum erit in recta  $CR$  inducta et absumpta, quae habebit ad  $CR$  eandem proportionem, quam habet grauitas portionis, quae extra humidum, ad gra-



uitatem figurae, quae in humido [*ἐπιπ. ἰσορρ. I, 8*]. 5  
 sit autem  $O$  centrum dictae figurae, et per  $O$  perpendiculari[s ducatur  $LO$ ]. feretur igitur grauitas  
 portionis quidem, quae est extra humidum, secundum  
 rectam  $RO$  ad deorsum, figurae autem, quae in hu-  
 mido, secundum rectam  $OL$  ad sursum [*hypoth. 2*]. 10  
 non manet igitur figura, sed partes quidem figurae,  
 quae uersus  $H$ , ferentur ad deorsum, quae autem uer-

1. inducta] *διηγμένη*. 6. „perpendiculari“ Tartalea; ce-  
 tera suppleuit Comm. 7. „ferretur“ Tartalea, ut lin. 12.

sus *E*, ad sursum, et super hoc erit, donec quae *ZT* secundum perpendicularem fiat.<sup>1)</sup>

---

1) Haec quoque propositio mutila ad nos peruenit. neque enim amplius quam primus casus pertractatus est, cum tamen de duobus ceteris promissum sit (p. 372, 15), et praeparatum (p. 372, 17). sed ne id quidem, quod exstat, satis perspicuum est.

---

1. super] scrib. semper. In fine: „explicit de insidentibus aquae liber“ Tartalea.

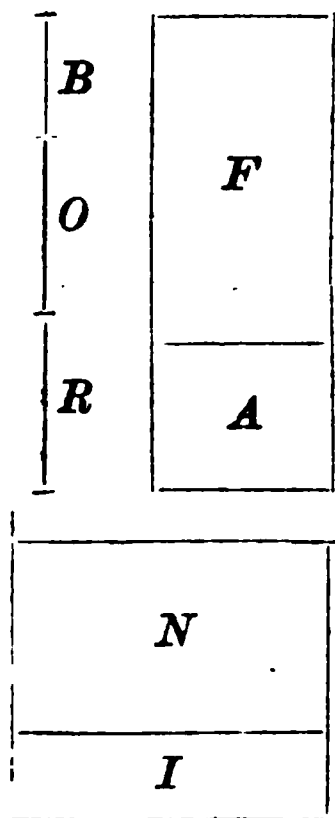
---

## Liber II.

### I.

Si aliqua magnitudo existens leuior humido dimittatur in humidum, hanc habebit proportionem in grauitate ad humidum molis aequalis sibi, quam habet demersa magnitudo ad totam magnitudinem.

demittatur enim in humidum aliqua magnitudo solida, quae sit  $FA$ , leuior humido. sit autem quod quidem demersum ipsum  $A$ , quod autem extra humidum  $F$ . demonstrandum, quod mag-



nitudo  $FA$  ad humidum aequalis molis in grauitate hanc habet proportionem, quam  $A$  ad  $FA$ . accipiatur enim aliqua humida magnitudo, quae sit  $NI$ , molis aequalis cum  $FA$ , et ipsi quidem  $F$  sit aequale  $N$ , ipsi autem  $A$   $I$ . et adhuc grauitas quidem magnitudinis  $FA$  sit  $B$ , ipsius autem  $NI$  quae  $RO$ , ipsius autem  $I$   $R$ . magnitudo igitur  $FA$  ad  $NI$  hanc habet proportionem, quam grauitas  $B$  ad grauitatem  $RO$ . sed quoniam magnitudo  $FA$  in humidum dimissa est leuior

5. molis] „mobilis“ Tartalea. 8. quae] „quam“ Tartalea, ut lin. 14. 9. ipsum] ipsius?

8. quae] „quam“ Tartalea, ut lin. 14.

existens humido, palam, quod demersae magnitudinis  
 moles humidi habet grauitatem aequalem cum magni-  
 tudine  $FA$ . demonstratum est enim hoc [I, 5]. et  
 quoniam quod secundum  $A$  humidum est  $I$ , ipsius  
 5 autem  $I$  grauitas est  $R$ , ipsius autem  $FA$  grauitas  
 est  $B$ , grauitas  $B$ , quae est habentis aequalem molem  
 totius magnitudinis  $FA$ , est aequalis grauitati humidi  $I$ ,  
 scilicet ipsi  $R$ ; et quoniam est, ut magnitudo  $FA$   
 ad humidum, quod secundum ipsam, scilicet  $NI$ , ita  
 10  $B$  ad  $RO$ , aequale autem est  $B$  ipsi  $R$ , ut autem  $R$   
 ad  $RO$ , ita  $I$  ad  $NI$  et  $A$  ad  $FA$ , ut ergo  $FA$  ad  
 humidum, quod secundum ipsam, in grauitate, magni-  
 tudo  $A$  ad  $FA$ . † factum est aequale demersae mag-  
 nitudinis, scilicet  $A$ . habet ergo magnitudo  $FA$  in  
 15 grauitate ad  $NI$ , ita  $B$  ad  $RO$ . quam autem pro-  
 portionem habet  $R$  ad  $RO$ , hanc habet proportionem...  
 ad  $R$ , . . . et  $A$  ad  $FA$ . demonstratum est enim.

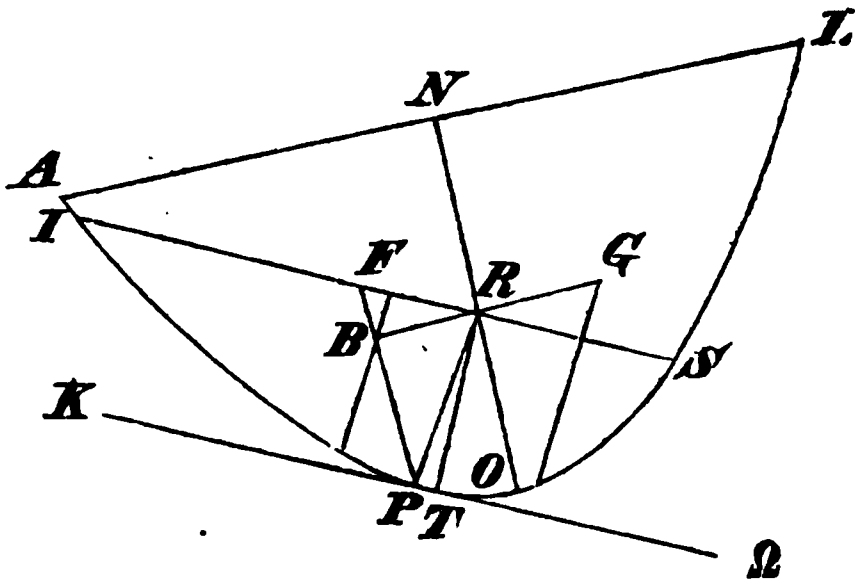
## II.

Recta portio rectanguli conoidalis quando axem  
 20 habuerit non maiorem, quam emolium eius, quae us-  
 que axem, omnem proportionem habens ad humidum  
 in grauitate, dimissa in humido ita, ut basis ipsius  
 non tangat humidum, posita inclinata, non manet in-

1. „demeraes“ Tartalea; „tantam humidi molem, quanta est  
 pars magnitudinis demersa“ Comm. 4. quod secundum] τὸ  
 κατὰ τὴν  $A$  ὑγρόν. 6. „aequalitate mole“ Tartalea; „grauita-  
 tem aequalem“ Nizzius male. 10.  $B$ ] (prius) „ $BO$ “ Tartalea.  
 12. „ipsa“ Tartalea. 13. factum] sequentia uerba sensu ca-  
 rent, nec opus sunt; „quod demonstrare oportebat“ Comm. ce-  
 teris omissis. 17. ad  $R$ ] in media lacuna Tartalea. 20.  
 non maiorem] Torellius p. XVIII; „maiorem“ Tartalea; „mi-  
 norem“ Comm.

clinata, sed restituetur recta. rectam dico consistere talem portionem, quando quod secuit ipsam fuerit aequidistanter superficiei humidi.

sit portio rectanguli conoidalis, qualis dicta est, et iaceat inclinata. demonstrandum, quod non manet, 5 sed restituetur recta. secta autem ipsa plano per



axem recte ad planum, quod in superficiei humidi, portionis sectio sit quae  $APOL$  rectanguli conici sectio [περι κων. 11], axis autem portionis et diameter sectionis quae  $NO$ , superficiei autem humidi quae  $IS$ . 10 si igitur portio non est recta, non utique erit quae  $AL$  aequidistans ipsi  $IS$ . quare non faciet angulum rectum quae  $NO$  ad  $IS$ . ducatur ergo quae  $K\Omega$  contingens sectionem conici penes  $P$ .†<sup>1)</sup>)

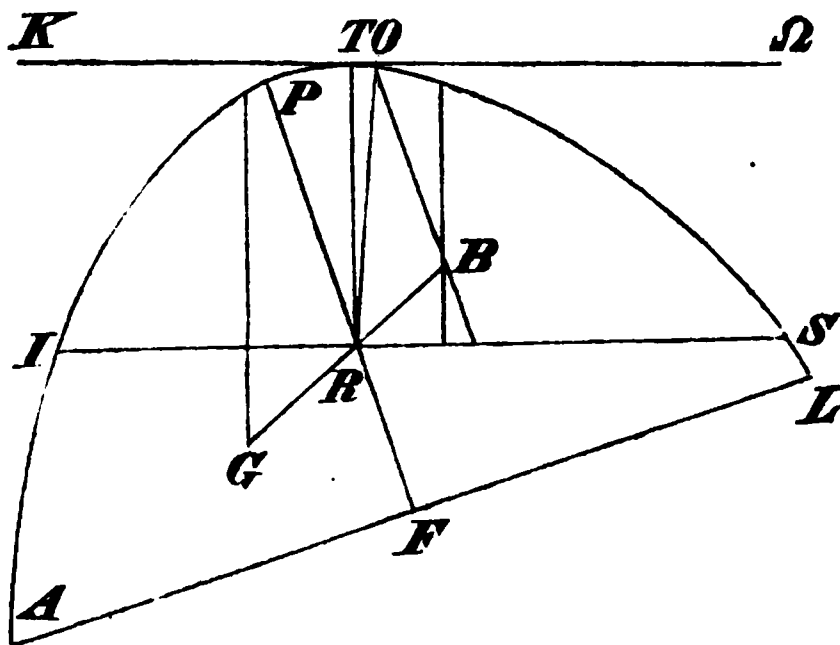
1) Pars extrema demonstrationis apud Tartaleam deest; de suo adiecit Commandinus.

8. quae  $APOL$ ] „que apol.“ Tartalea. 10. superficiei] pendet ab „sectio“ lin. 8. quae  $IS$ ] „quam  $K$ “, Tartalea.  
12.  $IS$ ] „is  $K$ “ Tartalea.

## III.

Recta portio rectanguli conoidalis, quando axem habuerit non maiorem quam emolium eius, quae usque ad axem, omnem proportionem habens ad humidum in grauitate, dimissa in humido ita, ut basis ipsius tota sit in humido, posita inclinata, non manet inclinata, sed restituetur ita, ut axis ipsius secundum perpendicularem sit.

dimittatur enim aliqua portio in humidum, qualis 10 dicta est, et sit ipsius basis in humido. secta autem plano per axem recto ad superficiem humidi sectio sit quae  $APO$  rectanguli conici sectio [ $\pi\epsilon\rho\lambda\ \kappa\omega\nu$ . 11], axis autem portionis et diameter sectionis quae  $PF$ , superficiei autem humidi sectio sit quae  $IS$ ; et si inclinata



15 iacet portio, non erit secundum perpendicularem axis. non ergo faciet quae  $PF$  angulos aequales ad  $IS$ . ducatur autem quaedam quae  $K\Omega$  aequedistanter ipsi

3. non maiorem] Torellius p. XVIII; „maiolem“ Tartalea; „minorem“ Comm. 9. qualis] „aequalis“ Tartalea. 13. sectionis] „sectio m, f“ Tartalea. 14. sit quae] „sitque“ Tartalea.



*IS* contingens sectionem *APOL* penes *O*, et solidae quidem magnitudinis *APOL* centrum grauitatis sit *R*, ipsius autem *IPOS* solidi centrum *B*, et copulata quae *BR* educatur, et centrum grauitatis reliquae figurae, scilicet *ISLA*, sit *G* [cfr. *ἐπιπ. ἰσορρ.* I, 8]. similiter<sup>1)</sup> 5 demonstrabitur angulus quidem qui sub *ROK* acutus, perpendicularis quae ab *R*, *TR*, ad *KΩ* producitur, cadens inter *K* et *Ω*, sitque *RT*. si autem ab ipsis *G*, *B* ducantur aequedistanter ipsi *RT*, quod quidem in humido absumptum feretur sursum secundum pro- 10 ductam per *G* [I hypoth. 2]. quod autem extra humidum secundum productam per *B* feretur deorsum, et non manet solidum *APOL* sic se habens in humido, sed quod quidem secundum *A* habebit lationem sursum, quod autem secundum *L* deorsum, donec fiat 15 quae *PF* secundum perpendicularem.

IV.

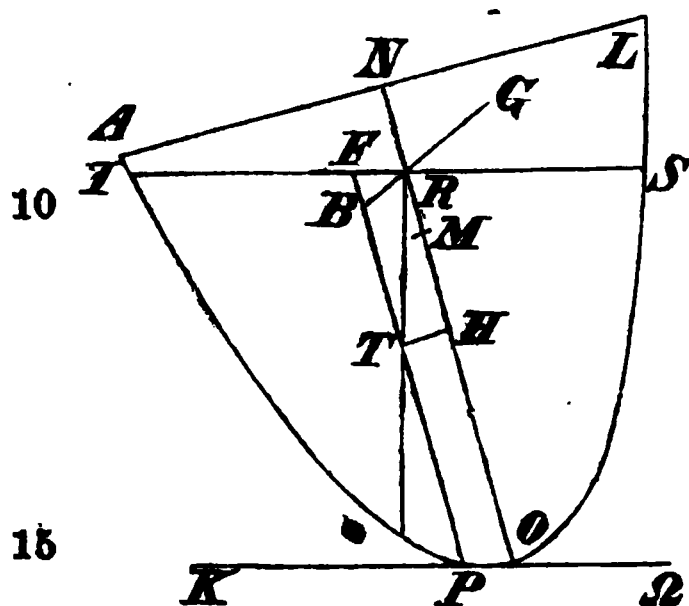
Recta portio rectanguli conoidalis quando fuerit leuior humido et axem habuerit maiorem quam emiolium eius, quae usque ad axem, si in grauitate ad 20 humidum aequae molis non minorem proportionem habeat illa, quam habet tetragonum quod ab excessu, quo maior est axis quam emiolius eius, quae usque

1) Sc. ac supra in demonstratione prop. 2, quae intercidit; de re u. Nizze p. 234, η.

6. *ROK*] „*ρωκ*“ Tartalea. 7. perpendicularis] srib. et perp. *TR*] om. Comm. „*κο*“ Tartalea. 8. *Ω*] „*ο*“ Tartalea. 10. „ferret“ Tartalea. 12. „producta“ Tartalea. 21. aequae] ∷ aequalis; „aeque“ Tartalea.

ad axem, dimissa in humido ita, ut basis ipsius non tangat humidum, posita inclinata, non manet inclinata, sed restituetur in rectum.

esto portio rectanguli conoidalis, qualis dicta est, et dimissa in humidum, si est possibile, sit non recta, sed sit inclinata. secta autem ipsa per axem plano



recto ad superficiem humidi portionis quidem sectio sit rectanguli conici sectio [περὶ κων. 11] quae  $APO$ , axis autem portionis et diameter quae  $NO$ , superficiei autem humidi sectio sit  $IS$ . si igitur portio non est recta, non faciet quae  $NO$  ad  $IS$  angulos aequales. ducatur

autem quae  $KΩ$  contingens sectionem rectanguli conici penes  $P$ , aequidistans autem ipsi  $IS$ . a  $P$  autem aequidistanter ipsi  $ON$  ducatur quae  $PF$ , et accipiantur centra grauitatum, et erit solidi quidem  $APO$  centrum  $R$ , eius autem, quod inter humidum, centrum  $B$ , et copuletur  $BR$  et educatur ad  $G$ , et sit solidi, quod supra humidi, centrum grauitatis  $G$  [ἐπιπ. ἰσορρο. I, 8]. et quoniam quae  $NO$  ipsius quidem  $RO$  est emiolia<sup>1)</sup>, eius autem, quae usque ad axem, est maior

1) Nam centrum grauitatis conoidis rectanguli ita in axi

1. axém] addendum: ad tetragonum quod ab axe. 4.  
 „rectangula“ Tartalea. 11. diameter] sc. sectionis. 19.  
 quae] „que“ Tartalea. 20. „contra grauitum“ Tartalea. 21.  
 inter] >: intra. 22.  $BR$ ] „gtr“ Tartalea. 23. quod supra  
 humidi] τὸ ὑπὲρ τοῦ ὑγροῦ.

quam emiolia, palam, quod quae  $RO$  est maior quam  
 quae usque ad axem. sit igitur quae  $RH$  aequalis ei,  
 quae usque ad axem, quae autem  $OH$  dupla ipsius  
 $HM$ . quoniam igitur sit quae quidem  $NO$  ipsius  $RO$   
 emiolia, quae autem  $MO$  ipsius  $OH$ , et reliqua quae 5  
 $MN$  reliquae, scilicet  $RH$ , emiolia est.<sup>1)</sup> ipsi  $MO$  est  
 maior quam emiolius est axis eius, quae usque ad  
 axem, scilicet  $RH$ .<sup>2)</sup> et quoniam supponebatur portio  
 ad humidum in grauitate non minorem proportionem  
 habens illa, quam habet tetragonum, quod ab excessu, 10  
 quo axis est maior quam emiolius eius, quae usque  
 ad axem, ad tetragonum quod ab axe, palam, quod  
 non minorem proportionem habet portio ad humidum  
 in grauitate illa proportione, quam habet tetragonum  
 quod ab  $MO$  ad id quod ab  $NO$ . quam autem pro- 15  
 portionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc  
 habet demersa ipsius portio ad totam solidam portio-  
 nem. demonstratum est enim hoc [prop. 1]. sed quam  
 habet proportionem demersa portio ad totam, hanc

positum est, ut pars ad uerticem sita duplo maior sit altera;  
 Quaest. Arch. p. 33.

1) Nam  $MN = NO \div MO = \frac{2}{3}(RO \div OH) = \frac{2}{3}RH$ .

2) H. e.  $NO = \frac{2}{3}RH + MO$ . „quae usque ad axem“ ( $\eta$   
 $\mu\acute{\epsilon}\chi\omicron\iota$  τοῦ ἄξονος; περὶ κων. 3 p. 304, 3) est dimidia parametrus  
 ( $p$ ); u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 51 nr. 13. sed  
 $RH = \frac{1}{2}p$  (Apollon. con. V, 13). est igitur

$$NO = MN + MO = \frac{2}{3}RH + MO.$$

2.  $RH$ ] „ $rm$ “ Tartalea. 3.  $OH$ ] „ $on$ “ Tartalea. 4.  
 $HM$ ] „ $rm$ “ Tartalea. 5.  $OH$ ] sc. emiolia. 6. reliquae] „re-  
 liqua“ Tartalea. est] (alt.) igitur? „ergo axis tanto maior est  
 quam sesquialter eius, quae usque ad axem, quanta est linea  
 $MO$ “ Comm. 8.  $RH$ ] „ $rm$ “ Tartalea. 9. „minuerem“  
 Tartalea. 14. proportione] „proportionem“ Tartalea. 19.  
 portio] „proportio“ Tartalea.

habet tetragonum quod ab  $PF$  ad tetragonum quod ab  $NO$ . demonstratum est enim in iis, quae de conoidalibus, quod, si a rectangulo conoidali duae portiones qualitercunque productis planis abscindantur  
 5 portiones, adinuicem eandem habebunt proportionem, quam tetragona quae ab axibus ipsorum [ $\pi\epsilon\rho\iota\ \kappa\omega\nu$ . 24]. non minorem ergo proportionem habet tetragonum quod a  $PF$  ad tetragonum quod ab  $NO$ , quam tetragonum quod ab  $MO$  ad tetragonum quod ab  $NO$ . quare quae  
 10  $PF$  non est minor quam  $MO$ , neque quae  $BP$  quam  $HO$ .<sup>1)</sup> si igitur ab  $H$  ipsi  $NO$  recta ducatur, cadet intra  $B$  et  $P$ . quoniam igitur quae quidem  $PF$  est aequidistanter diametro, quae autem  $MT$  est perpendicularis ad diametrum, et quae  $RH$  aequalis ei, quae usque ad axem,  
 15 ab  $R$  ad  $T$  copulata et educta facit angulos rectos ad contingentem secundum  $P$ .<sup>2)</sup> quare et ad  $IS$  et ad eam, quae per  $IS$ , superficiem humidi faciet aequales angulos.<sup>3)</sup> si autem per  $B$ ,  $G$  ipsi  $RT$  aequedistantes ducantur, anguli recti erunt facti ad super-  
 20 ficiem humidi, et quod quidem in humido assumitur

1) Nam  $BP = \frac{2}{3} PF$  (p. 380 not. 1) et  
 $HO = \frac{2}{3} MO$   $\therefore BP \overline{=} HO$ .

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 54 nr. 21.

3) Nam  $IS \neq K\Omega$ ; tum u. Eucl. I, 29.

1. ab  $PF$  ad tetragonum quod ab  $NO$ ] om. Tartalea lacuna relictā; corr. Comm. 6. ipsorum] post hoc uocabulum lacunam habet Tartalea. 10.  $HO$ ] „no“ Tartalea. 11.  $H$ ] „m“ Tartalea (et fortasse in figura permutandae  $M$  et  $H$ ; nam in figura Tartaleae  $M$  loco litterae  $H$  positum est, sed praeterea inter  $M$  et  $O$  littera  $H$ ). recta]  $\pi\rho\acute{o}s\ \acute{o}\rho\theta\acute{\alpha}s$ . „cadent“ Tartalea. Post  $P$  desideratur: concidat in  $T$ ; cfr. p. 385, 10. 14.  $RH$ ] „rm“ Tartalea. 17. aequales] rectos? 18. autem] igitur? ( $\delta\eta$ ).

solidum conoidalis sursum fertur secundum eam, quae per  $B$ , aequedistantem ipsi  $RT$ , quod autem extra humidum assumptum deorsum fertur in humidum secundum productam per  $G$  aequedistantem ipsi  $RT$  [I hypoth. 2], et per totum idem erit, donec utique conoidale rectum restituatur.

## V.

Recta portio rectanguli conoidalis, quando leuior existens humido habuerit axem maiorem quam emiolium eius, quae usque ad axem, si ad humidum in grauitate non maiorem proportionem habeat illa, quam habet excessus, quo maius est tetragonum quod ab axe tetragono, quod ab excessu, quo axis est maior quam emiolius eius, quae usque ad axem, ad tetragonum quod ab axe, dimissa in humidum ita, ut basis ipsius tota sit in humido, posita inclinata non manet inclinata, sed restituetur, ita ut axis ipsius secundum perpendicularem sit.

demittatur enim in humidum aliqua portio, qualis dicta est, et sit basis ipsius tota in humido. secta autem ipsa plano per axem recto ad superficiem humidi erit sectio rectanguli conici sectio [ $\pi\epsilon\rho\lambda\ \kappa\omega\nu$ . 11]; et sit quae  $APOL$ , axis autem et diameter sectionis quae  $NO$ , superficiei autem humidi sectio quae  $IS$ . et quoniam non est axis secundum perpendicularem, non faciet quae  $NO$  ad  $IS$  angulos aequales. ducatur

---

1. „ea“ Tartalea. 3. „assumpta“ Tartalea. 10. quae]  
 „que“ Tartalea. 12. „tetragonam“ Tartalea. 23. axis] sc.  
 portionis. 24. quae] (prius) „quam“ Tartalea.



quod ab  $NO$  ad tetragonum quod ab  $MO$ .<sup>1)</sup> habet autem tota portio ad portionem quam extra humidum eandem proportionem, quam habet tetragonum quod ab  $NO$  ad id quod a  $PF$  [περὶ κων. 24]. non maiorem ergo proportionem habet quod ab  $NO$  ad id a 5  $PF$ , quam quod ab  $NO$  ad id quod ab  $MO$ . non minor ergo fit quae  $PF$  quam quae  $OM$ . quare nec quae  $PB$  quam  $HO$  [p. 382 not. 1]. quae ergo ab  $H$  producitur ipsi  $NO$  ad rectos angulos, concidet ipsi  $BP$  intra  $P$  et  $B$ . concidat secundum  $T$ . et quoniam 10 in rectanguli conic sectione quae  $PF$  est aequidistanter diametro  $NO$ , quae autem  $HT$  perpendicularis super diametrum, quae autem  $RH$  aequalis ei, quae usque ad axem, palam, quod quae  $RT$  educta facit angulos rectos ad  $KP\Omega$ . quare et ad  $IS$  [p. 382 15 not. 2—3]. quae ergo  $RT$  est perpendicularis ad superficiem humidi. et per signa  $B, G$  aequedistanter ipsi  $RT$  productae erunt perpendiculares ad superficiem humidi. quae quidem igitur extra humidum portio deorsum feretur in humidum secundum pro- 20 ductam per  $B$  perpendicularem, quae autem intra humidum sursum feretur secundum perpendicularem, quae

1) Est  $ISAL : APOL \bar{=} NO^2 \div MO^2 : NO^2$  siue  
 $APOL : ISAL \bar{=} NO^2 : NO^2 \div MO^2$ ;

itaque ἀναστρέψαντι (Eucl. V, 19 πρόσιμα et Pappus VII, 48 p. 686)

$APOL : APOL \div ISAL \bar{=} NO^2 : MO^2$ .

1.  $MO$ ] „*mt*“ Tartalea. 5. quod] „*quae*“ Tartalea. id] id quod? 8.  $HO$ ] „*no*“ Tartalea. 9.  $H$ ] „*m*“ Tartalea.  $NO$  ad rectos angulos] „*ro* aequidistans“ Tartalea. 12.  $NO$ ] „*ro*“ Tartalea.  $HT$ ] „*nt*“ Tartalea. 13.  $RH$ ] „*rm*“ Tartalea. 20. „ferretur“ Tartalea, ut lin. 22. „producta“ Tartalea.

per  $G$ , et non manet solida portio  $APO L$ , sed intra humidum erit motum, donec utique quae  $NO$  fiat secundum perpendicularem.

## VI.

5 Recta portio rectanguli conoidalis quando humido leuior existens axem habuerit maiorem quidem quam hemiolium, minorem autem, quam ut habet hanc proportionem ad eam quae usque ad axem, quam habent quindecim ad quattuor, dimissa in humidum ita, ut  
10 basis ipsius contingat humidum, numquam stabit inclinata ita, ut basis ipsius secundum unum signum contingat humidum.

sit portio, qualis dicta est, et dimissa in humidum consistat, sicut ostensum est, ita ut basis ipsius se-  
15 cundum unum signum contingat humidum. secta autem ipsa per axem plano recto ad superficiem humidi sectio superficiei portionis sit quae  $APO L$  rectanguli conii sectio [ $\pi\epsilon\rho\lambda\iota\ \kappa\omega\nu$ . 11], superficiei autem humidi quae  $AS$ , axis autem portionis et diameter sit quae  
20  $NO$ , et secetur secundum  $F$  quidem ita, ut quae  $OF$  sit quae dupla ipsius  $FN$ , secundum  $\Omega$  autem ita, ut quae  $NO$  ad  $F\Omega$  habeat proportionem quam quindecim ad quattuor, et ipsi  $NO$  adducatur quae  $\Omega K$ . quae autem  $NO$  maiorem proportionem habet ad  $F\Omega$ ,  
25 quam ad eam, quae usque ad axem. sit quae  $FB$  aequalis ei, quae usque ad axem, et ducatur quae qui-

---

2. „in motum“ Tartalea (in motu?). 7. habet] habeat?  
17. superficiei] deleo. 19. diameter] sc. sectionis. 20. ut]  
om. Tartalea. 21. quae] deleo. 23. adducatur] „ad rectos  
angulos ducatur“ Comm. 25. „ea“ Tartalea.



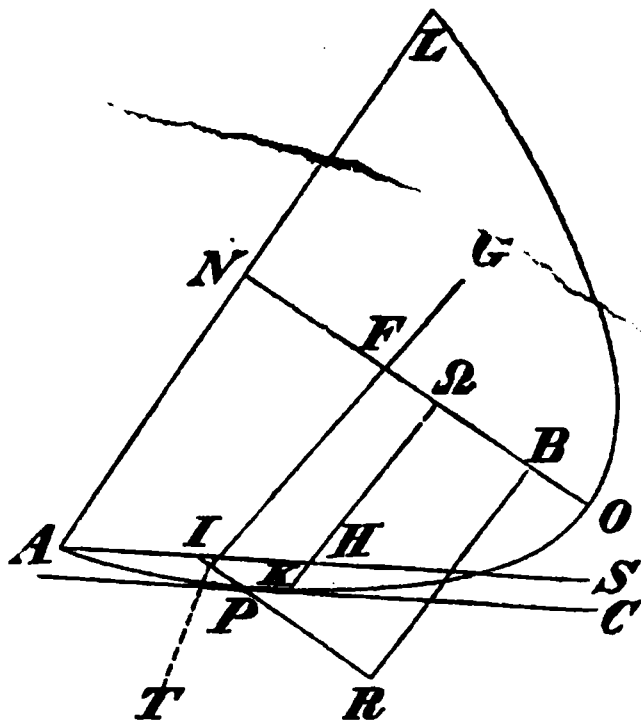


sit autem quae  $PT$  ipsius  $TI$  dupla. centrum ergo  
 grauitatis eius, quod in humido, est signum  $T$  [p. 380  
 not. 1]. et copulata quae  $TF$  educatur, et sit centrum  
 grauitatis eius, quod extra humidum,  $G$  [*ἐπιπ. ἰσορρο.*  
 5 I, 8], et a  $B$  ipsi  $NO$  recta quae  $BR$ . quoniam igi-  
 tur est quae quidem  $PI$  aequedistanter diametro  $NO$ ,  
 quae autem  $BR$  perpendicularis super diametrum, quae  
 autem  $FB$  aequalis ei, quae usque ad axem, palam, quod  
 quae  $FR$  educta aequales angulos faciet ad contingen-  
 10 tem sectionem  $APO$  secundum  $P$  [p. 382 not. 2—3].  
 quare et ad  $AS$  et ad superficiem aquae. ductis au-  
 tem per  $T, G$  aequedistanter ipsi  $FB$ , erunt et ipsae  
 perpendiculares ad superficiem aquae, et magnitudo  
 quidem inter humidum assumpta ex solido  $APO$  sur-

15

20

25



sum feretur secundum eam,  
 quae per  $T$ , perpendicu-  
 larem; quae autem extra  
 humidum, deorsum feretur  
 in humidum secundum  
 eam, quae per  $G$ , perpen-  
 dicularem. reuoluetur ergo  
 solidum  $APO$ , et basis  
 ipsius non tanget super-  
 ficie[m] humidi secundum  
 unum signum. si autem  
 quae  $PI$  non secuerit li-

neam  $KQ$ , sicut in secunda figura descriptum est,  
 manifestum, quod signum  $T$ , quod est centrum gra-

9.  $FR$ ] „tr“ Tartalea. aequales] h. e. rectos. faciet]  
 om. Tartalea. 15. „ferretur“ Tartalea. 18. „ferret“ Ta-  
 talea. 27. secunda] „solida“ Tartalea; corr. Comm.

uitatis demersae portionis cadet inter  $P$  et  $I$ , et reliqua similiter demonstrabuntur.

VII.

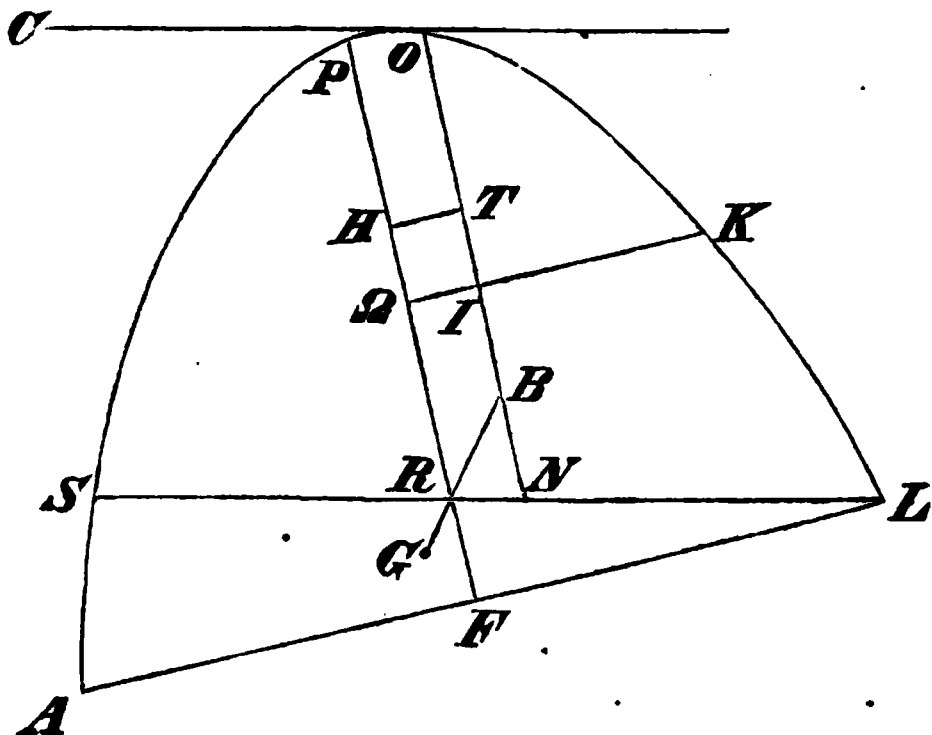
Recta portio rectanguli conoidalis quando humido leuior fuerit et axem habuerit maiorem quidem quam 5 emiolium eius, quae usque ad axem, minorem autem quam ut proportionem habeat ad eam, quae usque ad axem, quam quindecim ad quattuor, dimissa in humidum ita, ut basis ipsius tota sit in humido, nunquam 10 stabit ita, ut basis ipsius tangat superficiem humidi, sed ut tota sit in humido, nec secundum unum signum tangens superficiem.

sit portio, qualis dicta est, et dimissa in humidum, sicut dictum est, consistat ita, ut basis ipsius tangat superficiem humidi. demonstrandum, quod non manet, 15 sed reuoluetur ita, ut basis ipsius tangat superficiem humidi non secundum unum signum. secta enim ipsa plano recto ad superficiem humidi sectio sit quae  $APO L$  rectanguli coni sectio [ $\pi\epsilon\rho\iota\ \kappa\omega\nu$ . 11]. sit autem et superficiei humidi sectio quae  $SL$ , axis au- 20 tem portionis et diameter quae  $PF$ .† sit  $I$ . rursum autem secetur quae  $PF$  secundum  $R$  quidem ita, ut quae  $RP$  sit dupla ipsius  $RF$ , secundum  $\Omega$  autem ita, ut quae  $PF$  ad  $R\Omega$  proportionem habeat, quam quindecim ad quattuor, et quae  $\Omega K$  recta ducatur 25 super  $PF$ . erit autem minor quae  $R\Omega$  quam ea quae

---

6. eius, quae] „eiusq“ Tartalea. autem quam] „aut“ Tartalea. 18. recto] „recta“ Tartalea. 20. humidi] „humida“ Tartalea.  $SL$ ] „sa“ Tartalea. 21. sit  $I$ ] ? 24.  $PF$ ] „p $\omega$ “ Tartalea.

usque ad axem [cfr. p. 386, 24]. accipiatur igitur ei quae usque ad axem aequalis quae  $RH$ , et quae quidem  $CO$  ducatur contingens sectionem penes  $O$  existens

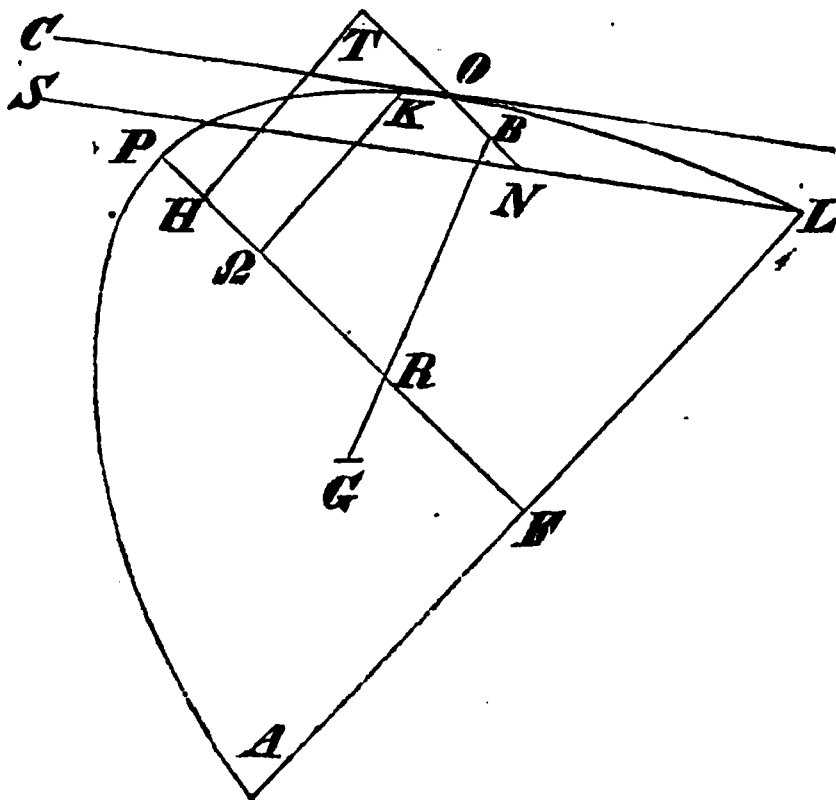


aequedistans ipsi  $SL$ , et quae  $NO$  et aequedistans ipsi  
 5  $PF$ . secet autem quae  $NO$  ipsam  $K\Omega$  prius secun-  
 dum  $I$ . consimiliter autem praecedenti demonstrabi-  
 tur, quod quae  $NO$  aut hemiola est ipsius  $OI$  aut  
 maior quam hemiola. erit autem quae  $OI$  ipsi  $IN$   
 minor quam dupla.<sup>1)</sup> sit igitur quae  $OB$  dupla ipsius  
 10  $BN$ , et disponantur eadem prioribus [p.388, 1 sq.]. simi-  
 liter igitur demonstrabitur quae  $RT$  faciens angulos  
 rectos ad  $CO$  [p. 382 not. 2—3] et ad superficiem  
 humidi, et ab ipsis  $B, G$  productae aequedistanter ipsi

1)  $ON : OI \bar{\asymp} F\Omega : P\Omega$  (p. 387 not. 3);  $F\Omega = \frac{3}{2}P\Omega$ ; itaque  $ON \bar{\asymp} \frac{3}{2}OI$ . et  $IN = ON \div OI \bar{\asymp} \frac{1}{2}OI$ , h. e.  $OI \bar{\asymp} 2IN$ . — fig. 2 om. Tartalea.

3. sectionem] „sectiones“ Tartalea. 4.  $SL$ ] „as“ Tar-  
 talea. et quae  $NO$  et] ἡ δὲ  $NO$  καί. 8. erit] „sit“ Tar-  
 talea, Comm.  $OI$ ] „ot“ Tartalea.  $IN$ ] „tn“ Tartalea.  
 10. eadem] „tandem“ Tartalea. „rf“ Tartalea, ut p. 391 lin. 1.

*RT* erunt perpendiculares super superficiem humidi. portio igitur quae quidem extra humidum deorsum



feretur in humidum secundum eam, quae per *B*, perpendicularem, quae autem inter humidum, sursum feretur secundum eam, quae per *G*. manifestum igitur, 5 quod uoluitur solidum ita, ut basis ipsius nec secundum unum contingat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tangens ad deorsum feretur ex parte *A*. — manifestum autem, quod et, si quae *NO* non secuerit ipsam *ΩK*, eadem demonstrabuntur. 10

VIII.

Recta portio rectanguli conoidalis quando axem habuerit maiorem quam hemiolium eius, quae usque ad axem, minorem autem quam ut ad eam, quae ad

3. „ferretur“ Tartalea, ut lin. 4.      5. „quam“ Tartalea.  
 manifestum] „maximum“ Tartalea.      6. „aduoluit“ Tartalea.  
 nec] οὐδέ.      8. „ferret“ Tartalea.      10. „eandem“ Tartalea.  
 14. quam] om. Tartalea.

axem, habeat proportionem, quam habet quindecim ad quattuor, si grauitate ad humidum habeat proportionem minorem proportionem, quam habet tetragonum quod ab excessu, quo axis est maior quam hemiolius  
 5 eius, quae usque ad axem, ad tetragonum quod ab axe, dimissa in humidum ita, ut basis ipsius non tangat humidum, nec in rectum restituetur nec manebit inclinata, nisi quando axis ipsius ad superficiem humidi fecerit angulum aequalem ei, qui dicendus est.

10 sit portio, qualis dicta est, et sit quae  $BD$  aequalis axi, et quae quidem  $BK$  sit dupla ipsius  $KD$ , quae autem  $RK$  aequalis ei, quae usque ad axem. sit autem et quae quidem  $CB$  hemiolia ipsius  $BR$ . quam autem proportionem habet portio in grauitate ad hu-  
 15 midum, hanc habeat quod ab  $FQ$  tetragonum ad id, quod a  $DB$ . sit autem et quae  $F$  dupla ipsius  $Q$ . palam igitur, quod quae  $FQ$  ad ipsam  $DB$  proportionem habet minorem proportionem, quam habet quae  $CB$  ad ipsam  $BD$ .<sup>1)</sup> excessus enim quod  $CB$  est,  
 20 quo axis est maior quam hemiolius eius, quae usque ad axem. quae ergo  $FQ$  erit minor ipsa  $BC$ . quare et quae  $F$  minor ipsa  $BR$ . sit autem ipsi  $F$  aequalis quae  $R\tilde{X}$ , et super ipsa  $BD$  recta ducatur quae

1) Erat  $CB = \frac{3}{2}BR$ . sed

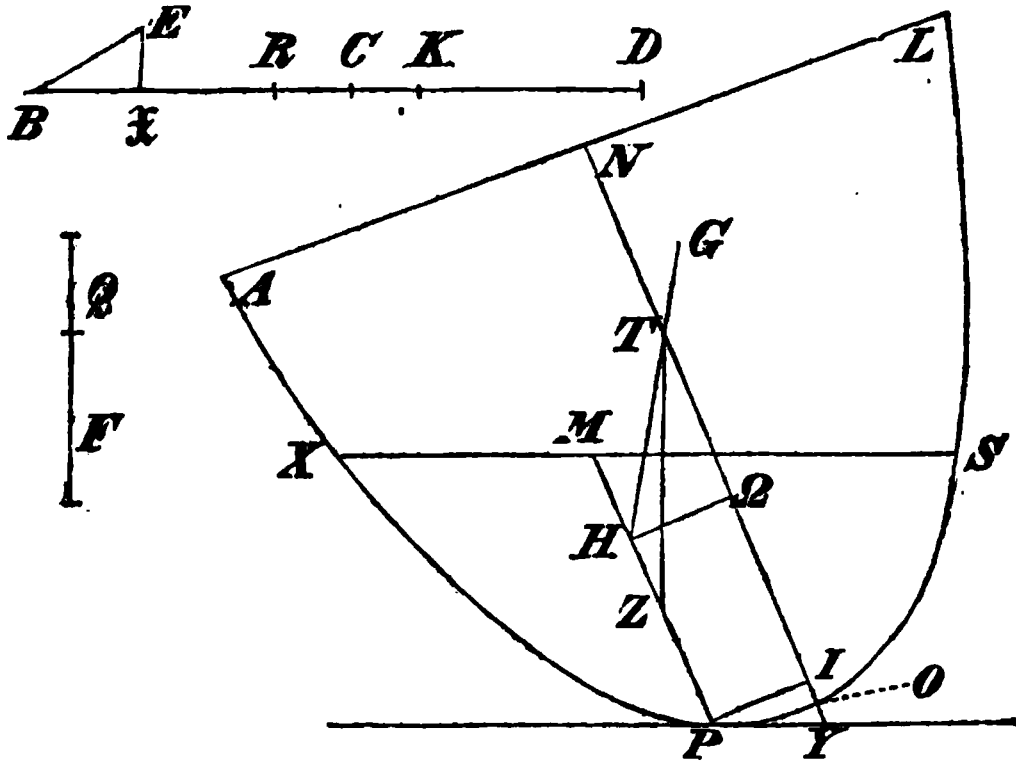
$$CD = BD \div BC = \frac{3}{2}(BK \div BR) = \frac{3}{2}RK.$$

et  $CB = BD \div CD = BD \div \frac{3}{2}RK =$  excessui. et ex hypothesisi est  $CB^2 : BD^2 >$  sectio : humidum, h. e.

$$CB^2 : BD^2 > FQ^2 : BD^2 \text{ (ex hypothesisi).}$$

2. grauitate] „grauis“ Tartalea. 13.  $CB$ ] „ $eb$ “ Tartalea.  
 15. habeat] om. Tartalea. 17. „ $fg$ “ Tartalea. 19.  $CB$ ] „ $tb$ “ Tartalea. quod] ?  $CB$ ] „ $gd$ “ Tartalea. 22. quae] „quam“ Tartalea.

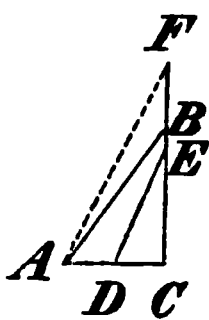
$\mathfrak{X}E$ , quae possit dimidium eius, quod sub  $KR$ ,  $B\mathfrak{X}$ , et copuletur quae  $BE$ . demonstrandum, quod portio di-



missa in humidum, ut dictum est, consistet inclinata ita, ut axis ad superficiem humidi faciat angulum aequalem angulo  $EB\mathfrak{X}$ . — demittatur enim aliqua 5 portio in humidum, et basis ipsius non tangat superficiem humidi. et si possibile est, axis ipsius ad superficiem humidi non faciat angulum aequalem angulo  $B$ , sed primo maiorem. secta autem portione per axem plano recto ad superficiem humidi sectio erit 10 quae  $APOL$  rectanguli conici sectio [ $\pi\epsilon\rho\lambda\ \kappa\omega\nu$ . 11], superficies autem humidi quae  $XS$ , axis autem et diameter portionis quae  $NO$ . ducatur autem et quae quidem  $PY$  aequedistanter ipsi  $XS$  contingens sectionem  $APOL$  secundum  $P$ , quae autem  $PM$  aequedistanter 15 ipsi  $NO$ , quae autem  $PI$  perpendicularis super  $NO$ ,

1.  $B\mathfrak{X}$ ] „ $x$ “ Tartalea. 5. „demonstratur“ Tartalea.  
 aliqua] delet Nizzius. 10. erit] sit? 11. „quam“ Tartalea.  
 12. superficiei? (sc. sectio).  $XS$ ] „ $xs$ “ Tartalea, qui omnino  
 litteras  $X$  et  $\mathfrak{X}$  confundit.

et quae quidem  $BR$  sit aequalis ipsi  $O\Omega$ , quae autem  $RK$  ipsi  $T\Omega$ , et quae  $\Omega H$  recta super axem. quoniam igitur supponitur axis portionis ad superficiem humidi facere angulum maiorem angulo  $B$ , palam, 5 quod angulo  $PIN$  angulus qui ad  $PYI$  est maior angulo  $B$ . maiorem igitur proportionem habet tetragonum quod a  $PI$  ad tetragonum quod ab  $IY$ , quam tetragonum quod ab  $E\aleph$  ad tetragonum quod a  $\aleph B$ .<sup>1)</sup> sed quam quidem proportionem habet tetragonum quod 10 a  $PI$  ad id, quod ab  $IY$ , hanc habet quae  $KR$  ad  $YI$ <sup>2)</sup>; quam autem proportionem habet tetragonum quod ab  $E\aleph$  ad tetragonum a  $\aleph B$ , hanc habet medietas ipsius  $KR$  ad  $\aleph B$ .<sup>3)</sup> maiorem ergo proportionem habet quae  $KR$  ad  $YI$ , quam medietas ipsius 15  $KR$  ad  $\aleph B$ . minor ergo est quam dupla quae  $IY$  ipsius  $\aleph B$ . ipsius autem  $OI$  dupla est quae  $IY$  propter septimum theorema primi libri elementorum conicorum Apollonii.<sup>4)</sup> est ergo quae  $OI$  minor quam



1) Sit  $\angle ACB = 90^\circ$  et  $\angle EDC > BAC$ ; ducatur  $AF \perp BC$ . erit  $CF : AC > CB : AC$ ; sed  $CF : AC = CE : CD$ ; h. e.  $CE : CD > CB : AC$ . cfr. Zeitschr. f. Math. XXIV p. 179 nr. 8.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 51 nr. 13.

3) Nam ex hypothesis:  $E\aleph^2 = \frac{1}{2} KB \times B\aleph$ , h. e.  $E\aleph^2 : B\aleph^2 = \frac{1}{2} KB : B\aleph$ .

4) Zeitschr. f. Math. XXV p. 53 nr. 16. Apollonii I, 7, quae

1.  $O\Omega$ ] „i $\omega$ “ Tartalea. 2.  $T\Omega$ ] „no“ Tartalea. „rectam“ Tartalea. 5. angulo  $PIN$ ] ?  $PYI$ ] „pim“ Tartalea. 7.  $IY$ ] „i“ ante lacunam Tartalea, ut lin. 10. 8.  $\aleph B$ ] „xo“ Tartalea. 11.  $YI$ ] „i“ post lacunam Tartalea, ut lin. 14. 12. medietas]  $\supset$ : dimidium. 15.  $IY$ ] „i“ Tartalea. 16.  $\aleph B$ ] „cd“ Tartalea.  $IY$ ] „ $\omega$ “ Tartalea; om. Comm. 18. „conoycorum“ Tartalea.



$\mathfrak{R}B$ ; quare quae  $I\Omega$  est maior quam  $\mathfrak{R}R$ .<sup>1)</sup> quae autem  $\mathfrak{R}R$  est aequalis ipsi  $F$ . maior ergo est quae  $I\Omega$  quam  $F$ . et quoniam supponitur portio ad humidum in grauitate habere proportionem, quam tetragonum quod ab  $FQ$  ad tetragonum quod a  $BD$ ,<sup>5</sup> quam autem proportionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc habet proportionem pars ipsius demersa ad totam portionem [prop. 1], quam autem pars demersa ad totam, hanc habet tetragonum quod a  $PM$  ad tetragonum quod ab  $ON$  [ $\pi\epsilon\rho\lambda$   $\kappa\omega\nu$ . 24],<sup>10</sup> quam ergo proportionem habet tetragonum quod ab  $FQ$  ad tetragonum quod a  $BD$ , hanc proportionem habet tetragonum quod ab  $MP$  ad tetragonum quod ab  $ON$ . aequalis ergo est quae  $FQ$  ipsi  $PM$ .<sup>2)</sup> quae autem  $PH$  demonstrata est esse maior quam  $F$ .<sup>3)</sup> palam<sup>15</sup> ergo, quod quae  $PM$  est minor quam hemiolia ipsius  $PH$ , et  $PH$  maior quam dupla ipsius  $HM$ .<sup>4)</sup> sit igitur quae  $PZ$  dupla ipsius  $ZM$ . erit autem  $T$  quidem centrum grauitatis solidi<sup>5)</sup>, eius autem, quod intra humidum,  $Z$ , reliquae autem magnitudinis centrum<sup>20</sup>

hic locum non habet, Archimedes certe non citauerat; om. Comm.

1) Nam ex hypothesi est  $RB = O\Omega$ .

2) Nam ex hypothesi est  $BD = ON$ .

3) Nam  $PH = I\Omega$ .

4)  $PM = FQ = \frac{2}{3}F$ , sed  $PH > F$ ; itaque  $PM < \frac{2}{3}PH$ .  
et  $HM = PM \div PH < \frac{2}{3}PH \div PH$ , h. e.  $PH > 2HM$ .

5) Nam  $T\Omega = RK$ ,  $O\Omega = BR$ ; ergo  $BK = TO$ ; sed  $BK = 2KD$ , et  $BD = NO$ ; quare  $TO = 2NO$ ; tum u. p. 380 not. 1.

4. „perportionem“ Tartalea. 6. portio] „proportio“ Tartalea.  
10. ad] „a“ Tartalea. 13.  $MP$ ] „ $m\dot{h}$ “ Tartalea.  
16. hemiolia ipsius  $PH$ , et  $PH$  maior quam] om. Tartalea; suppleui ex Comm.  
19. solidi] „totius solidi“ Comm. 20. „reliquam“ Tartalea.

grauitatis erit in linea  $ZT$  copulata et educta, et educatur ad  $G$  [*ἐπιπ. ἰσορρ.* I, 8]. demonstrabitur autem similiter quae  $TH$  perpendicularis existens ad superficiem humidi [p. 382 not. 3]. et portio quidem quae  
 5 intra humidum fertur ad extra humidum secundum perpendiculararem ductam per  $Z$  ad superficiem humidi; quae autem extra humidum feretur intra humidum secundum eam, quae per  $G$ . non manet autem portio secundum suppositam inclinationem nec etiam in rec-  
 10 tum restituetur. palam enim propter hoc, quoniam quae producuntur per  $Z$ ,  $G$  perpendiculares quae quidem per  $Z$  perducit ipsi  $GL$  ad easdem partes cadit, ad quas est  $L$  et secundum  $G$ , quae autem per  $G$  ad easdem ipsi  $A$ . palam, quod propter praedicta  
 15  $Z$  quidem centrum sursum feretur,  $G$  autem deorsum. quare totius magnitudinis quae ex parte  $A$  deorsum feretur. hoc autem erat inutile ad demonstrandum.

supponatur rursus alia quidem eadem, axis autem portionis ad superficiem humidi faciat angulum mino-  
 20 rem eo, qui apud  $B$ ; minorem autem proportionem habet tetragonum quod a  $PI$  ad tetragonum quod ab  $IY$ , quam quod ab  $E\mathcal{X}$  ad id quod a  $\mathcal{X}B$  [p. 394 not. 1]. et quae  $KR$  ergo ad  $YI$  minorem propor-

3. similiter] sc. ac antea. 5. ad extra humidum] ἐπι τὰ ἔξω τοῦ ὑγροῦ. 6. „ducta“ Tartalea. ad] om. Tartalea. 7. „ferretur“ Tartalea. 8. „ea“ Tartalea. autem] δὴ? 11. Ante alt. „quae“ lacunam habet Tartalea. 12. „perducit ipsi  $GL$ “ et lin. 13: „et secundum  $G$ “ om. Comm.; locus corruptissimus. 13.  $L$ ] om. Tartalea. 14.  $A$ ] „ $zg$ “ Tartalea. 15. „ferretur“ Tartalea, ut lin. 17. 17. hoc autem] cet. om. Comm. haec tota conclusio omnino obscurior est. 20. autem] δὴ? 22.  $IY$ ] „ $i\omega$ “ Tartalea, ut p. 397 lin. 2. quod ab  $E\mathcal{X}$ ] „ad  $abx$ “ Tartalea. 23.  $YI$ ] „ $\omega i$ “ Tartalea.



extra humidum, in educta, et sit  $G$ , et ducatur perpendicularis ad superficiem humidi per  $Z$ ,  $G$  aequedistanter ipsi  $NO$ . palam igitur, quod non manet tota portio, sed reuoluetur ita, ut axis ad superficiem humidi faciat angulum maiorem illo, quem nunc facit. quoniam nec axe faciente ad humidum angulum maiorem quam  $B$  consistit portio neque minorem, manifestum, quod tantum angulum faciente consistet. sic enim erit quae  $IO$  aequalis ipsi  $\mathcal{X}B$ , et quae  $\Omega I$  ipsi  $\mathcal{X}R$ , et quae  $PH$  ipsi  $F$ .<sup>1)</sup> erit igitur  $MP$  emiolia ipsius  $PH$ , quae autem  $PH$  ipsi  $HM$  dupla. quod autem †. ergo eius quod in humido centrum grauitatis est  $H$ . quare secundum eandem perpendicularem sursum feretur, et quod extra deorsum feretur. manebit ergo. contra pellentur enim ad inuicem.

## IX.

Recta portio rectanguli conoidalis quando axem habuerit maiorem quidem quam hemiolium eius, quae usque ad axem, minorem autem quam ut hanc habeat proportionem, quam habent quindecim ad quattuor,

1) Nam  $BE\mathcal{X} \sim PYI$ ; itaque (Eucl. VI, 4)

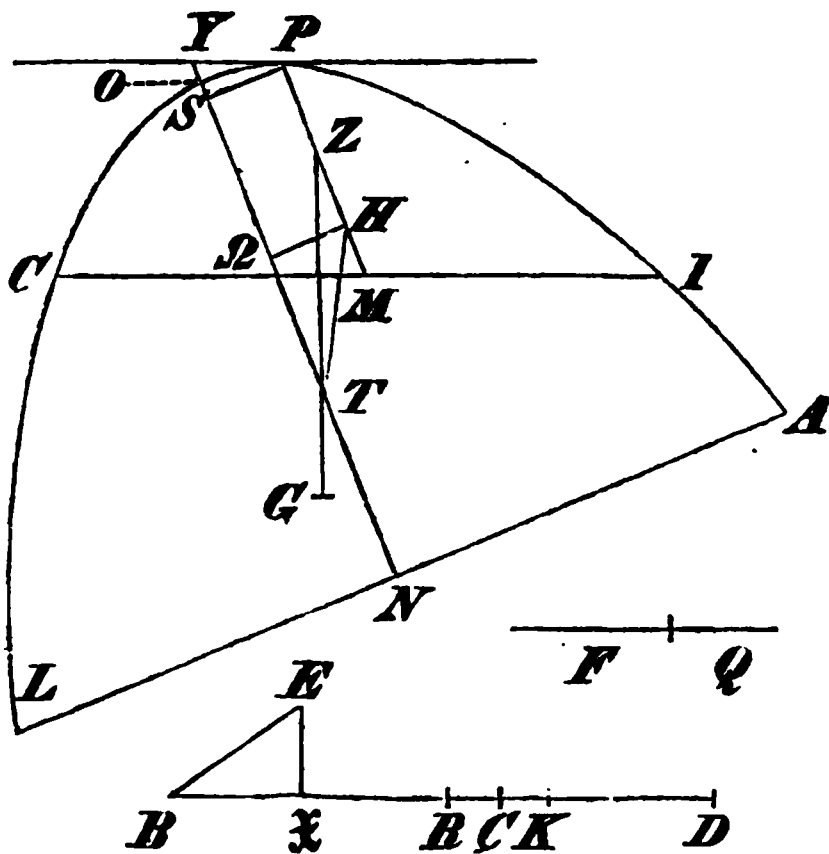
$$RI^2 : YI^2 = E\mathcal{X}^2 : \mathcal{X}B^2,$$

h. e.  $KR : YI = \frac{1}{2}KR : \mathcal{X}B$ , et  $YI = 2\mathcal{X}B = 2OI$ ;  $\mathcal{X}B = OI$ . sed  $BR = O\Omega$ ; itaque subtrahendo  $\mathcal{X}R = \Omega I$  siue  $PH = F$ . et  $MP = FQ = \frac{2}{3}F = \frac{2}{3}PH$  siue  $PH = 2HM$ . tum u. p. 380 not. 1.

1. ducantur perpendiculares? 5. maiorem] cum Comm.; „minorem quam“ Tartalea. 9.  $\Omega I$ ] „ $\omega$ “ Tartalea. 10.  $MP$ ] „ $mh$ “ Tartalea. 11.  $HM$ ] „ $h\omega$ “ Tartalea. quod autem] lacuna relicta Tartalea; om. Comm. 12.  $H$ ] om. Tartalea. 13. „ferretur“ Tartalea, ut lin. 14. 14. contra cet.] „quoniam altera pars ab altera non repellitur“ Comm. 19. quam] om. Tartalea. 20. „proportione“ Tartalea.

et in grauitate ad humidum habeat proportionem maiorem propoitione, quam habet excessus, quo tetragonum quod ab axe est maius tetragono, quod ab excessu, quo axis est maior quam hemiolius eius, quae usque ad axem, ad tetragonum quod ab axe, demissa 5 in humidum ita, ut basis ipsius tota sit in humido, posita inclinata nec ut axis ipsius secundum perpendiculararem sit nec manebit inclinata, nisi quando axis ipsius ad superficiem humidi fecerit angulum aequalem accepto similiter ut prius [prop. 8]. 10

esto portio, qualis dicta est, et ponatur quae  $DB$  aequalis axi portionis, et quae quidem  $BK$  sit dupla ipsius  $KD$ , quae autem  $KR$  aequalis ei, quae usque ad axem, quae autem  $CB$  hemiolia ipsius  $BR$ . quam



autem proportionem habet portio ad humidum in gra- 15 uitate, hanc habeat excessus, quo excedit tetragonum quod a  $BD$  tetragonum quod ab  $FQ$ , ad tetragonum quod a  $BD$ . sit autem quae  $F$  dupla ipsius  $Q$ . pa-

lam igitur, quod excessus, quo excedit tetragonum  
quod a  $BD$  tetragonum quod a  $BC$ , ad tetragonum  
quod a  $BD$  minorem habere proportionem quam ex-  
cessus, quo tetragonum quod a  $BD$  excedit tetra-  
5 gonum quod a  $FQ$ , ad tetragonum quod a  $BD$ . est  
enim  $BC$  excessus, quo axis portionis est maior quam  
hemiolius eius, quae usque ad axem [u. p. 392, 19 et  
not. 1]. minor est in †. maiori ergo tetragonum quod  
a  $BD$  excedit id, quod ab  $FQ$ , quam tetragonum  
10 quod a  $BD$  excedat tetragonum quod a  $BC$ . quare  
quae  $FQ$  est minor quam  $BC$ . ergo et quae  $F$  quam  
 $BR$ .<sup>1)</sup> sit igitur ipsi  $F$  aequalis quae  $R\aleph$ , et quae  
 $\aleph E$  recta ducatur super  $BD$  potens medietatem eius,  
quod continetur sub  $KR$ ,  $\aleph B$ . dico, quod portio  
15 demissa in humidum ita, ut basis ipsius tota sit in  
humido, consistat ita, ut axis ipsius ad superficiem  
humidi faciat angulum aequalem angulo  $B$ .

demittatur quidem enim portio in humidum, ut  
dictum est, et non faciat axis ad superficiem humidi  
20 angulum aequalem  $B$ , sed maiorem primo. secta au-  
tem ipsa plano recto ad superficiem humidi portionis  
sectio sit quae  $APOL$  rectanguli conici sectio [ $\pi\epsilon\rho\lambda$   
 $\kappa\omega\nu$ . 11], superficiei autem humidi quae  $CI$ , axis autem  
portionis et diameter sectionis sit quae  $NO$ , et sit  
25 secta secundum  $\Omega$ ,  $T$  ut et prius [u. prop. 8 p. 394, 1—2].  
ducatur autem quae quidem  $YP$  aequedistanter ipsi

1) Nam ex hypothesisi est  $F = \frac{2}{3}FQ$  et  $BR = \frac{2}{3}BC$ .

1. excedit] „excidit“ Tartalea. 3. „minorem habere“  
usque ad „est enim  $BC$  excessus“ lin. 6 (incl.) om. Tartalea;  
suppleui ex Comm.; cfr. p. 392, 17 sq. 8. minor est in] ?;  
om. Comm. 10. excedit? 14.  $\aleph B$ ] „et iungatur  $BE$ “  
addit Nizzius collato p. 393, 2.

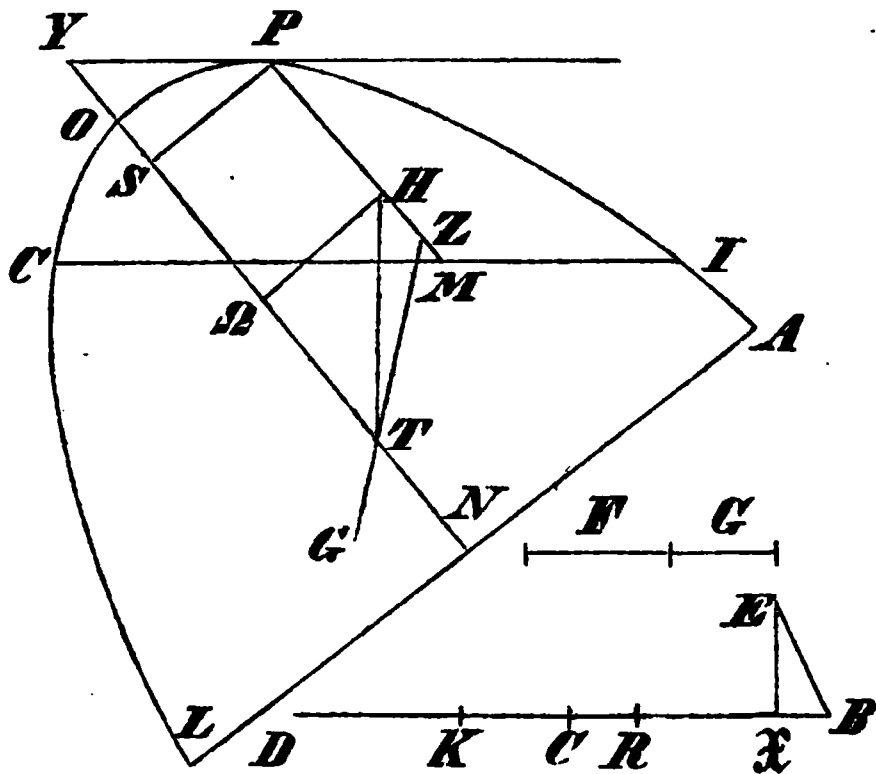
*CI* contingens sectionem secundum *P*, quæ autem *MP* aequedistanter ipsi *NO*, quæ uero *PS* perpendicularis super axem. quoniam igitur axis portionis ad superficiem humidi facit angulum maiorem angulo *B*, erit utique et angulus qui sub *SYP* maior angulo *B*. tetragonum ergo quod a *PS* ad tetragonum quod ab *SY* habet proportionem maiorem, quam tetragonum quod a  $\mathfrak{X}E$  ad tetragonum quod a  $\mathfrak{X}B$ .<sup>1)</sup> ergo et quæ *KR* ad *SY* habet proportionem maiorem, quam medietas ipsius *KR* ad  $\mathfrak{X}B$ . minor ergo 10 quæ *SY* quam dupla ipsius  $\mathfrak{X}B$ , et quæ *SO* quam  $\mathfrak{X}B$  minor. quæ *SΩ* ergo maior quam *RX*, et quæ *PH* quam *F*. et si portio in grauitate ad humidum habet proportionem, quam excessus, quo tetragonum quod a *BD* est maius tetragono quod ab *FQ*, ad tetragonum quod a *BD*, quam autem proportionem habet portio in grauitate ad humidum, hanc proportionem habet demersa ipsius portio ad totam [prop. 1], palam, quod eandem habebit proportionem demersa ipsius portio ad totam portionem, quam excessus, quo 20 tetragonum quod a *BD* excedit tetragonum quod ab *FQ*, ad tetragonum quod a *BD*. habebit igitur et tota portio ad eam, quæ extra humidum, proportionem, quam tetragonum quod a *BD* ad id, quod ab *FQ*.<sup>2)</sup> quam autem proportionem habet tota 25

1) De hoc et de sequentibus u. p. 394, 6 seqq. cum notis.

2) Erat tota portio: pars demersa =  $BD^2 : BD^2 \div FQ^2$ ; tum ἀναστρέψαντι sequitur, quod quaerimus.

3. igitur] „egit“ Tartalea. 17. portio] „proportio“ Tartalea, ut p. 402 lin. 1. 19. quod] om. Tartalea.

portio ad eam, quae extra humidum, hanc habet quod  
 ab  $NO$  ad id, quod a  $PM$  [περὶ κων. 24]. aequalis  
 ergo quae  $MP$  ipsi  $FQ$  [p. 395, 14]. quae autem  $PH$   
 demonstrata est maior quam quae  $F$ . ergo  $MH$  est  
 5 minor quam  $Q$ . ergo quae  $PH$  est maior quam dupla  
 ipsius  $HM$ .<sup>1)</sup> sit igitur quae  $PZ$  dupla ipsius  $ZM$ ,  
 et copulata quae  $ZT$  educatur ad  $G$ . erit ergo totius  
 quidem portionis centrum grauitatis  $T$ , eius autem,  
 quae extra humidum,  $Z$  [p. 395 not. 5], eius uero,  
 10 quae intra, in linea  $TG$  [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 8]. sit autem  $G$ .  
 demonstrabitur autem similiter prioribus quae  $TH$   
 perpendicularis ad superficiem humidi [p. 382 not. 2],  
 et quae per  $Z$ ,  $G$  aequedistanter ipsi  $TH$  productae  
 perpendiculares et ipsae super superficiem humidi. fere-



15 tur ergo quae quidem extra humidum portio deorsum

1) U. p. 395 not. 4.

1. quae] „quam“ Tartalea. 4.  $F$ ] om. Tartalea. 5.  
 $PH$ ] „ $pm$ “ Tartalea. 13.  $TH$ ] „ $tn$ “ Tartalea. 14. „fer-  
 retur“ Tartalea, ut p. 403 lin. 6.



secundum eam, quae per *Z*, quae autem intra secundum eam, quae per *G*, eleuabitur. non manet ergo tota portio sine inclinatione, nec etiam conuertetur ita, ut axis sit perpendicularis super superficiem humidi, quoniam quae ex parte *L* deorsum, quae autem 5 ex parte *A* ad superiora ferentur propter proportionalia dictis in praecedenti [p. 396, 10 sq.].

si autem axis ad humidum faciat angulum minorem angulo *B*, consimiliter prioribus demonstrabitur, quod non manebit portio, sed inclinabitur, donec uti- 10 que axis ad superficiem humidi faciat angulum aequalem angulo *B* [prop. 8 p. 396, 18 sq.].

### X.

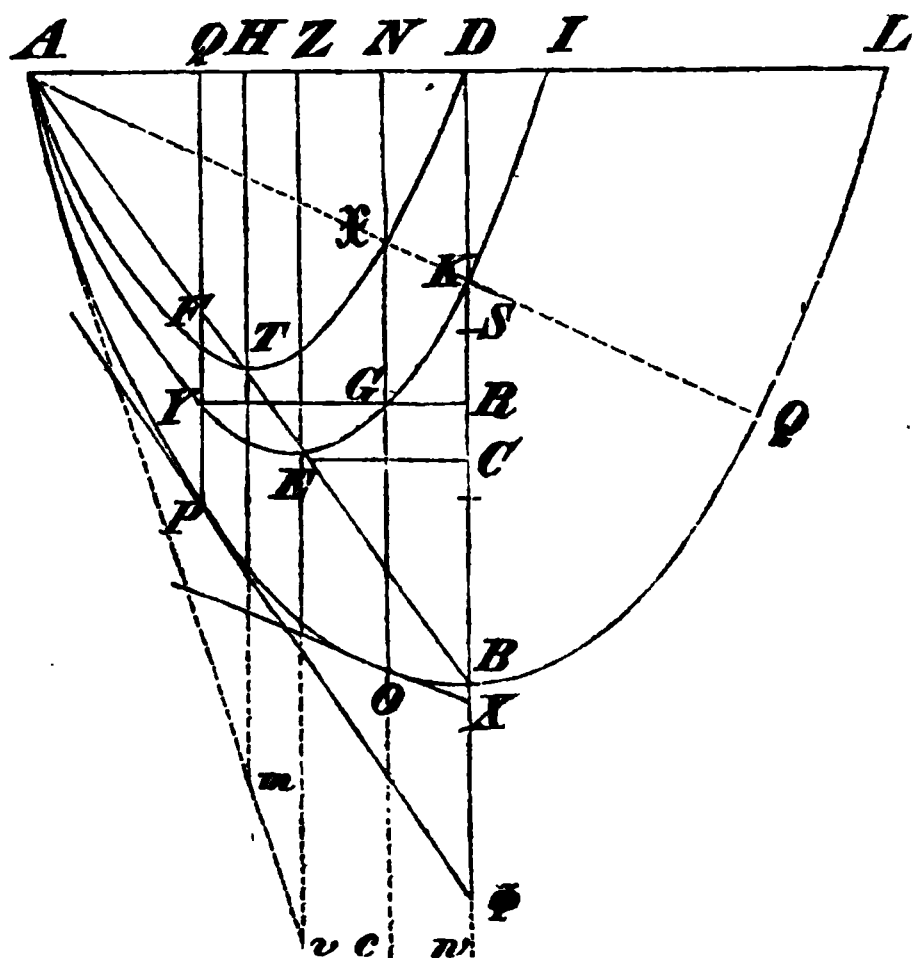
Recta portio rectanguli conoidalis quando leuior existens humido habuerit axem maiorem, quam ut ha- 15 beat proportionem ad eam, quae usque ad axem, quam habent quindecim ad quattuor, demissa in humidum ita, ut basis ipsius non tangat humidum, quandoque quidem recta consistet, quandoque autem inclinata, et quando- 20 que quidem ita inclinata, ut basis ipsius secundum unum signum tangat superficiem humidi, et hoc in duabus dispositionibus faciet<sup>1)</sup>, et quandoque ita inclinata consistet, ut basis ipsius secundum ampliorem locum humefiat, quandoque autem ita, ut basis ipsius nec se-

1) U. pars III; errat Nizze; idem infra p. 404 lin. 1 addi potuit (pars II et V).

4. super] om. Tartalea. 5. deorsum, quae autem ex parte *A*] om. Tartalea; suppl. Comm. 16. quae] „quam“ Tartalea. 18. quandoque] „nonnunquam“ Comm. 19. quandoque] „quinque“ Tartalea.

cundum unum tangat superficiem humidi; quam autem proportionem habeant ad humidam in grauitate, singula horum demonstrabuntur.

5 sit portio, qualis dicta est, et secta ipsa plano recto ad superficiem humidi sectio in superficie sit quae  $APO$  rectanguli conii sectio [ $\kappa\epsilon\rho\iota\ \kappa\omega\nu$ . 11], axis autem et diameter sectionis sit quae  $BD$ . secetur autem quae  $BD$  secundum  $K$  ita, ut dupla sit quae  $BK$  ipsi  $KD$ , secundum  $C$  autem, ut quae  $BD$  ad  $KC$



10 habeat proportionem, quam habent quindecim ad quatuor. palam igitur, quod quae  $KC$  est maior ea, quae usque ad axem [ex hypothesi]. sit quae  $KR$  aequalis ei, quae usque ad axem, ipsius autem  $KR$  sit hemiolia

2. singula horum] καθ' ἕκαστον τούτων, quod interpretandum erat: in singulis. 9.  $BK$ ] „ $bd$ “ Tartalea. 12. „sit quae  $KR$ “ ad „axem“ lin. 13 om. Tartalea; corr. Comm.

quae *DS*. est autem et quae *SB* hemiolia ipsius *BR*.<sup>1)</sup> copuletur autem ipsa *AB*, et ipsa *CE* recta producta ducatur quae *EZ* aequedistanter ipsi *BD*, et rursum ipsa *AB* secta in duo aequalia penes *T* ducatur aequedistanter ipsi *BD* quae *TH*, et accipiatur 5  
 rectanguli conici sectio quae *AE* circa diametrum *EZ*, et quae *AT* circa diametrum *TH*, ita ut similis sit quae *AEI*, *ATD* portioni *ABL*.<sup>2)</sup> describetur autem quae *AEI* conici sectio per *K*<sup>3)</sup>; quae autem ab *R* recta producta ipsi *BD* secat ipsam *AEI*.<sup>4)</sup> secet 10  
 secundum *Y*, *G*. cum per *Y*, *G* ducantur aequedistanter ipsi *BD* quae *OGN*, *PYQ*; secent autem ipsae sectionem *ATD* penes *X*, *F*. ducantur autem et quae *PΦ*, *OX* contingentes sectionem *APOL* secundum *O*, *P*. sunt tres quaedam portiones quae *APOL*, *AEI*, *ATD* 15  
 contentae a rectis et a sectionibus rectangulorum co-

1) Nam  $SB = BD \div SD = \frac{2}{3}BK \div \frac{2}{3}KR$   
 $= \frac{2}{3}(BK \div KR) = \frac{2}{3}BR.$

2) H. e.  $BD : EZ = AD : AZ$  et  $EZ : HT = AI : AD$ .  
 cfr. Zeitschrift f. Math., hist. Abth. XXV p. 46 nr. 3.

3) Nam  $BK = 2KD$ ; unde  $BC + CK = 2(CD \div CK)$ ;  
 et  $CK = \frac{1}{3}(2CD \div BC)$ . uerum

$BD : KC = 15 : 4 = BC + CD : \frac{1}{3}(2CD \div BC)$ ;  
 unde  $2CD = 3BC$ . sed  $BC : CD = BE : EA = DZ : ZA$ ,  
 quia  $EC \neq AL$  et  $EZ \neq BD$ . itaque

$$DZ : ZA = 2 : 3 = BK : BD;$$

tum u. τετε. παραβ. 4 conuersa; Zeitschr. f. Math. XXV p. 58  
 nr. 2.

4) Nam ex hypothesis est  $KR < KC$ , quare  $DR < DC$ .

1. *DS*] om. lacuna relicta Tartalea. autem] δή? 2.  
 recta] ∴ ad *BD* perpendicularis. 3. quae] „que“ Tartalea.  
 figura et ordo litterarum apud Tartaleam corrupta sunt. 8.  
*ATD*] „ath“ Tartalea. 11. cum] „et“ Comm. 12. *OGN*]  
 om. Tartalea. „secet“ Tartalea. „ipse“ Tartalea. 13.  
*ATD*] „aod“ Tartalea. 14. *PΦ*, *OX*] „pxo“ ante lacunam  
 Tartalea.

cu

p

f

F

5

10

406  
 norum rectae et similes et inaequales et tangentes  
 super unamquamque basem, ab  $N$  autem sursum ducta  
 est quae  $N\bar{E}G\bar{O}$  et a  $Q$  quae  $QFYP$ ,  $OG$  ergo ad  
 $G\bar{X}$  habet proportionem compositam ex proportione,  
 quam habet quae  $IL$  ad  $LA$ , et quam habet quae  $AD$   
 ad  $DI$ .<sup>1)</sup> habet autem et quae  $LI$  ad  $LA$ , quam duo  
 ad quinque; quae enim  $CB$  ad  $BD$  habet proportio-  
 nem, quam sex ad quindecim<sup>2)</sup>, hoc est quam duo ad  
 quinque, et est, ut quae  $CB$  ad  $BD$ , ita quae  $EB$  ad  
 $BA$ , et quae  $DZ$  ad  $DA$ . harum autem  $DZ$ ,  $DA$   
 duplae sunt ipsae  $LI$ ,  $LA$ .<sup>3)</sup> quae autem  $AD$  ad  $DI$   
 proportionem habet, quam quinque ad unum.<sup>3)</sup> pro-

1) Ducatur  $Aw$  contingens  $ABL$  in  $A$ , et secet lineas  $NO$ ,  
 $ZE$ ,  $HT$  productas in  $c$ ,  $v$ ,  $m$ ; erit (p. 405 not. 2)

$$BD : EZ = AD : AZ = Dw : Zv;$$

sed  $Dw = 2BD$  (τετραγ. παραβ. 2); itaque  $Zv = 2EZ$ , et  $Aw$   
 tangens  $AEI$ ; eodem modo etiam  $ATD$  tangit. quare (τετραγ.  
 παραβ. 5)  $LN : AN = NO : Oc$ , et συνθέντι

$$AL : AN = Nc : Oc;$$

unde  $Oc = AN \times Nc : AL$ ; eodem modo

$$Gc = AN \times Nc : AI$$

et

$$\bar{X}c = AN \times Nc : AD.$$

et  $OG = Gc \div Oc = AN \times Nc \times (AL \div IA) : IA \times AL$ ,

et  $G\bar{X} = \bar{X}c \div Gc = AN \times Nc \times (IA \div AD) : AD \times IA$ .

itaque  $OG : G\bar{X} = AD \times (AL \div IA) : AL \times (IA \div AD)$   
 $= AD \times LI : AL \times ID$ .

2) Nam  $BD : KC = 15 : 4$ , et  $KC = \frac{2}{3}CD \div \frac{1}{3}BC = \frac{2}{3}BC$   
 (p. 405 not. 3). itaque  $BD : \frac{2}{3}BC = 15 : 4$ , h. e.  $BC : BD$   
 $= 6 : 15 = 2 : 5 = EB : BA = DZ : DA$  (p. 405 not. 3)  
 $= LI : LA$ . nam  $LA = 2DA$ ,

et  $LI = AL \div AI = 2(AD \div AZ) = 2DZ$ .

3) Nam  $BD : BC = 5 : 2$  (not. 2); quare αναστρέφοντι  
 $BD : DC = 5 : 3$  siue

$$DC : \frac{1}{2}BD = 6 : 5 = EZ : HT = AI : AD;$$

et διελόντι  $DI : AD = 1 : 5$ .

2. unamquamque] ? ab  $N$ ] post lacunam Tartalea. 3.  
 „ $\eta\chi\rho\eta\sigma$ “ Tartalea. et a  $Q$  quae  $QFYP$ ] om. Tartalea;  
 corr. Comm. 10. harum] „habeant“ Tartalea; corr. Comm,  
 11. sunt ipsae] om. Tartalea, lacuna relicta.

portio autem composita ex proportione, quam habent duo ad quinque, et ex proportione, quam habent quinque ad unum, est eadem cum proportione, quam habent duo ad unum. dupla ergo est quae  $GO$  ipsius  $GX$ . propter eadem autem et quae  $PY$  ipsius  $YF$ . 5 quoniam igitur quae  $DS$  est hemiolia ipsius  $KR$ , palam, quod quae  $BS$  est excessus, quo axis est maior quam hemiolius eius, quae usque ad axem.<sup>1)</sup>

### . Pars I.

Si quidem igitur portio ad humidum in grauitate 10 hanc habet proportionem, quam tetragonum quod a  $BS$  ad id, quod a  $BD$ , aut maiorem hac proportione, portio demissa in humidum ita, ut basis ipsius non tangat humidum, recta consistet. demonstratum est enim prius, quod si portio habens axem maiorem quam 15 hemiolium eius, quae usque ad axem † minorem proportione, si ad humidum in grauitate non minorem proportionem habeat proportione, quam habet tetragonum quod ab excessu, quo axis est maior quam hemiolium eius, quae ad axem, ad tetragonum quod 20 ab axe, demissa in humidum ita, ut dictum est, recta consistet [prop. 4].

---

1)  $DS = \frac{3}{2}KR$ ; sed  $KR$  ea est, quae ad axem ( $p$ ); quare  $BS = BD \div DS = BD \div \frac{3}{2}p$ .

---

3. „eandem“ Tartalea, ut lin. 5. 9. Pars I] addidit Nizius. 15. enim] „ei“ Tartalea. 16. minorem proportione] om. Comm. 17. non] „n, o“ Tartalea.

## Pars II.

Si autem portio ad humidum in grauitate minorem  
quidem proportionem habeat proportione, quam habet  
tetragonum quod ab  $SB$  ad tetragonum quod a  $BD$ ,  
5 maiorem autem proportionem, quam habet tetragonum  
quod ab  $\text{X}O$  ad id, quod a  $BD$ , demissa in humidum  
inclinata ita, ut basis contingat humidum, consistet  
inclinata ita, ut basis ipsius nihil tangat superficiem  
humidi, et axis ipsius faciat ad superficiem humidi  
10 angulum maiorem angulo  $X$ .

## Pars III.

1. Si autem portio ad humidum in grauitate hanc  
habet proportionem, quam habet tetragonum quod ab  
 $\text{X}O$  ad id, quod a  $BD$ , demissa in humidum inclinata  
15 ita, ut basis ipsius non tangat humidum, consistet et  
manebit ita, ut basis ipsius secundum unum signum  
tangat superficiem humidi, et axis cum superficie hu-  
midi angulum faciat angulo  $X$  aequalem.

2. Si uero portio ad humidum in grauitate hanc  
20 proportionem habet, quam habet tetragonum quod a  
 $PF$  ad tetragonum quod a  $BD$ , demissa in humidum  
et posita inclinata ita, ut basis ipsius non tangat hu-  
midum, consistet inclinata ita, ut basis ipsius secun-  
dum unum signum tangat superficiem humidi, et axis  
25 ipsius faciat angulum aequalem angulo  $\Phi$ .

1. Pars II] addidit Comm., et sic etiam infra. 2. minorem]  
„maiores“ Tartalea. 6. „ $x$ “ et „ $b$ “ Tartalea. 10.  $X$ ]  
„ $m$ “ Tartalea. 14. inclinata] u. infra p. 413 not. 2. 15.  
„tangunt“ Tartalea. 16. unum signum tangat superficiem  
humidi] „ampliorem locum humectetur ab humido“ Tartalea.  
17. „et axis“ ad 18: „aequalem“ om. Tartalea; corr. Comm.  
25. „ipsi“ Tartalea.  $\Phi$ ] „ $x$ “ Tartalea.

## Pars IV.

Si portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionem habeat, quam quadratum  $FP$  ad quadratum  $BD$ , minorem uero, quam quadratum  $\text{X}O$  ad  $BD$  quadratum, in humidum demissa et inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum, consistet et manebit ita, ut basis in humidum magis demergatur.<sup>1)</sup>

## Pars V.

Si autem portio ad humidum in grauitate habeat 10 proportionem minorem proportione, quam habet tetragonum quod ab  $FP$  ad tetragonum quod a  $BD$ , dimissa in humidum et posita inclinata ita, ut basis ipsius non tangat humidum, consistet inclinata ita, ut axis quidem ipsius ad superficiem humidi faciat an- 15 gulum minorem angulo  $\Phi$ , basis autem ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi.

Demonstrabitur itaque haec deinceps.

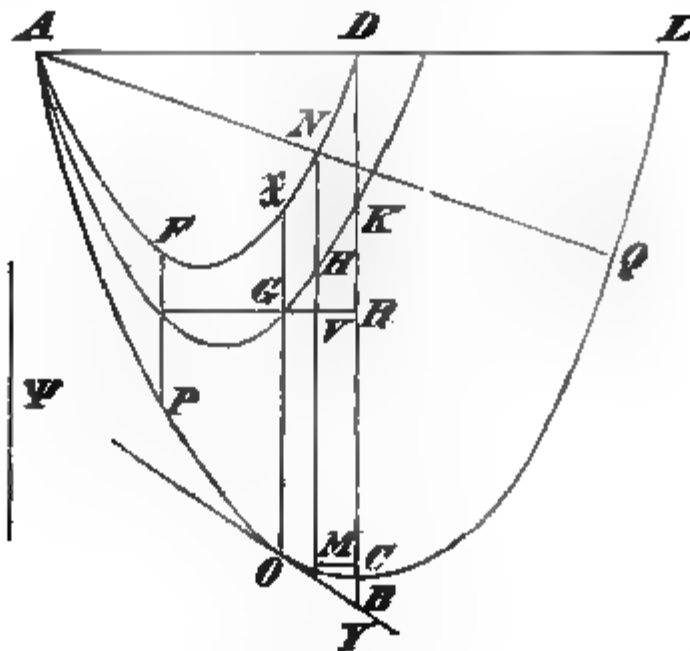
## Demonstratio partis II.

Habeat itaque primo portio ad humidum in gra- 20 uitate proportionem quidem maiorem ea, quam habet tetragonum quod ab  $\text{X}O$  ad id, quod a  $BD$ , minorem autem ea, quam habet tetragonum quod ab excessu, quo axis est maior quam hemiolius eius, quae usque

1) Tota pars IV lin. 1—8 a Tartalea omissa est (cfr. uestigium eius p. 408, 16 not.); suppluit Comm.

16.  $\Phi$ ] „x“ Tartalea. 19. Titulum hic et infra addidit Comm. 22. „minore“ Tartalea.

ad axem, ad tetragonum quod a  $BD^1$ ), et supponatur ut prius disposita figura. quam autem proportionem habet portio ad humidum in granitate, hanc tetragonum quod a  $\Psi$  ad id, quod a  $BD$ . est autem quae  
 6  $\Psi$  maior quidem quam  $\Xi O$ , minor autem excessu, quo axis est maior quam hemiolius eius, quae usque ad axem. inaptetur autem quaedam intermedia conicarum sectionum  $APOL$ ,  $A\Xi D$  quae  $MN$  aequalis ipsi  $\Psi^2$ ), et secet ipsa reliquam conic sectionem penes



10  $H$ , ipsam autem  $RG$  rectam penes  $V$ . demonstrabitur autem quae  $MH$  dupla ipsius  $HN$ , sicut demonstra-

1) Nam  $BS > OZ$ , quia  $OG = 2GZ$ ,  $OZ = \frac{1}{2}OG$ ; sed  $BS = \frac{1}{2}BR$  et  $BR > OG$ .

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 54 nr. 20.

2. ut] om. Tartalea. 3. hanc] „eam habeat“ Comm. 4.  $\Psi$ ] cum Comam.; „ $\sigma$ “ Tartalea; sic etiam infra. autem]  $\delta\eta$ ? 5. „ $xp$ “ Tartalea. 8.  $A\Xi D$ ] „ $as d$ “ Tartalea.  $MN$ ] „ $uo$ “ Tartalea. 10.  $H$ ] om. Tartalea (lacuna). „ipsa“ Tartalea. „ $rs$ “ et „ $b$ “ Tartalea. 11. autem]  $\delta\eta$ ?  $MH$ ] „ $ou$ “ Tartalea. dupla] om. Tartalea. „ $an$ “ Tartalea.



tum est quae  $OG$  ipsius  $G\mathcal{X}$  dupla [p. 407, 4]. ab  $M$  autem ducatur quae  $MY$  contingens sectionem  $A POL$ , quae autem  $MC$  perpendicularis super  $BD$ . et ab  $A$  ad  $N$  copuletur. erunt autem quae  $AN$ ,  $QN$  aequales inuicem. quoniam enim in similibus sectionibus  $A POL$ ,  $A\mathcal{X}D$  productae sunt a basibus ad sectiones quae  $AN$ ,  $AQ$  aequales angulos facientes ad bases, eandem proportionem habebunt quae  $QA$ ,  $AN$  cum ipsis  $LA$ ,  $AD$ <sup>1)</sup> propter secundam figuram praescriptarum. aequalis ergo quae  $AN$  ipsi  $QN$ , et aequedistans ipsi  $MY$ .<sup>2)</sup> demonstrandum, quod demissa in humidum ita, ut basis ipsius non secundum unum tangit † axis ad superficiem humidi angulum acutum faciat maiorem angulo  $X$  [u. figura p. 404]. dimittatur enim, et consistat ita, ut basis ipsius tangat secundum unum signum superficiem humidi. secta autem portione per axem plano recto ad superficiem humidi superficiei quidem portionis sectio sit quae  $A POL$  rectanguli conii sectio [ $\pi\epsilon\rho\lambda\ \kappa\omega\nu$ . 11], superficiei autem

1) Ducatur in figura p. 404 linea  $A\mathcal{X}Q$ ; erit ( $\tau\epsilon\tau\rho$ .  $\alpha\alpha\rho\alpha\beta$ . 5)  $LN : NA = NO : Oc$  et  $\sigma\nu\nu\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\iota$   $LA : NA = Nc : Oc$ ; similiter erit  $DA : NA = Nc : \mathcal{X}c$ ; unde  $LA : AD = \mathcal{X}c : Oc$ ; sed eodem modo est  $Q\mathcal{X} : \mathcal{X}A = \mathcal{X}O : Oc$ , siue

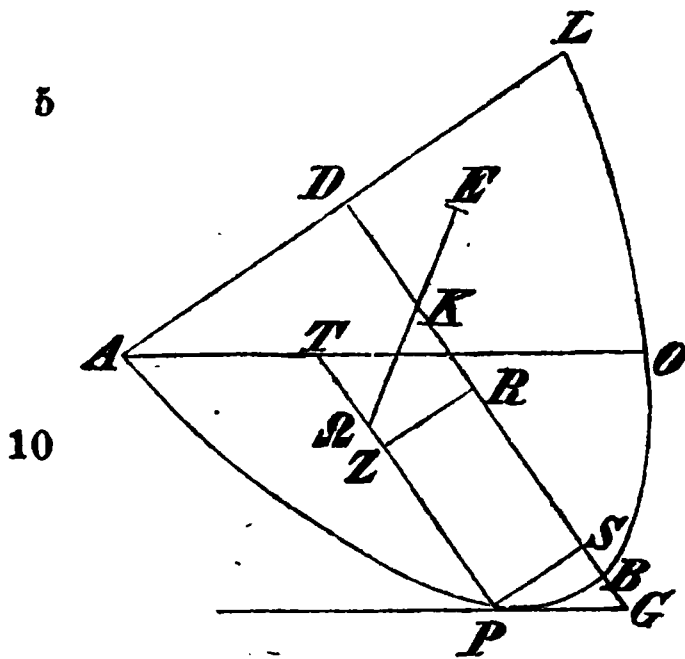
$$QA : \mathcal{X}A = \mathcal{X}c : Oc,$$

h. e. in nostra fig.  $LA : AD = QA : NA$ .

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 52 nr. 14.

1. „ps“ et „sx“ Tartalea. 2.  $M$ ] „o“ Tartalea.  $MY$ ] „os“ Tartalea, ut lin. 11. 3.  $A POL$ ] sc. in  $M$ .  $MC$ ] „oc“ Tartalea. 4.  $QN$ ] „qu“ Tartalea. 5. sectionibus] Nizze; „portionibus“ Tartalea; sic etiam lin. 7. 6. „producto“ Tartalea. a basibus] „ab axibus“ Tartalea. 13. Ante „axis“ lacunam Tartalea. 14. angulo  $X$ ] „excessu“ ante lacunam Tartalea. 17. „recta“ Tartalea. 18. „sitque“ Tartalea.

humidi quae  $OA$ , axis autem portionis et diameter sectionis quae  $BD$ , et secetur quae  $BD$  penes  $K$ ,  $R$ , ut dictum est [p. 404, 7 sq.].



quidem  $PG$  aequedistanter ipsi  $AO$  recta† et contingat sectionem  $APO$  secundum  $P$ , quae autem  $PT$  aequedistanter ipsi  $BD$ , quae autem  $PS$  perpendicularis super  $BD$ . quoniam igitur portio ad humidum in gravitate proportionem habet, quam tetragonum quod a  $\Psi$  ad id, quod a  $BD$ , quam autem proportionem  
 15 habet portio ad humidum, hanc habet demersa ipsius portio ad totam [prop. 1], quam autem demersa ad totam, tetragonum quod a  $TP$  ad id, quod a  $DB$  [ $\pi\epsilon\rho\lambda$   $\kappa\omega\nu$ . 24], erit quae  $\Psi$  ipsi  $TP$  aequalis; et quae  $NM$  ergo ipsi  $TP$  aequalis est. quare et portiones  $AMQ$ ,  
 20  $APO$  inuicem sunt aequales [ $\pi\epsilon\rho\lambda$   $\kappa\omega\nu$ . 20]. quoniam autem in portionibus aequalibus et similibus  $APO$ ,  $AMQL$  ab extremitatibus basium productae sunt quae  $OA$ ,  $AQ$ , et portiones ablatae faciunt ad diametros angulos aequales propter tertiam figuram praescripta-  
 25 rum<sup>1)</sup>, quare anguli qui apud  $Y$ ,  $G$  sunt aequales; et

1) Quae sit haec figura, nescio. res ipsa satis inde ad-

1. portionis] scripsi; „sectionis“ Tartalea. 2. sectionis] om. Tartalea. secetur quae] „secetque“ Tartalea. 5. recta] om. Comm. et] om. Tartalea. „contingent“ Tartalea. 18.  $NM$ ] „no“ Tartalea; et fortasse in figura p. 410 litterae  $M$ ,  $O$  permutandae erant; Tartaleae figura corrupta est. 19—20. „ $apq$ ,  $apf$ “ Tartalea. 22.  $AMQL$ ] „ $ablk$ “ Tartalea. 23.  $OA$ ] „ $ra$ “ Tartalea.

quae  $YB$ ,  $GB$  ergo aequales sunt. quare et quae  $SR$ ,  $CR$ , et quae  $PZ$ ,  $MV$ , et quae  $ZT$ ,  $VN$ . quoniam minor quam dupla quae  $MV$  ipsius  $VN$ <sup>1)</sup>, palam, quod quae  $PZ$  ipsius  $ZT$  est minor quam dupla. sit igitur quae  $P\Omega$  ipsius  $\Omega T$  dupla, et copulata quae  $K\Omega$  educatur ad  $E$ . totius quidem igitur centrum grauitatis erit  $K$ , eius autem portionis, quae inter humidum, centrum  $\Omega$  [p. 380 not. 1], eius autem, quae extra, in linea  $KE$ , et sit  $E$  [ $\acute{\epsilon}\pi\iota\tau.$   $\iota\sigma\theta\theta\theta.$  I, 8]. quae autem  $KZ$  perpendicularis erit super superficiem humidi [p. 382 not. 3]; quare et quae per signa  $E$ ,  $\Omega$  aequedistanter ipsi  $KZ$ . non ergo manet portio, sed inreclinabitur, ut basis ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tacta ipsa † reclinatur. manifestum ergo, quod portio consistet ita, ut axis ad superficiem humidi faciat angulum maiorem angulo  $X$ .

Demonstratio partis III.<sup>2)</sup>

1. Habeat autem portio ad humidum in grauitate proportionem, quam habet tetragonum quod ab  $XO$  ad id, quod a  $BD$ , et dimittatur in humidum ita in-

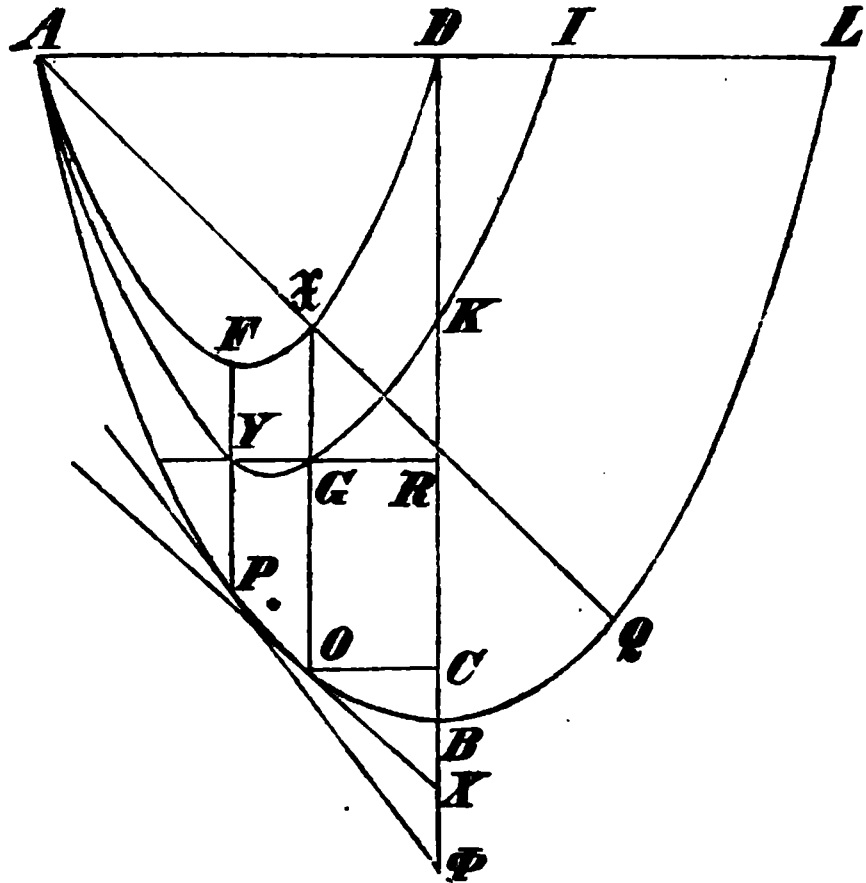
paret, quod segmenta a portionibus aequalibus et similibus similiter abscisa sunt (nam  $AO$ ,  $AQ$  ab eodem puncto ductae sunt et aequalia segmenta abscindunt). tum reliqua per se intelleguntur.

1) Nam  $MH = 2HN$ ; u. p. 407, 4.

2) Figura 2 huius partis apud Tartaleam in demonstratione

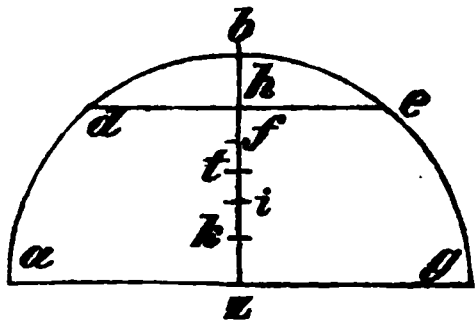
2.  $MV$ ] „ou“ Tartalea.  $VN$ ] „skn“ Tartalea. 3. „minorem“ Tartalea.  $MV$ ] „o“ Tartalea.  $VN$ ] „sau“ Tartalea. 15. ipsa reclinatur] „sursum fertur a parte  $A$ “ Comm. 17.  $X$ ] cum Comm.; „y“ Tartalea. 21. inclinata] sc. ut basis eius non contingat humidum, quod addidit Comm.

clinata. secta autem ipsa per axem plano recto ad superficiem humidi, solidi quidem sectio sit quae *A POL* rectanguli conici sectio, superficiei autem humidi quae *O I*, axis autem portionis et diameter sectionis quae *BD*, et secetur quae *BD* ut prius [p. 404, 7 sq.],



et ducatur quae quidem *PN* aequedistanter ipsi *IO*

partis II posita est (figura 3 omissa est). sed praeterea huc



que aequalia, media quinta pars sit *t, k, t, i*. *mn* uult esse aequalis *on* et *nx*."

pertinent duae figurae, quae ad partem III (p. 408) positae sunt, quarum altera similis est figurae p. 404, alteram hic adposui. infra hanc apud Tartaleam legitur: „diuersimode figuratur“ et tum inter „inclinata“ et „ita“ p. 408, 14 haec leguntur ad figuram pertinentia: „*hz* uult diuidi in quin-

2. *A POL*] in fig. 2; „*APML*“ Comm., qui in fig. 2 *M* pro *O* posuit; cum figura Tartaleae hoc loco satis perspicua sit, eum secutus sum. 4. diameter] „diametris“ Tartalea.

contingens sectionem secundum  $P$ , quae autem  $PT$  aequedistanter ipsi  $BD$ , quae autem  $PS$  perpendicularis super  $BD$ . demonstrandum, quod portio non manet inclinata sic, sed inclinatur, donec utique basis secundum unum signum tangat superficiem humidi. 5 praeiaceant autem et quae in superiori figura prius disposita sunt [p. 410], et quae  $CO$  perpendicularis ducatur super  $BD$ , et quae  $A\aleph$ , copulata educatur ad  $Q$ . erit autem  $A\aleph$  ipsi  $\aleph Q$  aequalis [p. 411 not. 1]; et ducatur ipsi  $AQ$  quae  $OX$  aequedistans. 10 et quoniam supponitur portio ad humidum in gravitate hanc habere proportionem, quam habet tetragonum quod ab  $\aleph O$  ad id, quod a  $BD$ , habet autem hanc proportionem et demersa portio ad totam [prop. 1], hoc est quod a  $TP$  ad id, quod a  $BD$  15 [ $\pi\epsilon\rho\lambda\ \kappa\omega\nu$ . 24], aequalis utique erit quae  $PT$  ipsi  $\aleph O$ . et quoniam portionum  $IBO$ ,  $ABQ$  axes sunt aequales, aequales et portiones [ $\pi\epsilon\rho\lambda\ \kappa\omega\nu$ . 24]. rursum quoniam in portionibus aequalibus et similibus  $APOL$ ,  $AOQL$  productae sunt  $AQ$ ,  $IO$  aequales portiones auferentes, 20 hoc quidem ab extremitate basis, hoc autem non ab extremitate, palam, quod minorem facit acutum angulum ad axem totius portionis, quae ab extremitate basis producta est.<sup>1)</sup> et quoniam angulus qui apud

---

1) Nam ducatur  $AA_1$ ; cum sectiones aequales sint, etiam axes aequales erunt; itaque et  $AA_1$  et  $IO$  per  $T$  cadet; iam adparet  $\angle ATP > ITP$ ; sed  $ATP = A\aleph O$  (p. 412 not. 1).

---

10.  $OX$ ] „ $oy$ “ Tartalea. 13.  $\aleph O$ ] „ $xa$ “ Tartalea. 17. axes] Nizzius; „diametri“ Tartalea, Comm.; sic etiam lin. 23; sed fort. potius scrib. „sectionum“ pro „portionum“. 18. aequales] alterum om. Tartalea.

X est minor quam qui apud N, maior est quae BC quam BS, quae autem CR minor quam RS.<sup>1)</sup> quare et

quae OG minor quam PZ.

† maior est quam dupla.

et quoniam quae OG dupla

est ipsius GX<sup>2)</sup>, palam,

quod quae PZ maior est

quam dupla ipsius ZT. sit

igitur quae PH dupla

ipsius HT, et copuletur

quae HK et educatur

ad Ω. erit autem totius

quidem portionis centrum

grauitatis K, eius autem, quae intra humidum, H

[p. 380 not. 1], eius autem, quae extra, in linea

KΩ, et sit Ω [ἐπιπ. ἰσορρο. I, 8]. demonstrabitur

autem similiter [p. 382 not. 3] quae KZ perpen-

dicularis super superficiem humidi, et quae per signa

H, Ω aequedistanter ipsi KZ. manifestum igitur, quod

non manebit portio, sed inclinabitur, donec utique

basis ipsius secundum unum signum tangat superficiem

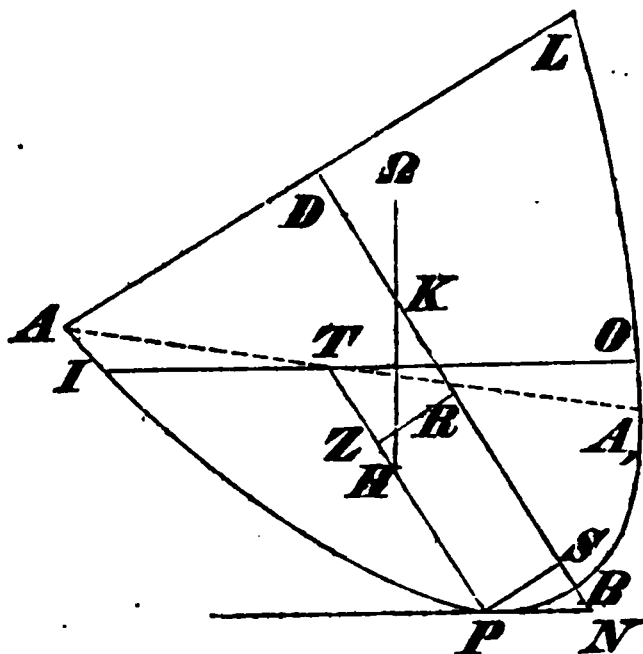
1) Nam  $BC = BX$  et  $BS = BN$  (τετραγ. παραβ. 2); si  $\angle X = N$ , erit  $BX = BN$  (p. 412, 25); et quo minor est  $\angle X$ , eo maior erit  $BX$ ; itaque si  $X < N$ , erit  $BX > BN$  siue  $BC > BS$ . et  $CR = BR \div BC$ ,  $RS = BR \div BS$ .

2) U. p. 411, 1.

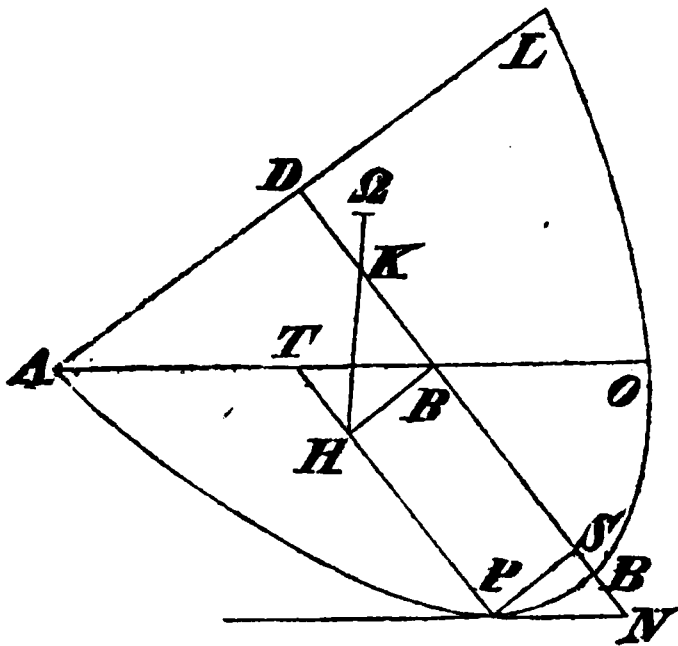
1. X] „y“ Tartalea. quam] om. Tartalea. N] „h“ Tartalea. 2. CR] „er“ Tartalea. 3. OG] „oy“ Tartalea, ut lin. 5. PZ] „pn“ Tartalea. 4. maior est quam dupla] „et GX maior quam ZT“ Comm.; ante „maior“ apud Tartaleam lacuna est. 6. GX] „so“ Tartalea. 7. „pa“ et lin. 8 „at“ Tartalea. 8. „ipsis“ Tartalea. 12. autem] δη? 16. KΩ] h. e. HK producta.

5

10



humidi, sicut demonstrabitur in tertia figura, quomodo se habet in tertio theoremate, et manebit portio ita consistens. in portionibus enim aequalibus  $APOL$ ,  $AQQL$  productae erunt ab extremitatibus basium quae  $AQ$ ,  $AO$  aequales auferentes. demonstrabitur enim 5  $APQ$  aequalis ipsi  $APO$  similiter prioribus [p. 412, 19 sq.]. aequales igitur facient acutos angulos quae  $AO$ ,  $AQ$  ad axes portionum [p. 412 not. 1]. quoniam aequales sunt qui apud  $N$ ,  $X$  anguli † et  $ZT$ . copulata autem ipsa  $HK$  et educta ad  $\Omega$  erit totius qui- 10 dem portionis centrum grauitatis  $K$ , eius autem quae



intra humidum  $H$  [p. 380 not. 1], eius autem, quae extra, in linea  $K\Omega$ , et sit  $\Omega$  [*ἐπιπ. ἰσορρ.* I, 8]. 15 et quae  $KH$  perpendicularis est super superficiem humidi [p. 382 not. 3]. secundum easdem igitur rectas quod quidem in 20 humido sursum feretur,

et quod extra humidum deorsum feretur. manebit autem portio, et basis et † magnitudo et secundum unum signum tanget superficiem humidi, et axis portionis ad superficiem humidi faciet angulum aequalem 25 praescripto.

2. in tertio theoremate] immo in demonstratione. partis II. 3. enim] „h“ Tartalea, ut etiam lin. 5. 4. „erit“ Tartalea. 8. axes] Nizze; „diametros“ Tartalea; cfr. p. 415, 17 not. 9. et  $ZT$ ] lacuna aperta est, quae ex p. 413, 1 sq. supplenda est. 10. „ipsi  $zk$ “ Tartalea. 11. quae] „quidem“ Tartalea. 23. autem]  $\delta\eta$ ? „cuius basis humidi superficiem in uno puncto continget“ Comm.

2. similiter autem demonstrabitur, et si portio ad humidum in grauitate habeat proportionem eandem, quam tetragonum quod ab  $FP$  ad id, quod a  $BD$ , dimissa in humidum ita, ut basis ipsius non tangat  
 5 superficiem humidi, consistet inclinata ita, ut basis ipsius secundum unum signum tangat superficiem humidi, et axis ipsius ad superficiem humidi faciat angulum aequalem angulo, qui apud  $\Phi$  [u. fig. p. 414].

### Demonstratio partis IV.

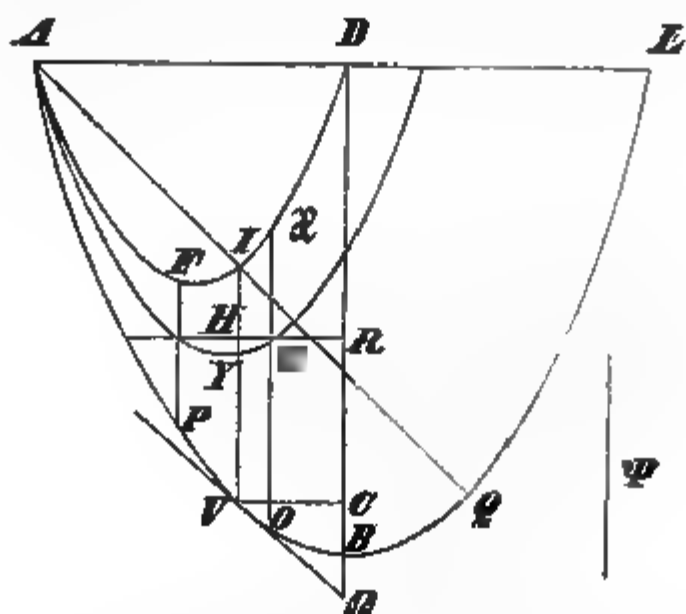
10 Sit autem rursus portio ad humidum in grauitate habens quidem proportionem maiorem illa, quam habet tetragonum quod a  $FP$  ad id, quod a  $BD$ , minorem autem proportionem, quam habet tetragonum quod ab  $\mathcal{X}O$  ad id, quod a  $BD$ .<sup>1)</sup> quam autem pro-  
 15 portionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc habeat tetragonum quod a  $\Psi$  ad id, quod a  $BD$ , palam igitur, quod quae  $\Psi$  est quidem maior quam  $FP$ , minor autem quam  $\mathcal{X}O$ . inaptetur autem intermedia sectionum  $APOL$ ,  $A\mathcal{X}D$  aequalis ipsi  $\Psi$ , aequae-  
 20 distans autem ipsi  $BD$  quae  $VI$  secans sectionem intermediam conii penes  $Y$ . rursus autem quae  $VY$

1) Hoc fieri potest, quia  $FP < \mathcal{X}O$ , (u. fig. p. 404). nam  $PY = 2 YF$  (p. 407, 5), h. e.  $PF = \frac{2}{3} PY$ ; et  $O\mathcal{X} = \frac{2}{3} GO$  (p. 407, 4); sed  $GO > PY$ .

3. ab  $FP$ ] „ $hp$ “ Tartalea. 8. „quae“ Tartalea.  $\Phi$ ] „ $f$ “ Tartalea. 12.  $FP$ ] „ $zp$ “ Tartalea. minorem] „ma-  
 iorem“ Tartalea. 16. „habet“ Tartalea.  $\Psi$ ] hic et infra  
 cum Comm.; „ $x$ “ Tartalea. 17. quod] om. Tartalea.  $\Psi$ ] „ $xo$ “ Tartalea. 18. „ $zp$ “ et „ $xt$ “ Tartalea. „intermedio“  
 Tartalea. 19. „portionum“ Tartalea; corr. Nizzius.  $A\mathcal{X}D$ ] „ $ad$ “ Tartalea. 20.  $VI$ ] „ $fi$ “ Tartalea, qui etiam infra  
 semper pro  $V$  habet „ $f$ “.



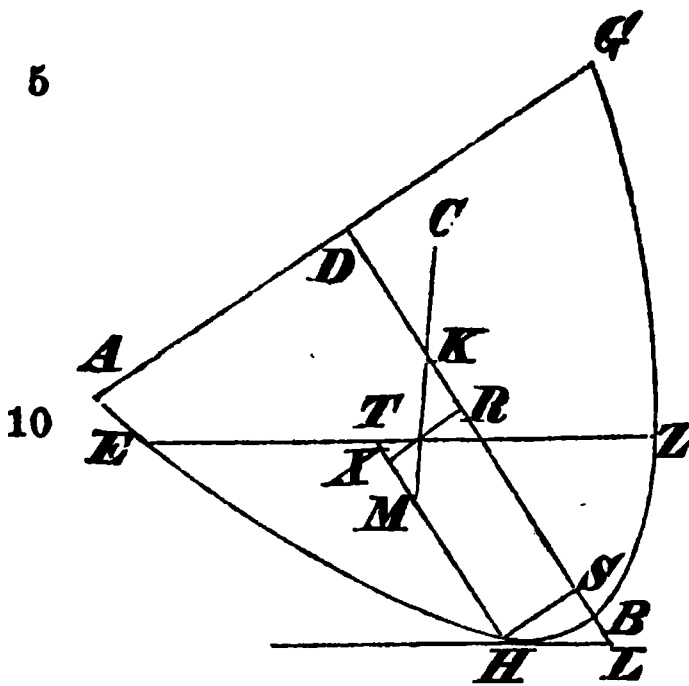
dupla ipsius  $YI$  demonstrabitur, sicut quae  $OG$  ipsius  $G\mathcal{X}$ , ut et prius demonstratum est [p. 407, 4]. ducatur autem ab  $V$  sectionem  $APOL$  contingens quae



$V\Omega$ . similiter autem prioribus demonstrabitur quae quidem  $AI$  ipsi  $QI$  aequalis [p. 411 not. 1], quae autem  $AQ$  ipsi  $V\Omega$  aequedistans [p. 411 not. 2]. demonstrandum autem, quod portio demissa in humidum ita, ut basis ipsius non tangat humidum, et posita inclinata, ita inclinabitur, ut basis ipsius secundum amplio-  
 5 rem locum humectetur ab humido. demittatur enim in humidum, ut dictum est, et iaceat primo sic  
 10 inclinata, ut basis ipsius neque secundum unum tangat superficiem humidi. secta autem ipsa per axem plano recto ad superficiem humidi in superficie quidem por-  
 15 tionis sit sectio quae  $ABG$ , in superficie autem humidi quae  $EZ$ , axis autem portionis et diameter sec-

1.  $OG$  ipsius  $G\mathcal{X}$ ] „† (lacun.) ipsi  $xy$ “ Tartalea. 11. enim] „h“ Tartalea. 16. „sectionis“ et „portionis“ permu-  
 tant Tartalea. „dynametrum“ Tartalea.

tionis sit quae  $BD$ , et secetur quae  $BD$  penes signum  $K$ ,  $R$  similiter prioribus [p. 404, 7 sq.]. ducatur autem et quae quidem  $HL$  aequedistanter ipsi  $EZ$  contingens sectionem  $ABG$  penes  $H$ , quae autem  $HT$  aequedistanter ipsi  $BD$ , quae autem  $HS$  perpendicularis super  $BD$ .

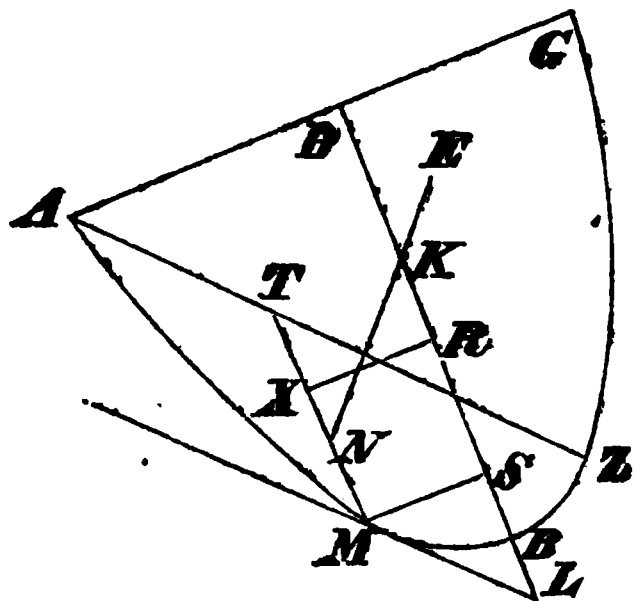


quoniam portio ad humidum in grauitate proportionem habet, quam tetragonum quod a  $\Psi$  ad id, quod a  $BD$ , palam, quod quae  $\Psi$  est aequalis ipsi  $HT$ ; demonstrabitur enim similiter prioribus [per prop. 1; cfr. p. 412, 15 sq.]. quare

et quae  $HT$  et aequalis ipsi  $VI$ . et portiones ergo  $AVQ$ ,  $EBZ$  sunt aequales inuicem. quoniam in aequalibus et similibus portionibus  $APOL$ ,  $ABG$  sunt productae quae  $AQ$ ,  $EZ$  aequales portiones auferentes, et hoc quidem ab extremitate basis, hoc autem non ab extremitate, minorem faciet acutum angulum ad axem portionis, quae ab extremitate basis producta est [p. 415 not. 1]. et quoniam trigoni  $HLS$  angulus est maior angulo  $\Omega$ , palam, quod minor est quae  $BS$  quam  $BC$ , quae autem  $SB$  maior quam  $RC$  [p. 416 not. 1], et quae  $HX$  maior quam  $VH$ , quae autem  $XT$  minor est quam  $HI$ . et quoniam dupla est quae  $VY$  ipsius  $YI$ , pa-

12. enim] „h“ Tartalea. 20. axem] Nizzius; „diametrum“ Tartalea. 22.  $HLS$ ] „hle“ Tartalea. 23. palam] post lacunam Tartalea. 24.  $HX$ ] „hl“ Tartalea. 25. autem] lacunam Tartalea.  $XT$ ] „at“ Tartalea, ut p. 421 lin. 1.

lam, quod quae  $HX$  est maior quam dupla ipsius  $XT$ .<sup>1)</sup> sit igitur quae  $HM$  dupla ipsius  $MT$ . palam autem ex hiis, quod non manebit portio, sed inclinabitur, donec utique basis ipsius tangat secundum unum signum superficiem humidi [cfr. p. 416, 19 seq.]. tangat 5 autem secundum unum signum, ut in tertia figura scriptum est, et alia eadem disponantur. demonstra- bitur autem rursus quae  $TM$ <sup>2)</sup> aequalis existens ipsi  $VI$ , et portiones  $AVQ$ ,  $ABZ$  aequales inuicem, et quoniam in portionibus aequalibus et similibus  $APOI$ , 10  $ABG$ <sup>3)</sup> sunt productae quae  $AQ$ ,  $AZ$  aequales portiones auferentes, aequales faciunt angulos ad axes



portionum [p. 412 not. 1]. triangulorum igitur  $VC\Omega$ ,  $MSL$  qui apud signa  $L$ <sup>4)</sup>, 15  $\Omega$  anguli sunt aequales, et quae  $BS$  recta<sup>5)</sup> ipsi  $BC$  aequalis, et quae  $SR$ <sup>6)</sup> ipsi  $RC$ , et quae  $MX$ <sup>7)</sup> ipsi  $VH$ , et quae  $XT$ <sup>8)</sup> ipsi  $HI$  20 [cfr. p. 413, 1 sq.]. et quoniam dupla est quae  $VY$

ipsius  $YI$ , manifestum, quod quae  $MX$ <sup>9)</sup> est maior

1) Nam cum  $VY = 2YI$ , erit  $VH > 2HI$ , et  $HX > VH$ ,  $HI > XT$ .

2) In fig. 3.

1.  $HX$ ] „ha“ Tartalea. 2. „hl“ et „lt“ Tartalea.  
 3. „aequales“ Tartalea. 12. axes] Nizzius; „diametros“  
 Tartalea. 14. triangulorum] Comm.; om. Tartalea. „ahbzafq“  
 Tartalea (retulit ad „portionum“). 19.  $MX$ ] „ha“ Tarta-  
 lea, ut lin. 23. 20.  $XT$ ] „at“ Tartalea, ut p. 422 lin. 1.  
 22. „fx ipsi“ Tartalea.

quam dupla ipsius  $XT$ .<sup>1)</sup> sit igitur quae  $MN$ <sup>2)</sup> ipsius  $NT$ <sup>2)</sup> dupla. rursus autem ex hiis palam, quod non manet portio, sed inclinabitur ex parte  $A$  [cfr. p. 413, 5 sq.]. quoniam supponebatur portio secundum unum  
 5 signum tangere humidum, palam, quod secundum ampliorem locum basis ab humido comprehendetur.

### Demonstratio partis V.

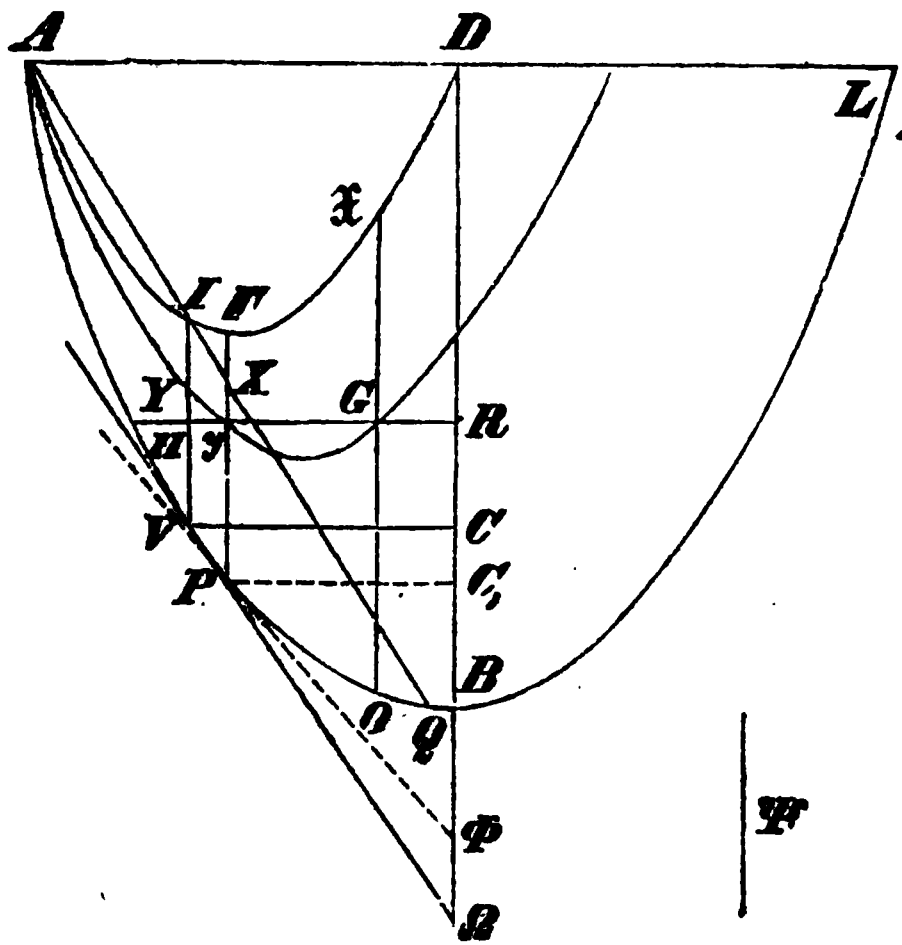
Habeat etiam rursus portio ad humidum in grauitate proportionem minorem ea, quam habet tetra-  
 10 gonum quod ab  $FP$  ad id, quod a  $BD$ . quam autem proportionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc habeat tetragonum quod a  $\Psi$  ad tetragonum quod a  $BD$ . minor autem est quae  $\Psi$  quam  $FP$ . rursus igitur inaptetur quaedam intermedia portionum  
 15  $A\mathcal{X}D$ ,  $A\mathcal{P}OL$  quae  $VI$  aequedistanter ipsi  $BD$  producta aequalis ipsi  $\Psi$  [p. 410 not. 2]. secet autem ipsa intermediam coni sectionem penes  $Y$ , ipsam autem  $XR$  rectam penes  $H$ . demonstrabitur autem quae  $VY$  dupla ipsius  $YI$ , sicut demonstrata est quae  $GO$   
 20 ipsius  $G\mathcal{X}$  [p. 407, 4]. ducatur autem et quae quidem  $V\Omega$  contingens sectionem  $A\mathcal{P}OL$  secundum  $V$ , quae autem  $VC$  perpendicularis super  $BD$ , et  $AI$  co-

1) Nam  $VH > 2HI$ , et  $MX = VH$ ,  $XT = HI$ .

2) In fig. 3.

1. „*ha ipsi lt*“ Tartalea. 10.  $FP$ ] „*no*“ Tartalea. 12.  $\Psi$ ] „*x*“ Tartalea (sic etiam infra). ad tetragonum quod a  $BD$ ] om. Tartalea. 13. „*minorem*“ Tartalea. autem]  $\delta\eta?$   $FP$ ] „*on*“ Tartalea. 15. „*amd*“ Tartalea.  $VI$ ] „*pi*“ Tartalea (et per totam hanc partem  $P$  pro  $V$ ). 17. „*intermedia coni sectione*“ Tartalea. 18.  $XR$ ] „*xr*“ Tartalea. 20.  $G\mathcal{X}$ ] „*gh*“ Tartalea. 22.  $VC$ ] „*pe*“ Tartalea.

pulata ducatur ad  $Q$ . erit autem quae  $AI$  ipsi  $IQ$  aequalis, et quae  $AQ$  ipsi  $V\Omega$  aequedistans [p. 411



not. 1—2]. demonstrandum est autem, quod portio demissa in humidum posita inclinata ita, ut basis ipsius non tangat humidum inclinata consistet ita, ut axis 5 ipsius ad superficiem humidi faciat angulum minorem angulo  $\Phi$  [u. fig. p. 404], basis autem ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi. demittatur enim in humidum et consistat ita, ut basis ipsius secundum unum signum tangat superficiem humidi. secta autem 10 portione per axem plano recto ad superficiem humidi sectio sit superficiei quidem portionis quae  $AHBL$  rectanguli conic sectionis [περὶ κων. 11], superficiei autem humidi quae  $AZ$ , axis autem portionis et diameter

4. „ipsis“ Tartalea. 8. enim] „h“ Tartalea. 14. „portioni“ Tartalea.

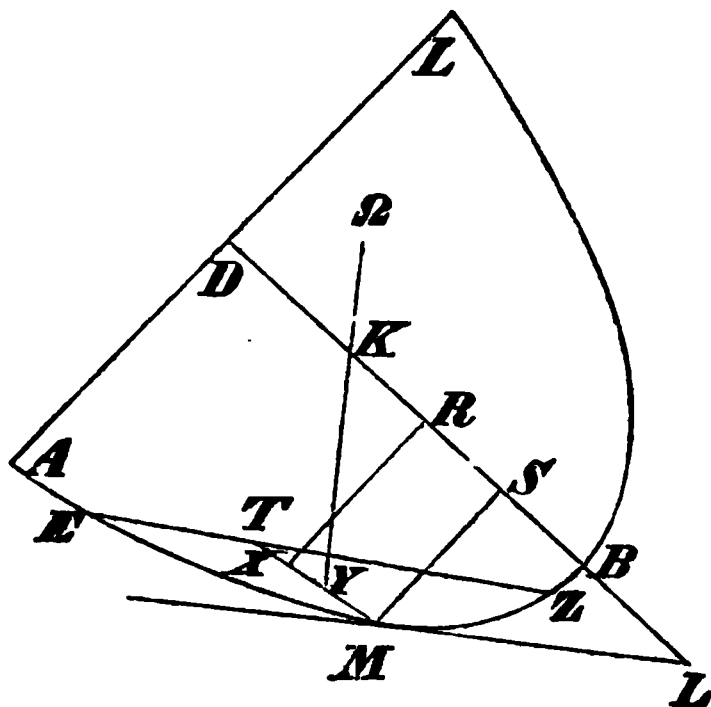


faciant angulos ad axes portionum [p. 412 not. 1].  
 adhuc autem et trigonorum  $HIS$ ,  $V\Omega C$  aequales sunt  
 anguli, qui apud  $I$ ,  $\Omega$ . erunt et  $SB$ ,  $CB$  aequales.  
 quare et quae  $SR$ ,  $CR$  aequales, et quae  $HX$ ,  $VH$ ,  
 et quae  $XT$ ,  $HI$  [cfr. p. 413, 1 sq.]. et quoniam est 5  
 dupla quae  $YV$  ipsius  $YI$ , manifestum, quod minor  
 est quam dupla quae  $HX$  ipsius  $XT$ .<sup>1)</sup> sit igitur  
 $HY$  dupla ipsius  $YT$ , et copulata protrahatur quae  
 $YKC$ . sunt autem centra grauitatum totius quidem  
 $K$ , eius autem, quod intra humidum,  $Y$  [p. 380 not. 1], 10  
 eius autem, quod extra, in linea  $KC$ , et sit  $C$  [ $\acute{\epsilon}\pi\iota\pi$ .  
 $\iota\sigma\omicron\omicron\phi$ . I, 8]. erit autem propter praecedens theorema  
 hoc manifestum, quod non manet portio, sed inclina-  
 bitur ita, ut basis ipsius nec secundum unum tangat  
 superficiem humidi [cfr. p. 413, 9 sq.]. quod autem 15  
 consistet ita, ut axis ipsius ad superficiem humidi fa-  
 ciat angulum minorem angulo  $\Phi$ , demonstrabitur.  
 consistat enim, si possibile est, ita, ut faciat angulum  
 non minorem angulo  $\Phi$ , et alia disponantur eadem  
 hiis, quae in tertia figura. similiter autem demonstra- 20  
 bitur quae  $TM$  aequalis ipsi  $\Psi$  [cfr. p. 412, 18 sq.],  
 quare et ipsi  $TH$ . et quoniam  $L$  non minor est quam

1) Nam  $VH < 2HT$ , et  $HX = VH$ ,  $XT = HI$ .

1. angulos] om. Tartalea. axes] Nizzius; „dyametros“  
 Tartalea. 2. „hlspwe“ Tartalea. 3.  $I$ ] „l“ Tartalea.  
 „eb“ et lin. 4: „er“ Tartalea, et fort. in fig. p. 423 pro  $C$  po-  
 nendum  $E$ . 4.  $HX$ ] „ha“ Tartalea, ut lin. 7. 5.  $XT$ ]  
 „at“ Tartalea, ut lin. 7. 7. quam] „quae“ Tartalea. 8.  
 $HY$ ] „ny“ Tartalea. 9. „yht“ Tartalea. 17.  $\Phi$ ] „f“  
 Tartalea, ut lin. 19. 18. enim] „h“ Tartalea. 19. „ean-  
 dem“ Tartalea. 22.  $TH$ ] „ih“ Tartalea.  $L$ ] „hl“ Tar-  
 talea. non] om. Tartalea.

$\Phi$ , non ergo maior est  $BS$  quam  $BC_1$ , neque minor quae  $SR$  quam  $C_1R$  neque  $MX$  quam  $\dagger OG$ , et quoniam quae  $IH$  est hemiola ipsius  $PY$ , minor autem quae  $PY$  quam  $GO$ , et quae quidem habet aequalis



5 ipsi  $PC$  est, quae autem  $HA$  non est minor quam  $OG$ , maior ergo quae  $AH$  quam  $PY$ .<sup>1)</sup> quae ergo  $MX$  est maior quam dupla ipsius  $TX$ . sit autem  $MY$  dupla ipsius  $YT$ , et copulata quae  $YK$  educatur. palam autem similiter prioribus [p. 413, 6 sq.], quod  
10 non manet portio, sed uoluetur ita, ut axis ipsius ad superficiem humidi faciat angulum minorem angulo  $\Phi$ .

1) Locus corruptissimus inde ab lin. 2. res satis patet ex figura p. 423. nam  $PF = \frac{3}{2}Py$ ;  $Py = RC$ , siue  $MX \approx Py$ . et  $PF > VI$ , h. e.  $PF > TM$ . ergo  $TM < \frac{3}{2}Py$ , h. e.  $TM < \frac{3}{2}MX$ , siue  $MX > 2TX$ .

1. „f“ Tartalea, ut lin. 11.  $BS$  quam  $BC_1$ ] lacunam Tartalea. minor] om. Tartalea. 2.  $C_1R$ ] „sr“ Tartalea. 7. „ha“ et „ta“ Tartalea. 8.  $MY$ ] „hy“ Tartalea.



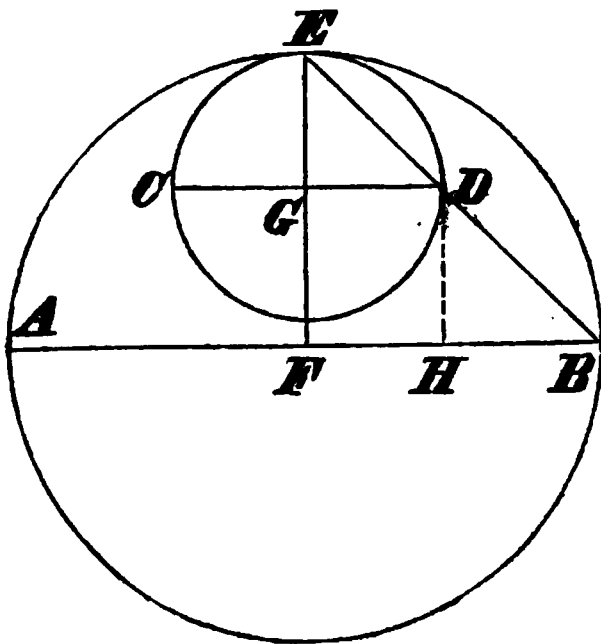
# LEMMATA.

---

## Liber Assumptorum.

### I.

Si mutuo se tangant duo circuli, ut duo circuli  $AEB$ ,  $CED$  in  $E$ , fuerintque eorum diametri parallelae, ut sunt duae diametri



parallelae, ut sunt duae diametri  $AB$ ,  $CD$ , et iungantur duo puncta  $B$ ,  $D$  et contactus  $E$  [lineis]  $DE$ ,  $BD$ , erit linea  $BE$  recta.

sint duo centra  $G$ ,  $F$ , et iungatur  $GF$ , et producamus ad  $E$  [Eucl. III, 12], et educamus  $DH$  parallelam ipsi  $GF$ . et quia  $HF$  ae-

qualis est ipsi  $GD$ , suntque  $GD$ ,  $EG$  aequales, ergo ex aequalibus  $FB$ ,  $FE$  remanebunt  $GF$ , nempe  $DH$ ,

---

Hunc libellum primus edidit S. Foster: *Miscellanea* (Lond. 1659) ex interpretatione I. Grauii, qui usus erat codice Arabico; neque enim Graecus exstat. deinde eum e codice Mediceo de-  
nuo Latine uertit Abrahamus Ecchellensis, quam interpretatio-  
nem cum Apollonii libb. V—VII edidit I. A. Borellus (Floren-  
tiae 1661). Arabice exstat in tribus codd. Mediceis, sed cum  
cod. CCLXXV (u. Catalog. codd. oriental. bibl. Medic. Laur.  
ed. S. E. Assemanus, Florent. 1742 p. 385) solus nostrum libellum  
et Apollonii libb. V—VII continet, sine dubio hoc ipso codice  
usus est Borellus (cfr. praeterea Assemanus p. 383 nr. CCLXXI et  
p. 392 nr. CCLXXXVI). recepi interpretationem Borelli. apud eum  
titulus hic est: liber assumptorum Archimedis interprete  
Thebit ben Kora et exponente Doctore Almochtasso

et  $HB$ , quae erunt aequales, atque duo anguli  $HDB$ ,  $HBD$  aequales. et quia duo anguli  $EGD$ ,  $EFB$  sunt recti, atque duo anguli  $EGD$ ,  $DHB$  sunt aequales, remanebunt duo anguli  $GED$ ,  $GDE$ , qui inter se et duobus angulis  $HDB$ ,  $HBD$  aequales erunt. ergo angulus  $EDG$  aequalis est angulo  $DBF$ , et com-

---

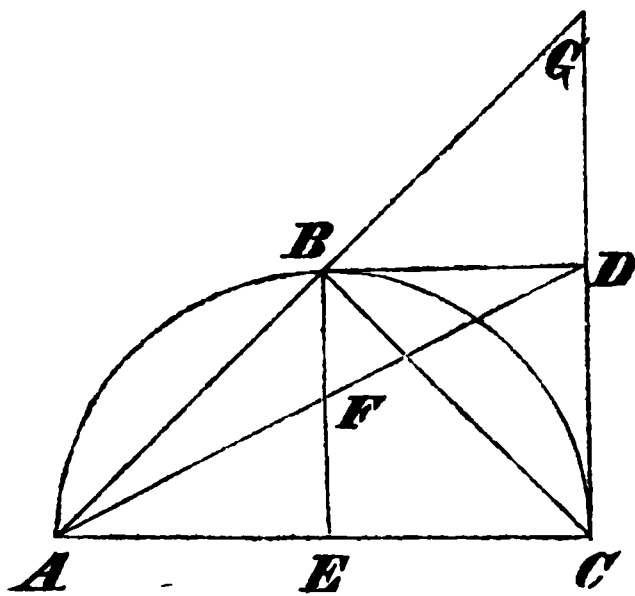
Abilhasan Hali ben Ahmad Nosuensi. propositiones sexdecim („quindecim“ Foster, ut re uera sunt; Borellus male adiecit fragmentum Archimedis apud Eutocium seruatum). Thebit ben Kora hanc praefationem praemisit (Borellus p. 385): „Asserit Doctor Almochtasso hunc librum referri ad Archimedes, in quo sunt propositiones pulcherrimae paucae numero, utilitatis uero maximae de principiis geometriae, optimae atque elegantissimae, quas adnumerant professores huius scientiae summae intermediorum, quae legi oportet inter librum Euclidis et Almagestum; at uero quaedam illius propositionum loca indigent aliis propositionibus, quibus propositiones illae clariores euadant. et quidem ipse Archimedes has indicauit propositiones easque retulit in aliis suis operibus, dum dixit: quemadmodum demonstraui in propositionibus rectangulorum; item et: quemadmodum demonstraui in nostra expositione agentes de triangulis; rursus: quemadmodum demonstraui in propositionibus quadrilaterum; et retulit in propositione quinta demonstrationem hac de re magis peculiarem. deinde composuit Abusahal Alkuhi librum, quem inscripsit: ordinationem libri Archimedis de assumptis, et tractauit demonstrationem huius propositionis via universaliori ac meliori, nec non ea quae dependent ex compositione proportionis. quod quidem, cum id comperi, attexui locis obscurioribus huius libri expositionem seu marginales postillas et confirmaui, quod ille indicauerat, propositionibus, uti indicaueram, et retuli ex propositionibus Abihasal duas propositiones, quibus opus est ad propositionem quintam declarandam, reliqua omittens breuitatis gratia, et eo quod non sint necessariae.“ cfr. Wenrich: de auct. Graec. uers. Arab. p. 192 sq. ex his Arabum commentariis usus sum, quae mihi utilia uisa sunt, ceteris abiectis. — Sicut dubitari nequit, librum ipsum, qualem nunc habeamus, ab Archimede profectum non esse, ita ueri simile est, aliquas tamen proportionum eius, quae fere satis scite et inuentae et demonstratae sunt, re uera, ut prae se ferunt, Archimedeas esse, sed quantum ei tribuendum sit, nondum satis exploratum est. cfr. Quaest. Arch. p. 24—25.]

prehensus angulus  $GDB$  est communis. ergo erunt duo anguli  $GDB, FBD$  (qui sunt pares duobus rectis) [Eucl. I, 29] aequales duobus angulis  $GDB, GDE$ . igitur ipsi quoque sunt aequales duobus rectis. ergo linea  $EDB$  est recta, et hoc est, quod uoluimus.<sup>1)</sup>

## II.

Sit  $CBA$  semicirculus, quem  $DC, DB$  tangant, et  $BE$  perpendicularis super  $AC$ , et iungamus  $AD$ ; erit  $BF$  aequalis ipsi  $FE$ .

Demonstratio. iungamus  $AB$  eamque producamus in directum, et educamus  $CD$ , quousque illi occurrat



in  $G$ , et iungamus  $CB$ . et quia angulus  $CBA$  est in semicirculo, erit rectus [Eucl. III, 31]. remanet  $CBG$  rectus, et  $DBEC$

est parallelogrammum rectangulum.<sup>2)</sup> ergo in triangulo  $GBC$  rectangulo educitur perpendicularis

$BD$  ex  $B$  erecta super basim, et  $BD, DC$  erunt aequales eo, quod tangunt circulum [Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 15]. ergo  $CD$  est etiam aequalis ipsi  $DG$ , quemadmodum ostendimus in pro-

1) Utitur hac propositione Pappus IV, 23 p. 214, 5. idem fit, ut recte adnotauit Almochtasso, si circuli sese extrinsecus contingunt; demonstrat Pappus VII, 175 p. 840.

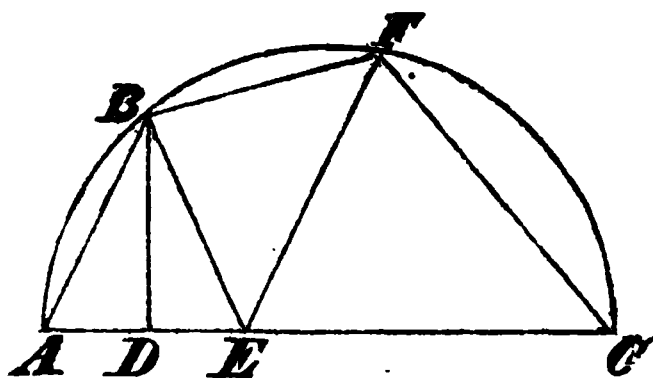
2) Error apertissimus est. neque enim necesse est, lineas  $BD, DC$  inter se perpendicularares esse, neque esse  $BD \neq AC$  et  $DC \neq BE$ . propositio tamen ipsa per se uera est; demonstrat Torellius p. 355. errorem iam Foster notauit p. 18; contra Arabes fugit.

positionibus, quas confecimus de rectangulis.<sup>1)</sup> et quia in triangulo  $GAC$  linea  $BE$  educta est parallela basi, et iam educta est ex  $D$  semipartitione basis linea  $DA$  secans parallelam in  $F$ ; erit  $BF$  aequalis ipsi  $FE$  [ib. p. 178 nr. 3], et hoc est, quod uoluimus.

## III.

Sit  $CA$  segmentum circuli, et  $B$  punctum super illud ubicunque, et  $BD$  perpendicularis super  $AC$ , et segmentum  $DE$  aequale  $DA$ , et arcus  $BF$  aequalis arcui  $BA$ , utique iuncta  $CF$  erit aequalis ipsi  $CE$ .<sup>2)</sup>

Demonstratio. iungamus lineas  $AB, BF, FE, EB$ .



et quia arcus  $BA$  aequalis est arcui  $BF$ , erit  $AB$  aequalis  $BF$ . et quia  $AD$  aequalis est  $ED$ , et duo anguli  $D$  sunt recti, et  $DB$  communis, ergo  $AB$  aequalis est  $BE$  [Eucl. I, 4], et propterea  $BF, BE$  sunt aequales, et duo anguli  $BFE, BEF$  sunt aequales. et quia quadrilaterum  $CFBA$  est in circulo, erit angulus  $CFB$  cum angulo  $CAB$  ipsi opposito, immo cum angulo  $BEA$ , aequalis duobus rectis [Eucl. III, 22]. sed angulus  $CEB$  cum angulo  $BEA$  aequales sunt duobus rectis. ergo duo anguli  $CFB, CEB$

1) Talem librum Archimedes non scripsit. rem ipsam sic demonstrat Almoctasso: quia  $BD = DC$ , erit  $\angle DCB = \angle DBC$ ; sed  $\angle DBC + \angle DBG = 90^\circ = \angle DCB + \angle CGB$ . itaque

$$DBG = CGB \text{ siue } BD = DG = DC.$$

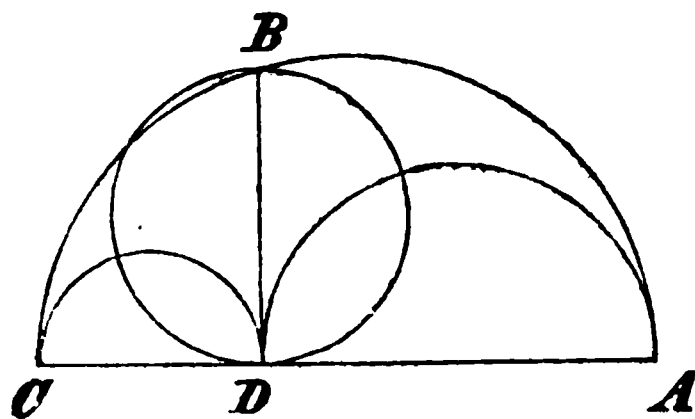
2) Cfr. Ptolemaeus *synt.* I, 9 p. 31 ed. Halma. in figura codicis  $ABFC$  semicirculus est, sed proportio de quavis arcu circuli uera est.

sunt aequales. et remanent  $CFE$ ,  $CEF$  aequales. ergo  $CE$  aequalis est  $CF$ , et hoc est, quod uolumus.

## IV.

Sit  $ABC$  semicirculus, et fiant super  $AC$  diametrum duo semicirculi, quorum unus  $AD$ , alter uero  $DC$ , et  $DB$  perpendicularis, utique figura proueniens, quam uocat Archimedes Arbelon (est superficies comprehensa ab arcu semicirculi maioris et duabus circumferentiis semicircularum minorum), est aequalis circulo, cuius diameter est perpendicularis  $DB$ .<sup>1)</sup>

Demonstratio. quia linea  $DB$  media proportionalis



est inter duas lineas  $DA$ ,  $DC$  [Eucl. VI, 13; Zeitschrift f. Math., histor. Abth. XXIV p. 181 nr. 16], erit planum  $AD$  in  $DC$  aequale quadrato  $DB$  [Eucl. VI, 17]. et pona-

mus  $AD$  in  $DC$  cum duobus quadratis  $AD$ ,  $DC$  communiter; fiet planum  $AD$  in  $DC$  bis cum duobus quadratis  $AD$ ,  $DC$ , nempe quadratum  $AC$  [Eucl. II, 4], aequale duplo quadrati  $DB$  cum duobus quadratis  $AD$ ,  $DC$ . et proportio circulorum eadem est ac proportio quadratorum [Eucl. XII, 2]. ergo circulus, cuius diameter est  $AC$ , aequalis est duplo circuli, cuius diameter est  $DB$ , cum duobus circulis, quorum dia-

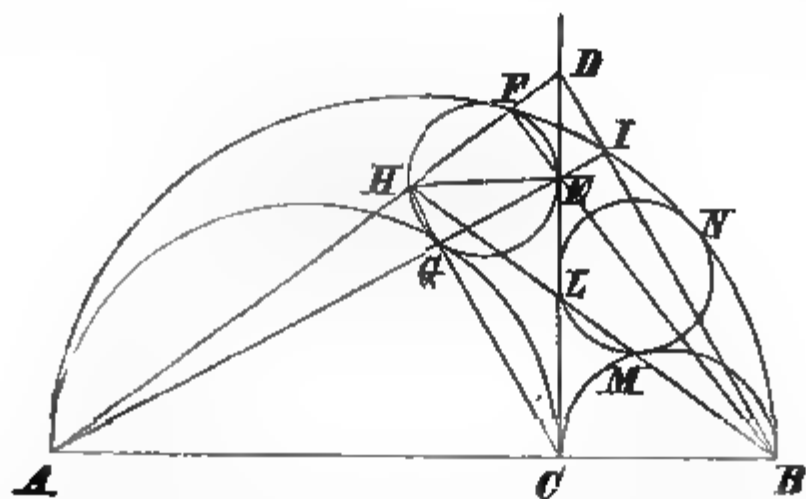
1) Has propositiones de arbelo (4, 5, 6 et 1) non dubito Archimedi tribuere. proprietates arbeli antiquitus tractatas esse, testatur Pappus IV, 19 p. 208, 9: ἀρχαία πρότασις. nomen accepit ex similitudine cultelli sutorii (schol. ad Nicandri Theriac. 428).

metri sunt  $AD, DC$  [Quaest. Arch. p. 48], et semicirculus  $AC$  aequalis est circulo, cuius diameter est  $DB$ , cum duobus semicirculis  $AD, DC$ . et auferamus duos semicirculos  $AD, DC$  communiter; remanet figura, quam continent semicirculi  $AC, AD, DC$  (et est figura, quam uocauit Archimedes Arbelon) aequalis circulo, cuius diameter est  $DB$ ; et hoc est, quod uoluimus.

## V.

Si fuerit semicirculus  $AB$ , et signatum fuerit in eius diametro punctum  $C$  ubicunque, et fiant super diametrum duo semicirculi  $AC, CB$ , et educatur ex  $C$  perpendicularis  $CD$  super  $AB$ , et describantur ad utrasque partes duo circuli tangentes illam et tangentes semicirculos, utique illi duo circuli sunt aequales.

Demonstratio. sit alter circulorum tangens  $DC$  in  $E$  et semicirculum  $AB$  in  $F$  et semicirculum  $AC$  in  $G$ .



et educamus diametrum  $HE$ ; erit parallela diametro  $AB$  eo, quod duo anguli  $HEC, ACE$  sunt recti [Eucl. I, 28]. et iungamus  $FH, HA$ . ergo linea  $AF$  est recta, uti dictum est in propositione I. et occur-

rent  $AF$ ,  $CE$  in  $D$  eo, quod egrediuntur ab angulis  $A$ ,  $C$  minoribus duobus rectis [Eucl. I *art.* 5]. et iungamus etiam  $FE$ ,  $EB$ ; ergo  $EFB$  est etiam recta, uti diximus [prop. 1], et est perpendicularis super  $AD$  eo, quod angulus  $AFB$  est rectus, quia cadit in semicirculum  $AB$  [Eucl. III, 31]. et iungamus  $HG$ ,  $GC$ ; erit  $HC$  etiam recta. et iungamus  $EG$ ,  $GA$ ; erit  $EA$  recta [u. p. 430 not. 1]; et producamus eam ad  $I$  et iungamus  $BI$ , quae sit etiam perpendicularis super  $AI$  [Eucl. III, 31]. et iungamus  $DI$ . et quia  $AD$ ,  $AB$  sunt duae rectae, et educta ex  $D$  ad lineam  $AB$  perpendicularis  $DC$  et ex  $B$  ad  $DA$  perpendicularis  $BF$ , quae se mutuo secant in  $E$ , et educta  $AE$  ad  $I$  est perpendicularis super  $BI$ , erunt  $BID$  rectae, quemadmodum ostendimus in propositionibus, quas confecimus in expositione tractatus de triangulis rectangulis.<sup>1)</sup> et quia duo anguli  $AGC$ ,  $AIB$  sunt recti, utique  $BD$ ,  $CG$  sunt parallelae [Eucl. I, 28], et proportio  $AD$  ad  $DH$ , quae est ut  $AC$  ad  $HE$ <sup>2)</sup>, est ut proportio  $AB$  ad  $BC$ .<sup>3)</sup> ergo rectangulum  $AC$  in  $CB$  aequale est rectangulo  $AB$  in  $HE$  [Eucl. VI, 16]. et similiter demonstratur in circulo  $LMN$ , quod rectangulum  $AC$

1) Uidetur significari commentarium nescio cuius in Archimedis librum de triangulis rectangulis ab Arabibus solis commemoratum (Quaest. Arch. p. 30); idem fortasse significatur in prop. 2. demonstrationem dedit Almoctasso praemissa propositione notissima, altitudines trianguli acutianguli in eodem puncto concurrere. ne sit igitur  $BID$  recta; ducatur alia linea, quae  $AI$  in  $m$  secet; erit  $\angle AmD = 90^\circ$ ; sed  $\angle AID = 90^\circ$ ; itaque  $AmD = AID$ , quod fieri non potest; demonstrationem eandem de quouis triangulo ualere, ostendit Nizzius p. 257.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4.

3) Ex Eucl. VI, 2 componendo.

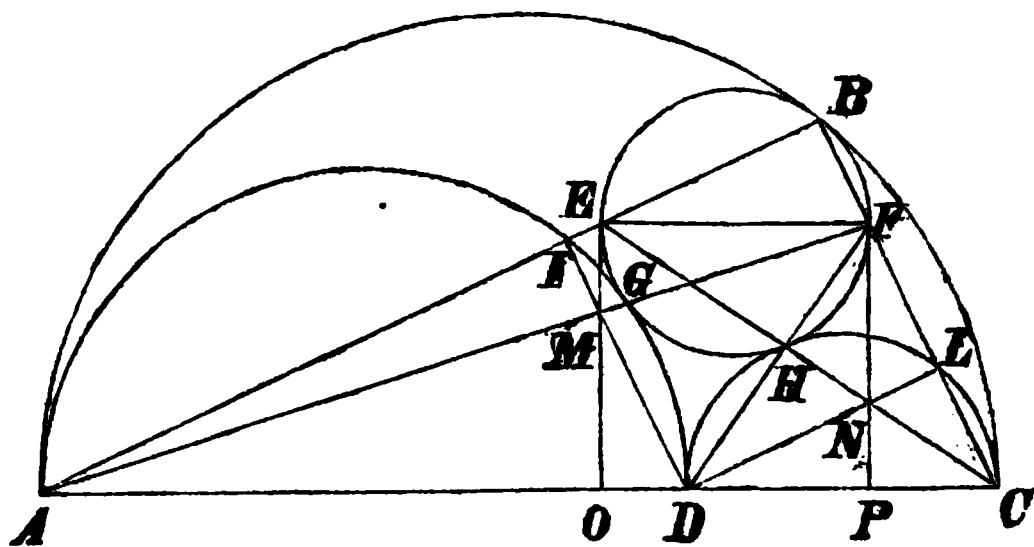


in  $CB$  aequale sit rectangulo  $AB$  in suam diametrum, et demonstratur inde etiam, quod duae diametri circulorum  $EFG$ ,  $LMN$  sint aequales. ergo illi duo circuli sunt aequales; et hoc est, quod uoluimus.<sup>1)</sup>

## VI.

Si fuerit semicirculus  $ABC$ , et in eius diametro sumatur punctum  $D$ , et fuerit  $AD$  ipsius  $DC$  sesquialtera, et describantur super  $AD$ ,  $DC$  duo semicirculi, et ponatur circulus  $EF$  inter tres semicirculos tangens eos, et educatur diameter  $EF$  in illo parallela diametro  $AC$ , reperiri debet proportio diametri  $AC$  ad diametrum  $EF$ .<sup>2)</sup>

iungamus enim duas lineas  $AE$ ,  $EB$  et duas lineas  $CF$ ,  $FB$ . erunt  $CB$ ,  $AB$  rectae, uti dictum est



in prima propositione. describamus etiam duas lineas  $FGA$ ,  $EHC$ , ostendeturque esse quoque rectas [p. 430 not. 1]; similiter duas lineas  $DE$ ,  $DF$ , et iungamus  $DI$ ,  $DL$  et  $EM$ ,  $FN$  et producamus eas ad  $O$ ,  $P$ . et

1) Plura de arbelo habet Pappus IV, 19 p. 208 sq. duas propositiones hoc loco addidit Alkahi, mathematicus Arabs; u. Borellus p. 393—95, Nizze p. 257.

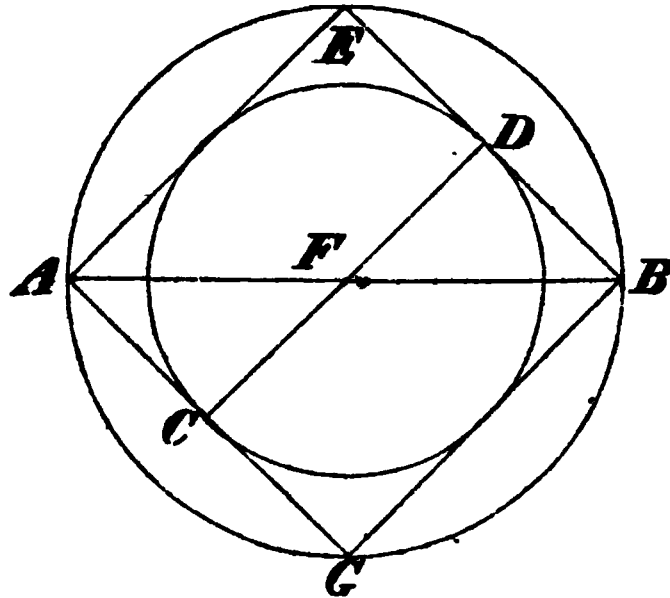
2) Cfr. Pappus IV, 26 p. 224 sq.

quia in triangulo  $AED$   $AG$  est perpendicularis ad  $ED$ , et  $DI$  est quoque perpendicularis ad  $AE$ , et iam se mutuo secuerunt in  $M$ , ergo  $EMO$  erit etiam perpendicularis, quemadmodum ostendimus in expositione, quam confecimus de proprietatibus triangulorum, et cuius demonstratio iam quidem praecessit in superiori propositione [p. 434 not. 1]. similiter quoque erit  $FP$  perpendicularis super  $CA$ , et quia duo anguli, qui sunt apud  $L$  et  $B$ , sunt recti, erit  $DL$  parallela ipsi  $AB$ , et pariter  $DI$  ipsi  $CB$ . igitur proportio  $AD$  ad  $DC$  est ut proportio  $AM$  ad  $FM$  [Eucl. VI, 2], immo ut proportio  $AO$  ad  $OP$ , et proportio  $CD$  ad  $DA$  ut proportio  $CN$  ad  $NE$ , immo ut proportio  $CP$  ad  $PO$ . et erat  $AD$  sesquialtera  $DC$ ; ergo  $AO$  est sesquialtera  $OP$  et  $OP$  sesquialtera  $CP$ . ergo tres lineae  $AO$ ,  $OP$ ,  $PC$  sunt proportionales, et in eadem mensura, in qua est  $PC$  quattuor, erit  $OP$  sex, et  $AO$  nouem, et  $CA$  nouendecim. et quia  $PO$  aequalis est  $EF$ , erit proportio  $AC$  ad  $EF$  ut nouendecim ad sex. igitur reperimus dictam proportionem. etiam si fuerit  $AD$  ad  $DC$  qualiscunque, ut sesquitertia aut sesquiquarta aut alia, erit iudicium et ratio, uti dictum est. et hoc est, quod uoluimus.

## VII.

Si circulus circa quadratum descriptus fuerit, et alius intra illum, utique erit circumscriptus duplus inscripti. sit itaque circulus comprehendens quadratum  $AB$  circulus  $AB$ , et inscriptus  $CD$ , et sit diameter quadrati  $AB$ , et est diameter circuli circumscripti, et educamus  $CD$  diametrum circuli inscripti parallelam

ipsi  $AE$ , quae est ei aequalis. et quia quadratum  $AB$  duplum est quadrati  $AE$  [Eucl. I, 47] siue  $DC$ , et proportio quadratorum ex diametris circularum est

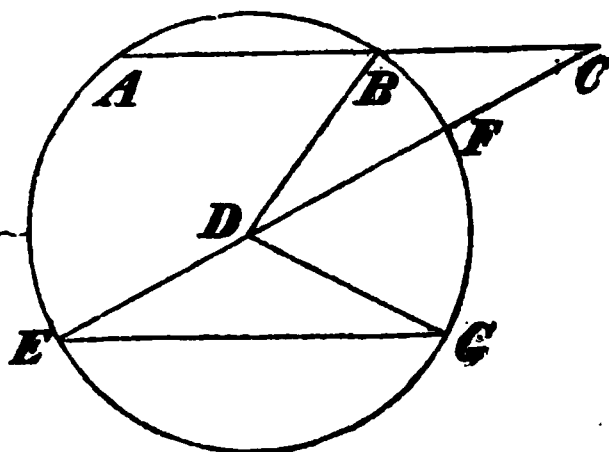


eadem proportioni circuli ad circulum [Eucl. XII, 2], igitur circulus  $AB$  duplus est circuli  $CD$ ; et hoc est, quod uoluimus.

## VIII.

Si egrediatur in circulo linea  $AB$  ubicunque, et producat in directum, et ponatur  $BC$  aequalis semi-diametro circuli, et iungatur ex  $C$  ad centrum circuli, quod est  $D$ , et producat ad  $E$ , erit arcus  $AE$  triplus arcus  $BF$ .

educamus igitur  $EG$  parallelam ipsi  $AB$ , et iungamus  $DB$ ,  $DG$ . et quia



duo anguli  $DEG$ ,  $DGE$  sunt aequales, erit angulus  $GDC$  duplus anguli  $DEG$  [Eucl. I, 32]. et quia angulus  $BDC$  aequalis est angulo  $BCD$ , et angulus  $CEG$  aequalis est

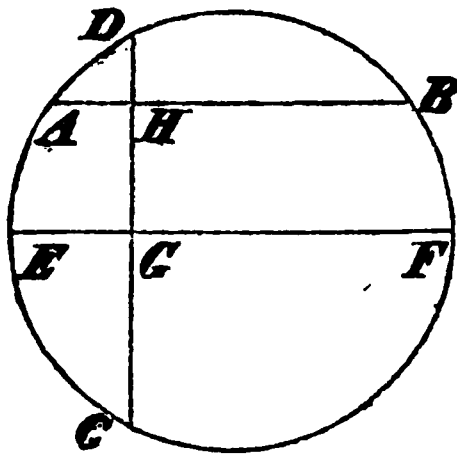
angulo  $ACE$  [Eucl. I, 29], erit angulus  $GDC$  duplus

anguli  $CDB$ , et totus angulus  $BDG$  triplus anguli  $BDC$ , et arcus  $BG$  aequalis arcui  $AE$  triplus est arcus  $BF$  [Eucl. III, 26]. et hoc est, quod uoluimus.<sup>1)</sup>

## IX.

Si mutuo se secuerint in circulo duae lineae  $AB, CD$  (sed non in centro) ad angulos rectos, utique duo arcus  $AD, CB$  sunt aequales duobus arcibus  $AC, DB$ .

educamus diametrum  $EF$  parallelam ipsi  $AB$ , quae secet  $CD$  bifariam in  $G$ ; erit  $EC$  aequalis ipsi  $ED$



[Eucl. III, 3]. et quia tam arcus  $EDF$ , quam  $ECF$  est semicirculus, et arcus  $ED$  aequalis arcui  $EA$  cum arcu  $AD$ , erit arcus  $CF$  cum duobus arcibus  $EA, AD$  aequalis semicirculo. et arcus  $EA$  aequalis arcui  $BF$ ; ergo arcus  $CB$

cum arcu  $AD$  aequalis est semicirculo. et remanent duo arcus  $EC, EA$ , nempe arcus  $AC$ , cum arcu  $DB$  aequales illi. et hoc est, quod uoluimus.

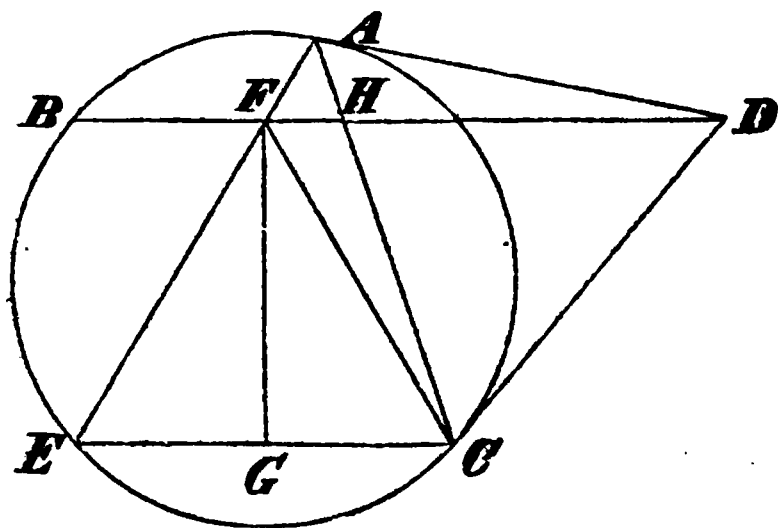
## X.

Si fuerit circulus  $ABC$ , et  $DA$  tangens illum, et  $DB$  secans illum, et  $DC$  etiam tangens, et educta fuerit  $CE$  parallela ipsi  $DB$ , et iuncta fuerit  $EA$  secans  $DB$  in  $F$ , et educta fuerit ex  $F$  perpendicularis  $FG$  super  $CE$ , utique bifariam secabit illam in  $G$ .

iungamus  $AC$ , et quia  $DA$  est tangens et  $AC$  secans circulum, erit angulus  $DAC$  aequalis angulo

1) Apte monuit Mauritius Cantor (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 169), hanc propositionem uere Archimedeam esse. breuiorem demonstrationem dedit Borellus.

cadenti in alterno segmento  $AC$ , nempe angulo  $AEC$  [Eucl. III, 32], et est aequalis angulo  $AFD$  eo, quod  $CE$ ,  $BD$  sunt parallelae [Eucl. I, 29]. ergo anguli  $DAC$ ,  $AFD$  sunt aequales, et in duobus triangulis  $DAF$ ,  $AHD$  sunt



duo anguli  $AFD$ ,  $HAD$  aequales, et angulus  $D$  communis. propterea erit rectangulum  $FD$  in  $DH$  aequale quadrato  $DA$ <sup>1)</sup>, immo

quadrato  $DC$  [p. 430, 22]. et quia proportio  $FD$  ad  $DC$  est eadem proportioni  $CD$  ad  $DH$  [Eucl. VI, 17], et angulus  $D$  communis, erunt triangula  $DFC$ ,  $DCH$  similia [Eucl. VI, 6], et angulus  $DFC$  aequalis  $DCH$ , qui aequalis est angulo  $DAH$ ; et hic est aequalis angulo  $AFD$ . ergo duo anguli  $AFD$ ,  $CFD$  sunt aequales, et  $DFC$  aequalis angulo  $FCE$  [Eucl. I, 29]; et erat  $DFA$  aequalis angulo  $AEC$ . ergo in triangulo  $FEC$  sunt duo anguli  $C$ ,  $E$  aequales, et duo anguli  $G$  recti, et latus  $GF$  commune. propterea erit  $CG$  aequalis ipsi  $GE$  [Eucl. I, 26]. ergo  $CE$  bifariam secatur in  $G$ . et hoc est, quod uoluimus.

## XI.

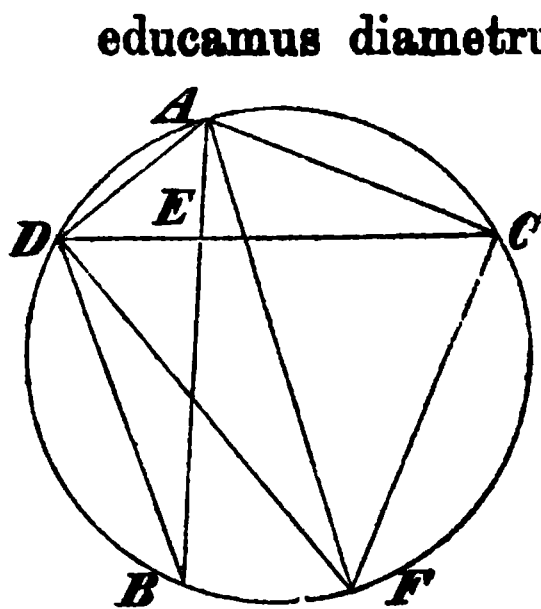
Si mutuo se secuerint in circulo duae lineae  $AB$ ,  $CD$  ad angulos rectos in  $E$ , quod non sit in centro,

1) Nam  $ADH \sim ADF$  (Eucl. VI def. 1); ergo

$FD : DA = DA : DH$  (Eucl. VI, 4);

tum u. Eucl. VI, 17.

utique omnia quadrata  $AE$ ,  $BE$ ,  $EC$ ,  $ED$  aequalia quadrato diametri.



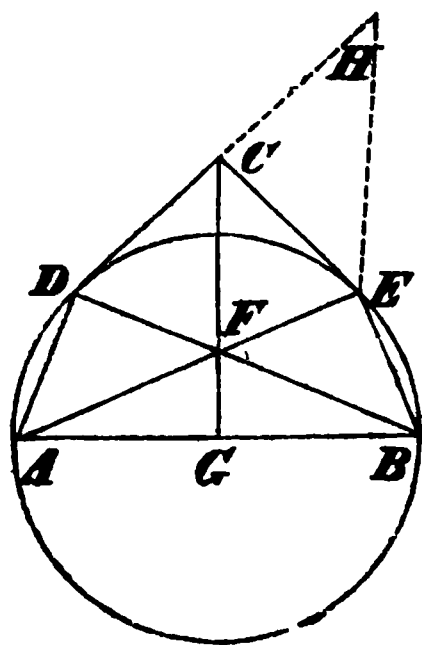
educamus diametrum  $AF$ , et iungamus lineas  $AC$ ,  $AD$ ,  $CF$ ,  $DB$ . et quia angulus  $AED$  est rectus, erit aequalis angulo  $ACF$  [Eucl. III, 31], et angulus  $ADC$  aequalis  $AFC$  eo, quod sunt super arcum  $AC$  [Eucl. III, 27]; et remanent in duobus triangulis  $ADE$ ,  $AFC$  duo anguli  $CAF$ ,  $DAE$  aequales. erunt pariter duo arcus  $CF$ ,  $DB$  aequales [Eucl. III, 26], immo et duae chordae eorum aequales [Eucl. III, 29]; et duo quadrata  $DE$ ,  $EB$  aequantur quadrato  $BD$  [Eucl. I, 47], nempe  $CF$ , et duo quadrata  $AE$ ,  $EC$  aequantur quadrato  $CA$ , et duo quadrata  $CF$ ,  $CA$  aequantur quadrato  $FA$ , nempe diametri. igitur quadrata  $AE$ ,  $EB$ ,  $CE$ ,  $ED$  omnia sunt aequalia quadrato diametri. et hoc est, quod uoluimus.

## XII.

Si fuerit semicirculus super diametrum  $AB$ , et eductae fuerint ex  $C$  duae lineae tangentes illum in duobus punctis  $D$ ,  $E$ , et iunctae fuerint  $EA$ ,  $DB$  se mutuo secantes in  $F$ , et iuncta fuerit  $CF$ , et producat ad  $G$ , erit  $CG$  perpendicularis ad  $AB$ .

iungamus  $DA$ ,  $EB$ . et quia angulus  $BDA$  est rectus [Eucl. III, 31], erunt duo anguli  $DAB$ ,  $DBA$  reliqui in triangulo  $DAB$  aequales uni recto; et angulus  $AEB$  rectus. igitur sunt aequales ei. et ponamus angulum  $FBE$  communem; ambo anguli  $DAB$ ,

$ABE$  sunt aequales  $FBE$ ,  $FEB$ , immo angulo  $DFE$  externo in  $FBE$  [Eucl. I, 32]. et quia  $CD$  est tangens circum, et  $DB$  secans illum, angulus  $CDB$  aequatur angulo  $DAB$ ,



et pariter angulus  $CEF$  aequatur angulo  $EBA$  [Eucl. III, 32]. ergo duo anguli  $CEF$ ,  $CDF$  simul aequales sunt angulo  $DFE$ . et iam quidem planum fit ex nostro tractatu de figuris quadrilateris<sup>1)</sup>, quod, si educantur inter duas lineas aequales sibi occurrentes in aliquo

puncto; uti sunt duae lineae  $CD$ ,  $CE$  [cfr. p. 430, 22], duae lineae se mutuo secantes, uti sunt duae lineae  $DF$ ,  $EF$ , et fuerit angulus ab illis contentus, ut est angulus  $F$ , aequalis duobus angulis, qui occurrunt duabus lineis se inuicem secantibus, uti sunt duo anguli  $E$ ,  $D$ , simul, erit linea egrediens a puncto concursus ad punctum sectionis, uti est linea  $CF$ , aequalis cuilibet linearum sibi occurrentium, ut  $CD$  uel  $CE$ .<sup>2)</sup> propterea erit  $CF$  aequalis ipsi  $CD$ . ergo angulus  $CFD$  est aequalis angulo  $CDF$ , nempe angulo  $DAG$ . sed angulus  $CFD$  cum angulo  $DFG$  est aequalis duobus rectis. ergo angulus  $DAG$  cum angulo  $DFG$

1) De eiusmodi libro Archimedis nemo praeterea uerbum fecit.

2) Demonstrationem indirectam dedit Almochtasso. Borellus propositionem ita demonstrat: producat  $DC$ , et sit  $CH = CE$ . iam cum  $\angle H = CEH$  et ex hypothesisi

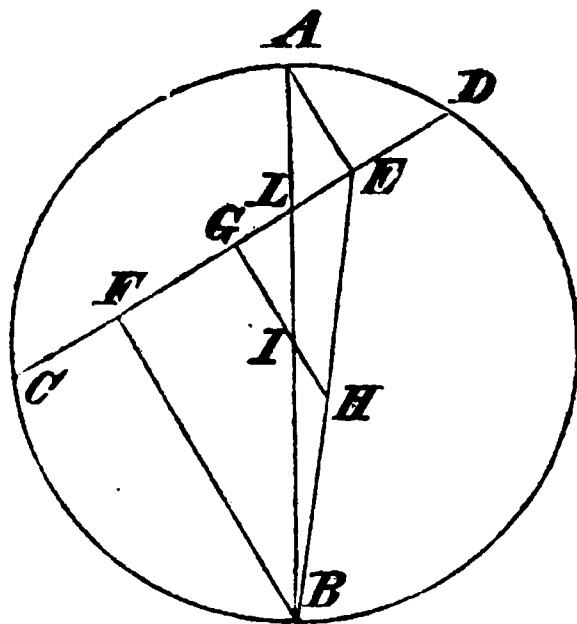
$$DFE = CDF + CEF,$$

erit  $DFE + H = CDF + FEH = 180^\circ$ . itaque  $DFEH$  circulo inscribi potest (Eucl. III, 22), et centrum erit  $C$ , cum  $CH = DC = CE$ . itaque erit  $CF = CD$ .

aequalis est duobus rectis. et remanent in quadrilatero  $ADFG$  duo anguli  $ADF$ ,  $AGF$  aequales duobus rectis. sed angulus  $ADB$  rectus est; ergo angulus  $AGC$  est rectus, et  $CG$  perpendicularis ad  $AB$ . et hoc est, quod uoluimus.

## XIII.

Si mutuo se secent duae lineae  $AB$ ,  $CD$  in circulo, et fuerit  $AB$  diameter illius, at non  $CD$ , et educantur ex duobus punctis  $A$ ,  $B$  duae perpendiculares ad  $CD$ , quae sint  $AE$ ,  $BF$ , utique abscindant ex illa  $CF$ ,  $DE$  aequales.



iungamus  $EB$  et educamus ex  $I$ , quod est centrum, perpendicularem  $IG$  super  $CD$  et producamus eam ad  $H$  in  $EB$ . et quia  $IG$  est perpendicularis ex centro ad  $CD$ , illam bifariam diuidet in  $G$  [Eucl. III, 3]; et quia  $IG$ ,  $AE$  sunt duae perpendiculares super illam, erunt parallelae [Eucl. I, 28]. et quia  $BI$  aequalis est  $IA$ , erit  $BH$  aequalis ipsi  $HE$  [Eucl. VI, 2], et propter earum aequalitatem, et quia  $BF$  est parallela ipsi  $HG$ , erit  $FG$  aequalis ipsi  $GE$ , et ex  $GC$ ,  $GD$  aequalibus remanent  $FC$ ,  $ED$  aequales. et hoc est, quod uoluimus.

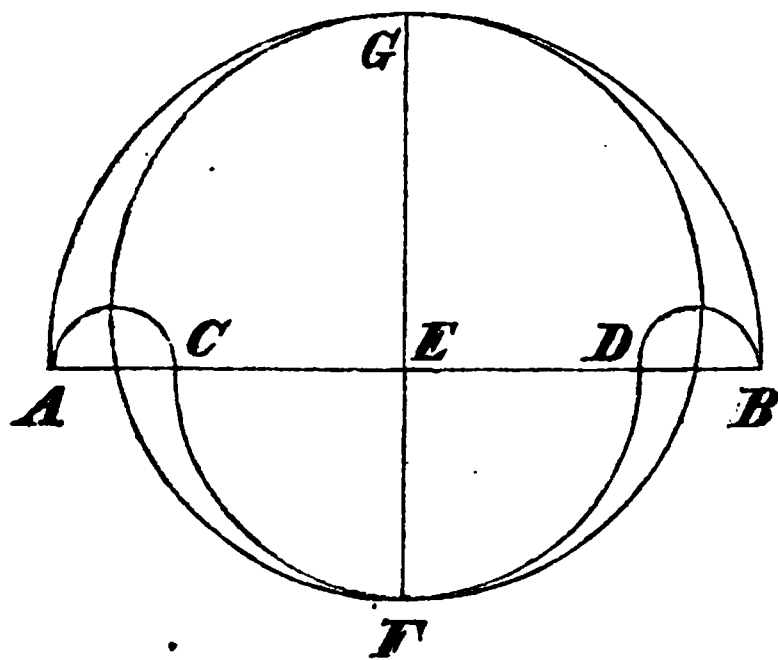
## XIV.

Si fuerit  $AB$  semicirculus, et ex eius diametro  $AB$  dissectae sint  $AC$ ,  $BD$  aequales, et efficiantur super



lineas  $AC$ ,  $CD$ ,  $DB$  semicirculi, et sit centrum duorum semicirculorum  $AB$ ,  $CD$  punctum  $E$ , et sit  $EF$  perpendicularis super  $AB$ , et producatum ad  $G$ , utique circulus, cuius diameter est  $FG$ , aequalis est superficiei contentae a semicirculo maiori et a duobus semicirculis, qui sunt intra illum, et a semicirculo medio, qui est extra illum, et est figura, quam uocat Archimedes Salinon.<sup>1)</sup>

quia  $DC$  bifariam secatur in  $E$ , et addita est illi  $CA$ , erunt duo quadrata  $DA$ ,  $CA$  dupla duorum quadratorum  $DE$ ,  $EA$



[Eucl. II, 10]. sed  $FG$  aequalis est ipsi  $DA$ .<sup>2)</sup> ergo duo quadrata  $FG$ ,  $AC$  dupla sunt duorum quadratorum  $DE$ ,  $EA$ . et quia  $AB$  dupla est  $AE$ , et  $CD$  dupla quoque  $ED$ , erunt

duo quadrata  $AB$ ,  $DC$  quadrupla duorum quadratorum  $DE$ ,  $EA$ , immo dupla duorum quadratorum  $GF$ ,  $AC$ . similiter etiam duo circuli, quorum diametri sunt  $AB$ ,  $DC$ , dupli sunt eorum, quorum diametri sunt  $GF$ ,  $AC$  [p. 433, 1], et dimidii eorum, quorum diametri sunt  $AB$ ,  $CD$ , aequales duobus circulis, quo-

1) Haec propositio fortasse re uera Archimedis est. quid Salinon sit, uerbum sine dubio ab Arabibus deprauatum, dubito. pro  $\sigma\epsilon\lambda\acute{\iota}\nu\iota\omicron\nu$  accepit Barrowius p. 275. contra Mauritius Cantor l. c. ab  $\sigma\acute{\alpha}\lambda\omicron\varsigma$  deriuat („Wellenlinie“). ipse de uerbo  $\sigma\epsilon\lambda\acute{\iota}\nu\omicron\nu$  cogitauit (ex similitudine frondis apii).

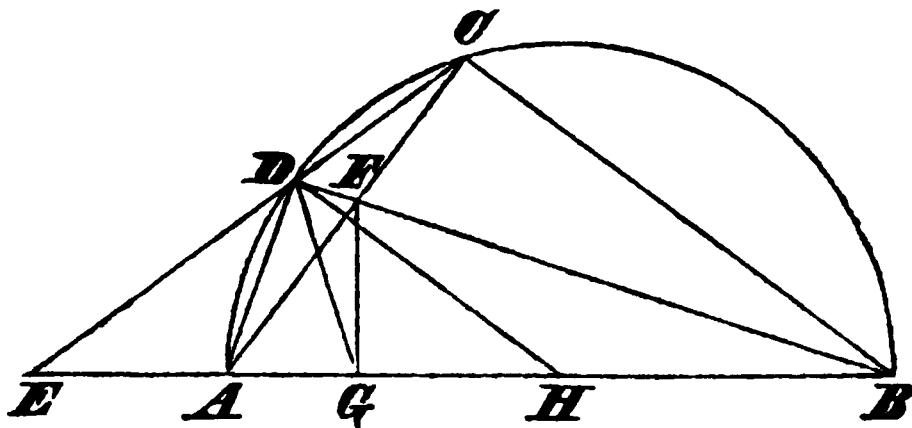
2) Nam  $GF = GE + EF = AE + ED = AD$ .

rum diametri sunt  $GF$ ,  $AC$ . sed circulus, cuius diameter  $AC$ , est aequalis duobus semicirculis  $AC$ ,  $BD$ . ergo si auferamus ex illis duos semicirculos  $AC$ ,  $BD$ , qui sunt communes, remanet figura contenta a quattuor semicirculis  $AB$ ,  $CD$ ,  $DB$ ,  $AC$  (quae ea est, quam uocat Archimedes Salinon) aequalis circulo, cuius diameter est  $FG$ . et hoc est, quod uolumus.

## XV.

Si fuerit  $AB$  semicirculus, et  $AC$  chorda pentagoni, et semissis arcus  $AC$  sit  $AD$ , iungatur  $CD$  et producat, ut cadat super  $E$ , et iungatur  $DB$ , quae secet  $CA$  in  $F$ , et ducatur ex  $F$  perpendicularis  $FG$  super  $AB$ : erit linea  $EG$  aequalis semidiametro circuli.

iungamus itaque lineam  $CB$ , et sit centrum  $H$ , et iungamus  $HD$ ,  $DG$  et  $AD$ . et quia angulus  $ABC$ ,



cuius basis est latus pentagoni, est duae quintae partes recti [Eucl. III, 20], quilibet duorum angulorum  $CBD$ ,  $DBA$  est quinta pars recti. et angulus  $DHA$  duplus est anguli  $DBH$  [Eucl. III, 20]; ergo angulus  $DHA$  est duae quintae partes recti. et quia in duobus triangulis  $CBF$ ,  $GBF$  duo anguli  $B$  sunt aequales, et  $G$ ,  $C$  recti, et latus  $FB$  commune, erit  $BC$

aequale ipsi  $BG$  [Eucl. I, 26]. et quia in duobus triangulis  $CBD$ ,  $GBD$  duo latera  $CB$ ,  $BG$  sunt aequalia, et similiter duo anguli ad  $B$ , et latus  $BD$  commune, erunt duo anguli  $BCD$ ,  $BGD$  aequales [Eucl. I, 4], et quilibet eorum est sex quintae partes recti<sup>1)</sup>, et est aequalis angulo  $DAE$  externo quadrilateri  $BADC$ , quod est in circulo.<sup>2)</sup> ergo remanet angulus  $DAB$  aequalis angulo  $DGA$ , et erit  $DA$  aequalis ipsi  $DG$ . et quia angulus  $DHG$  est duae quintae partes recti, et angulus  $DGH$  sex quintae partes recti, remanet angulus  $HDG$  duae quintae partes recti, et erit  $DG$  aequalis  $GH$ . et quia  $ADE$  externus quadrilateri  $ADCB$ , quod est in circulo, est aequalis angulo  $CBA$  [not. 2], et est duae quintae partes recti et aequalis angulo  $GDH$ . et quia in duobus triangulis  $EDA$ ,  $HDG$  sunt duo anguli  $EDA$ ,  $HDG$  aequales, et pariter duo anguli  $DGH$ ,  $DAE$ , et duo latera  $DA$ ,  $DG$ , erit  $EA$  aequale  $HG$  [Eucl. I, 26]. et ponamus  $AG$  commune; erit  $EG$  aequale  $AH$ . et hoc est, quod uoluimus.

Et hinc patet, quod linea  $DE$  aequalis sit semidiametro circuli, quia angulus  $A$  aequalis est angulo  $DGH$ <sup>3)</sup>; ideo erit linea  $DH$  aequalis lineae  $DE$ . et dico, quod  $EC$  diuiditur media et extrema proportione<sup>4)</sup> in  $D$ , et maius segmentum est  $DE$ , et hoc quia  $ED$

1) Nam  $DCA = \frac{1}{2}DHA$  (Eucl. III, 20) et  $FCB = 90^\circ$ .

2) Nam

$BCD + DAB = 180^\circ$  (Eucl. III, 22) =  $DAE + DAB$ .

3) Fort. scribendum: „quia angulus  $E$  aequalis est angulo  $DHG$ “.

4) H. e. ἄκρον καὶ μέσον λόγον, sine  $EC:ED = ED:DC$  (Eucl. VI def. 3).

est chorda hexagoni [Eucl. IV, 15 πρόρ.] et *DC* decagoni, et hoc iam demonstratum est in libro elementorum.<sup>1)</sup> et hoc est, quod uoluimus.

---

1) Η. ε. ἐν τῇ στοιχειώσει, Eucl. elem. XIII, 9: ἐὰν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ καὶ ἡ τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων συντεθῶσιν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μείζον αὐτῆς τμήμα ἐστὶν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ.

---

# PROBLEMA BOUINUM.

Antiquitus clarum erat problema Archimedis de numero boum Solis (πρόβλημα βοεικόν); u. Scholia ad Platonis Charmid. 165 e: θεωρεῖ (ἡ λογιστική) οὖν τοῦτο μὲν τὸ κληθὲν ὑπ' Ἀρχιμήδους βοεικὸν πρόβλημα, τοῦτο δὲ μηλίτας καὶ φιαλίτας ἀριθμούς (cfr. Anthol. Palat. XIV, 3 et 12); cfr. Anonymus Hultschii (Heron) 9 p. 248 et Cicero ad Attic. XII, 4; XIII, 28: πρόβλημα Ἀρχιμήδειον(?). epigramma infra adlatum problema eiusmodi tractans e codice Guelferbytano (77 Gud. Graec.), primus edidit G. E. Lessingius (Sämmtliche Schriften ed. Lachmann IX p. 285 sq.), addito scholio et disputatione mathematica Chr. Leistii (ib. p. 297). deinde id ediderunt I. et K. L. Struuii (Altes griechisches Epigramm mathematischen Inhalts, Altona 1821. 8), G. Hermannus (De Archimedis problemate bouino. Lipsiae 1828. 4. cfr. Opuscula IV p. 228 et recensio I. F. Wurmii in Jahns Jahrbücher XIV p. 194, ad quam respicit Hermannus Opusc. IV praef. p. III), Terquem (Bulletin de bibliogr., d'histoire et de biogr. mathématiques I p. 121; cfr. ibid. p. 113 sq., p. 130), B. Krumbiegel (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 121 sq.). problema ipsum praeterea tractauerunt Nesselmannus: Algebra der Griechen p. 481 sq., A. I. H. Vincentius: Bulletin Terquem I p. 165 sq., II p. 39, A. Amthor: Zeitschr. f. Math. u. Physik, hist. litt. Abth. XXV p. 153 sq., quamquam nondum satis constat

quomodo Archimedes hoc problema soluerit, tamen plerique consentiunt (uelut Hermannus, Libri: hist. des mathém. en Italie I p. 206, Cantor: Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 169), eos, qui Archimedi abiudicant, quod soluere non potuerit, nimis inconsiderate egisse (uelut Struuii, Nesselmannus, Vincentius); cfr. Quaest. Arch. p. 66—68.

epigramma et scholium edidi Lessingium secutus. in notis adieci coniecturas omnes Hermanni, Struuii, Vincentii, Krumbiegelii. scripturas cod. Parisiensis nr. 2448, quas mecum communicauit Henricus Lebègue, qui meo rogatu beneuolentissime hunc codicem inuestigauit et contulit, in praefatione huius uoluminis rettuli.

## Πρόβλημα,

ὅπερ Ἀρχιμήδης ἐν ἐπιγράμμασιν εὐρών τοῖς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ περὶ ταῦτα πραγματευομένοις ζητεῖν ἐπέστειλεν ἐν τῇ πρὸς Ἐρατοσθένην τὸν Κυρηναῖον ἐπιστολῇ.

- 1 Πληθὺν Ἡελίοιο βοῶν, ᾧ ξεῖνε, μέτρησον  
φροντίδ' ἐπιστήσας, εἰ μετέχαις σοφίης,  
πόσση ἄρ' ἐν πεδίοις Σικελῆς ποτ' ἐβόσκετο νήσου  
Θρινακίης τετραχῆ στίφρα δασσαμένη  
5 χροίην ἀλλάσσοντα· τὸ μὲν λευκοῖο γάλακτος,  
κυανέω δ' ἕτερον χρώματι λαμπόμενον,  
ἄλλο γε μὲν ξανθόν, τὸ δὲ ποικίλον. ἐν δὲ ἐκάστῳ  
στίφει ἔσαν ταῦροι πλήθεσι βριθόμενοι  
συμμετρίας τοιῆσδε τετευχότες· ἀργότριχας μὲν  
10 κυανέων ταύρων ἡμίσει ἠδὲ τρίτῳ  
καὶ ξανθοῖς σύμπασιν ἴσους, ᾧ ξεῖνε, νόησον,  
αὐτὰρ κυανέους τῷ τετράτῳ τε μέρει  
μικτοχρόων καὶ πέμπτῳ, ἔτι ξανθοῖσί τε πᾶσιν  
τοὺς δ' ὑπολειπομένους ποικιλόχρωτας ἄθρει  
15 ἀργεννῶν ταύρων ἕκτῳ μέρει ἑβδομάτῳ τε  
καὶ ξανθοῖς αὐτίς πᾶσιν ἰσαζομένους.  
θηλείαισι δὲ βουσί τάδ' ἔπλετο· λευκότριχες μὲν  
ἦσαν συμπάσης κυανέης ἀγέλης  
τῷ τρίτάτῳ τε μέρει καὶ τετράτῳ ἀτρεκέες ἴσαι·

In titulo: πραγματουμένοις cod. Guelferb.; corr. Struuius.  
1. Ἡελίοιο] cfr. Homeri Od. XII, 127 sq. 2. σοφίης Les-



## Problema,

quod Archimedes inuenit et in epigrammate ad eos, qui Alexandriae eiusmodi rebus studebant, misit in epistula ad Eratosthenem Cyrenensem.

Multitudinem bouum Solis, hospes, computato diligentiam adhibens, si sapientiae particeps es, quanta quondam in campis Thrinacia Siculae insulae pasceretur in quattuor greges diuisa colore diuersos, unum lactis albi colore, alterum caeruleo nitentem, tertium flauum, quartum uarium. in singulis autem gregibus tauri erant numero praeualidi, hanc rationem seruantes: finge, hospes, albos numero aequales dimidiae et tertiae partibus taurorum caeruleorum et simul omnibus flauis, caeruleos autem quartae et quintae partibus uariorum et praeterea flauis omnibus. reliquos autem uarios uide sextae et septimae partibus alborum et rursus omnibus flauis aequales. in uaccis autem hae erant rationes: albae tertiae et quartae partibus totius gregis caerulei aequales erant, caeruleae autem quartae et quintae simul partibus uariorum si-

---

singius. 8. πλήθει Struuius. 12. τετάρτῳ cod. Guelferb.; corr. Lessingius. τε om. cod. Guelferb.; corr. Hermannus. 13. στικτοχρόων Struuius. πᾶσι Lessingius cum Guelferb.; corr. Hermannus. 14. ποικιλόχρους Lessingius. 16. αὐτίς] Hermannus; αὐτούς Lessingius cum Guelferb. 17—26 delet Vincentius. 19. τετάρτῳ cod. Guelferb.; corr. Lessingius; item lin. 20.

- 20 αὐτὰρ κυάνεαι τῷ τετρατάῳ τε πάλιν  
 μικτοχρόων καὶ πέμπτῳ ὁμοῦ μέρει ἰσάζοντο  
 σὺν ταύροις· πάσης δ' εἰς νομὸν ἐρχομένης  
 ξανθοτριχῶν ἀγέλης πέμπτῳ μέρει ἠδὲ καὶ ἕκτῳ  
 ποικίλαι ἰσάριθμον πλῆθος ἔχον τετραχῆ.
- 25 ξανθαὶ δ' ἠριθμεῦντο μέρους τρίτου ἡμίσει ἴσαι  
 ἀργεννῆς ἀγέλης ἑβδομάτῳ τε μέρει.  
 ξεῖνε, σὺ δ' Ἡελίοιο βοῶν πόσαι ἀτρεκὲς εἰπών,  
 χωρὶς μὲν ταύρων ζατρεφέων ἀριθμὸν,  
 χωρὶς δ' αὖ θήλειαι ὅσαι κατὰ χροῶμα ἕκασται,  
 30 οὐκ αἰδρὶς κε λέγοι' οὐδ' ἀριθμῶν ἀδαῆς,  
 οὐ μὲν πῶ γε σοφοῖς ἐναρίθμιος. ἀλλ' ἴθι φράζεο  
 καὶ τάδε πάντα βοῶν Ἡελίοιο πάθη.  
 ἀργότριχες ταῦροι μὲν ἐπεὶ μιξαίατο πλεθύν  
 κυανέοις, ἴσταντ' ἔμπεδον ἰσόμετροι
- 35 εἰς βάρδος εἰς εὐρός τε, τὰ δ' αὖ περιμήκεα πάντη  
 πίμπλαντο πλίνθου Θρινακίης πεδία.  
 ξανθοὶ δ' αὖτ' εἰς ἓν καὶ ποικίλοι ἀθροισθέντες  
 ἴσταντ' ἀμβολάδην ἕξ ἑνὸς ἀρχόμενοι  
 σχῆμα τελειοῦντες τὸ τρικράσπεδον οὔτε προσόντων  
 40 ἀλλοχρόων ταύρων οὔτ' ἐπιλειπομένων.  
 ταῦτα συνεξευρῶν καὶ ἐνὶ πραπίδεσσιν ἀθροίσας  
 καὶ πληθέων ἀποδοῦς, ὦ ξένε, πάντα μέτρα  
 ἔρχεο κυδιόων νικηφόρος, ἴσθι τε πάντως  
 κεκριμένος ταύτη ὄμπνιος ἐν σοφίῃ.

21. στικτοχρόων Struuius. ἰσάζοντο. σὺν ταύροις πάσης Vincentius; ἰσάζοντο, σὺν ταύροις πάσης Lessingius. 22. πάσης — ἐρχομένης] Lessingius; πάσαις — ἐρχομέναις cod. Guelferb. πασῶν — ἐρχομένων Struuius. δ' εἰς] Hermannus, εἰς cod. Guelferb., uulgo. 24. τετραχῆ] corruptum; ἀτρεκὲς Struuius; ἔχοντ' ἀτρεκὲς Vincentius. τελέως Krumbiegel. ἔχον. τετραχῆ Lessingius. 27. πόσοι Vincentius. βοῶν] Her-

mul cum tauris aequales erant, uariae numerum habebant aequalem quintae et sextae partibus totius flauorum gregis pascentis; flauae autem aequales sextae et septimae partibus gregis albi numerabantur. tu uero, hospes, diligenter indicato numero bouum Solis, quot tauri robusti quotque uaccae essent singulis coloribus, non imperitus rudisque numerorum uoceris, neque tamen inter sapientes numereris. at dic age has quoque omnes bouum Solis rationes: sicubi tauri albi suam multitudinem cum caeruleis coniungebant, stabant firmiter aequali in altitudinem et latitudinem mensura, et longi latique campi Thrinaciae undique solido quadrangulo complebantur. rursus autem flauis et uarii coniuncti ita stabant, ut numerus sensim ex uno ad cresceret, figuram trilateram efficientes tauris ceterorum colorum neque praesentibus neque desideratis. haec si simul inueneris et mente complexus eris, hospes, omnes multitudinum mensuras indicans, victoria gloriatus abito et putato, te ita demum sapientia praestantem esse iudicatum.

---

mannus; βόες cod. Guelferb., Lessingius. 28—29 delet Vincentius. 29. χοῶμα] Struuius; χοίαν cod. Guelferb., Lessingius. 31—44 delet Vincentius. ἐναριθμῖος] Struuius; ἐν ἀριθμοῖς cod. Guelferb., Lessingius. 32. τάδε πάντα] τὰδ' ἔτ' ἄλλα Struuius. Wurmius has emendationes superuacuas censet, mutato εἰπών u. 27 in εἶπον (imperat.). 34. ἔμβαδον Vincentius. 35. περί μήκεα Hermannus. 36. πλίνθου] fortasse corruptum; πλήθος Vincentius. πλήθους Krumbiegel. 39. οὔτε — οὔτε] εἶτε — εἶτε Hermannus. 44. ταύτη γ' Hermannus.

## Σχόλιον.

Τὸ μὲν οὖν πρόβλημα διὰ τοῦ ποιήματος ὁ Ἀρχιμήδης ἐδήλωσε σαφῶς. Ἰστέον δὲ τὸ λεγόμενον, ὅτι τέσσαρας ἀγέλας εἶναι δεῖ βοῶν· λευκοτριχῶν μὲν μίαν ταύρων καὶ θηλειῶν, ὧν τὸ πλῆθος ὁμοῦ συνάγει μυριάδας διπλᾶς ιδ' καὶ ἀπλᾶς φπβ' καὶ μονάδας ζτξ'. κυανοχρόων δ' ἄλλην ὁμοῦ ταύρων καὶ θηλειῶν, ὧν τὸ πλῆθος ἐστὶ μυριάδων διπλῶν ἑννέα καὶ ἀπλῶν ηωλ' καὶ μονάδων ω'. μιξοτριχῶν δ' ἄλλην ταύρων καὶ θηλειῶν, ὧν τὸ πλῆθος ἐστὶ μυριάδων διπλῶν η' καὶ ἀπλῶν ,ςδγα' καὶ μονάδων υ'. τῆς δὲ λοιπῆς ἀγέλης τῶν ξανθοχρόων<sup>1)</sup> συνάγει τὸ πλῆθος διπλᾶς μυριάδας ζ' καὶ ἀπλᾶς ,ςψη', μονάδας δὲ ,η'. ὥστε συνάγεσθαι ὁμοῦ τὸ πλῆθος τῶν δ' ἀγελῶν μυριάδας διπλᾶς μ' καὶ ἀπλᾶς ,γριβ' καὶ μονάδας ,ςφξ'. καὶ ἡ μὲν ἀγέλη τῶν λευκοτριχῶν ταύρων ἔχει μυριάδας διπλᾶς η' καὶ ἀπλᾶς ,βδλα' καὶ μονάδας ,ηφξ', θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς ε' καὶ ἀπλᾶς ,ζχν' καὶ μονάδας ,ηω'. ἡ δὲ ἀγέλη τῶν κυανοχρόων ταύρων ἔχει μὲν μυριάδας διπλᾶς ε' καὶ ἀπλᾶς ,θχπδ' καὶ μονάδας ,αρκ', θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς γ' καὶ ἀπλᾶς ,θρμε' καὶ μονάδας ,θχπ'. ἡ δ' ἀγέλη τῶν ποικιλοτριχῶν ταύρων ἔχει μὲν μυριάδας διπλᾶς ε' καὶ ἀπλᾶς ,ηωξδ' καὶ μονάδας ,δω', θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς β' καὶ ἀπλᾶς ,ηρκς' καὶ μονάδας ,εχ'.<sup>2)</sup> ἡ δ' ἀγέλη τῶν ξανθοχρωμάτων ταύρων ἔχει μὲν μυριάδας διπλᾶς γ' καὶ ἀπλᾶς ,γρρε' καὶ μονάδας δξ', θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς δ' καὶ

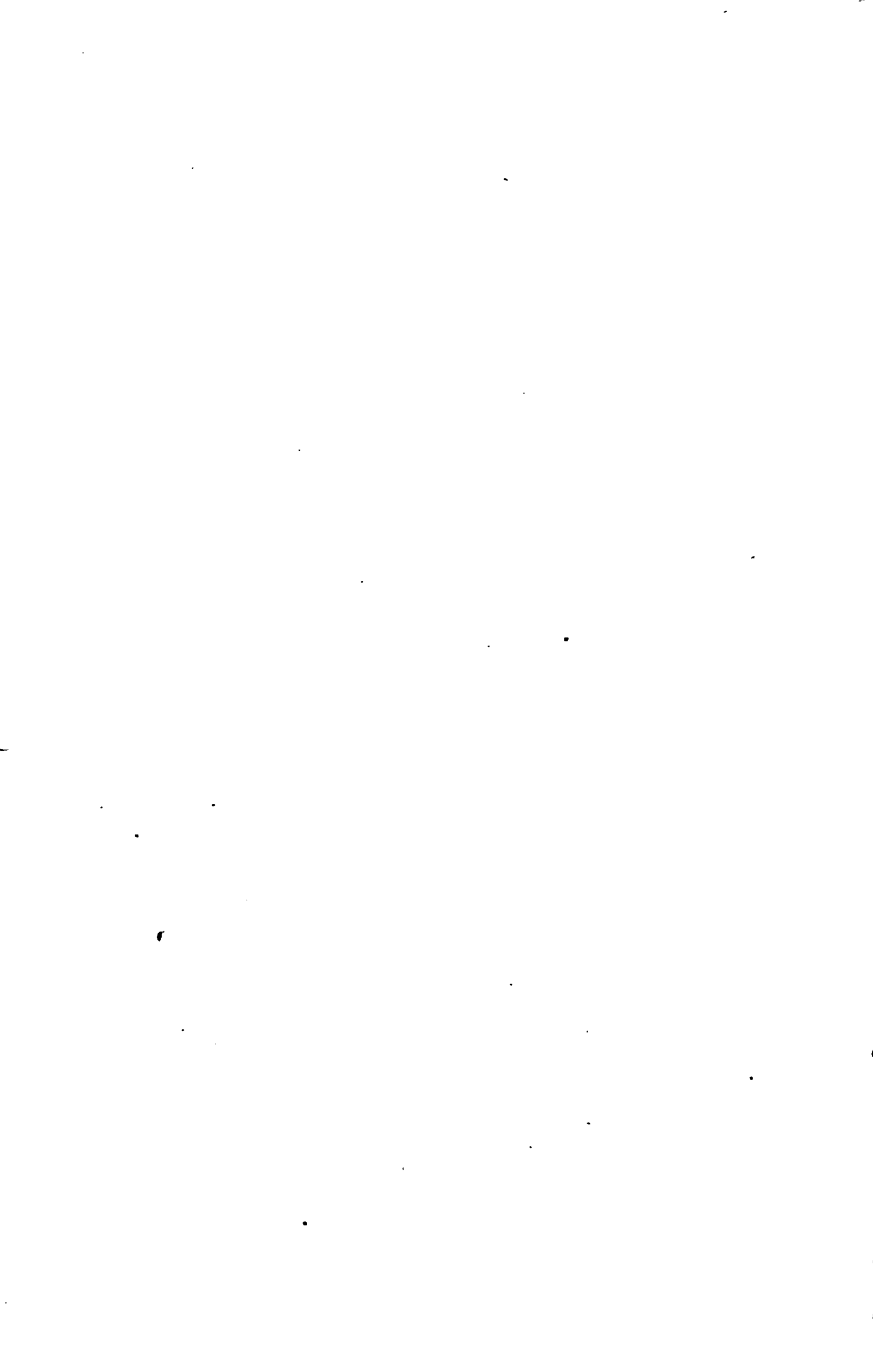
1) ξανθοτριχῶν Hermannus.

2) ,εχ'] ,θχ' cod. Guelferb.; corr. Lessingius.

ἀπλᾶς ,γφιγ' καὶ μονάδας ,ξμ'. καὶ ἐστὶ τὸ πλῆθος τῶν λευκοτριχῶν ταύρων ἴσον τῷ ἡμίσει καὶ τρίτῳ μέρει τοῦ πλῆθους τῶν κυανοχρόων ταύρων καὶ ἔτι ὅλη τῇ τῶν ξανθοχρωμάτων ἀγέλη, τὸ δὲ πλῆθος τῶν κυανοχρωμάτων ἴσον τῷ τετάρτῳ καὶ πέμπτῳ μέρει τῶν ποικιλοτριχῶν<sup>1)</sup> ταύρων καὶ ὅλῳ τῷ πλῆθει τῶν ξανθοχρωμάτων, τὸ δὲ πλῆθος τῶν ποικιλοτριχῶν ταύρων ἴσον τῷ ἕκτῳ καὶ ἐβδόμῳ μέρει τῶν λευκοτριχῶν ταύρων καὶ ἔτι τῷ πλῆθει ὅλῳ ξανθοχρωμάτων ταύρων, καὶ πάλιν τὸ πλῆθος τῶν λευκῶν θηλειῶν ἴσον τῷ τρίτῳ καὶ τετάρτῳ μέρει ὅλης τῆς ἀγέλης τῶν κυανοχρόων, τὸ δὲ τῶν κυανοχρόων ἴσον τῷ τετάρτῳ καὶ πέμπτῳ μέρει τῆς ὅλης ἀγέλης τῶν ποικιλοτριχῶν, τὸ δὲ τῶν ποικιλοτριχῶν ἴσον τῷ πέμπτῳ καὶ ἕκτῳ μέρει τῆς ὅλης τῶν ξανθῶν βοῶν. πάλιν δὲ τὸ τῶν ξανθῶν θηλειῶν πλῆθος ἦν ἴσον τῷ ἕκτῳ τε<sup>2)</sup> καὶ ἐβδόμῳ μέρει τῆς ὅλης ἀγέλης τῶν λευκῶν βοῶν. καὶ ἢ μὲν ἀγέλη τῶν λευκοτριχῶν ταύρων καὶ ἢ τῶν κυανοχρόων ταύρων συντεθεῖσα ποιεῖ τετράγωνον ἀριθμόν, ἢ δ' ἀγέλη τῶν ξανθοτριχῶν ταύρων μετὰ τῆς ἀγέλης τῶν ποικιλοχρόων συντεθεῖσα ποιεῖ τρίγωνον, ὡς ἔχει τὰ τῶν ὑποκειμένων κανόνων καθ' ἕκαστον χρῶμα.

1) ποικιλοχρόων Hermannus.

2) τε om. Hermannus.



# FRAGMENTA.

---

Omissis libris, qui ab Arabibus solis commemorantur, de quibus u. Quaest. Arch. p. 29—30, hoc loco omnia testimonia et fragmenta librorum Archimedis, qui interciderunt, quae quidem inuenire potuerim, collegi; pleraque indicaui Quaest. Arch. p. 30 sq.

### De polyedris.

1 Pappus V, 34 p. 352: ταῦτα δ' ἐστὶν οὐ μόνον τὰ παρὰ τῷ θειοτάτῳ Πλάτωνι πέντε σχήματα, τουτέστιν τετράεδρόν τε καὶ ἑξάεδρον, ὀκτάεδρόν τε καὶ δωδεκάεδρον, πέμπτον δ' εἰκοσάεδρον, ἀλλὰ καὶ τὰ ὑπὸ Ἀρχιμήδους εὐρεθέντα τρισκαίδεκα τὸν ἀριθμὸν ὑπὸ ἰσοπλευρῶν μὲν καὶ ἰσογωνίων, οὐχ ὁμοίων δὲ πολυγώνων περιεχόμενα.

τὸ μὲν γὰρ πρῶτον ὀκτάεδρόν ἐστιν περιεχόμενον ὑπὸ τριγώνων δ' καὶ ἑξαγώνων δ'.

τρία δὲ μετὰ τοῦτο τεσσαρεσκαίδεκάεδρα, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις η' καὶ τετραγώνοις 5', τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις 5' καὶ ἑξαγώνοις η', τὸ δὲ τρίτον τριγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις 5'.

μετὰ δὲ ταῦτα ἑκκαιεικοσάεδρά ἐστιν δύο, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις η' καὶ τετραγώνοις ιη', τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις ιβ', ἑξαγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις 5'.

μετὰ δὲ ταῦτα δυοκαιτριακοντάεδρά ἐστιν τρία, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις κ' καὶ πενταγώ-



νοις ιβ', τὸ δὲ δεύτερον πενταγώνοις ιβ' καὶ ἑξαγώνοις κ', τὸ δὲ τρίτον τριγώνοις κ' καὶ δεκαγώνοις ιβ'.

μετὰ δὲ ταῦτα ἓν ἐστὶν ὀκτωκαιτριακοντάεδρον περιεχόμενον ὑπὸ τριγώνων λβ' καὶ τετραγώνων ε'.

μετὰ δὲ τοῦτο δυοκαιεξηκοντάεδρά ἐστὶ δύο, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις κ' καὶ τετραγώνοις λ' καὶ πενταγώνοις ιβ', τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις λ' καὶ ἑξαγώνοις κ' καὶ δεκαγώνοις ιβ'.

μετὰ δὲ ταῦτα τελευταῖόν ἐστὶν δυοκαιενενηκοντάεδρον, ὃ περιέχεται τριγώνοις π' καὶ πενταγώνοις ιβ'.

ὅσας δὲ γωνίας ἕκαστον ἔχει στερεᾶς τῶν ιγ' τούτων σχημάτων πολυέδρων καὶ ὅσας πλευράς, διὰ τοῦδε τοῦ τρόπου θεωρεῖται· ὅσων μὲν γὰρ ἀπλῶς πολυέδρων αἱ στερεαὶ γωνίαι τρισὶν ἐπιπέδοις περιέχονται γωνίαις, ἑξαριθμηθεισῶν τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν, ἃς ἔχουσιν πᾶσαι αἱ ἔδραι τοῦ πολυέδρου, δῆλον, ὡς ὁ τῶν στερεῶν γωνιῶν ἀριθμὸς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ· ὅσων δὲ πολυέδρων ἢ στερεὰ γωνία περιέχεται τέσσαρσιν ἐπιπέδοις, ἑξαριθμηθεισῶν πασῶν τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν, ἃς ἔχουσιν αἱ ἔδραι τοῦ πολυέδρου, τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ τὸ τέταρτον μέρος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς ὁ τῶν στερεῶν γωνιῶν τοῦ πολυέδρου. ὁμοίως δὲ καὶ ὅσων πολυέδρων ἢ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ ε' γωνιῶν ἐπιπέδων, τὸ πέμπτον τοῦ πλήθους τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς τοῦ πλήθους τῶν στερεῶν γωνιῶν.

τῶν δὲ πλευρῶν τὸ πλήθος, ἃς ἕκαστον ἔχει τῶν πολυέδρων, τόνδε τὸν τρόπον εὐρήσομεν. ἑξαριθμηθεισῶν γὰρ πασῶν τῶν πλευρῶν, ἃς ἔχει τὰ ἐπίπεδα τὰ περιέχοντα τὸ πολυέδρον, ὁ ἀριθμὸς αὐτῶν δῆλον ὡς ἴσος ἐστὶν τῷ πλήθει τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν. ἀλλ'

ἐπειδὴ δύο ἐπιπέδων ἐκάστη τῶν πλευρῶν αὐτοῦ κοινή ἐστιν, δῆλον, ὅτι τοῦ πλήθους τὸ ἥμισυ αἱ πλευραὶ εἶσι τοῦ πολυέδρου.

τὸ μὲν οὖν πρῶτον τῶν ἀνομοιογενῶν ἰγ' πολυέδρων ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις δ' καὶ ἑξαγώνοις δ', γωνίας μὲν ἔχει στερεᾶς ιβ', πλευρὰς δὲ ιη'. τῶν μὲν γὰρ τεσσάρων τριγώνων αἷ τε γωνίαι ιβ' εἶσιν καὶ αἱ πλευραὶ ιβ', τῶν δὲ δ' ἑξαγώνων αἷ τε γωνίαι κδ' εἶσιν καὶ αἱ πλευραὶ κδ'. γενομένου δὲ τοῦ ἀριθμοῦ παντὸς λς' ἀναγκαῖόν ἐστιν τὸν μὲν τῶν στερεῶν γωνιῶν ἀριθμὸν τρίτον μέρος εἶναι τοῦ προειρημένου ἀριθμοῦ, ἐπεὶ καὶ ἐκάστη τῶν στερεῶν αὐτοῦ γωνιῶν ἐπιπέδοις γωνίαις περιέχεται γ', τὸ δὲ τῶν πλευρῶν πλῆθος τὸ ἥμισυ τοῦ ἀριθμοῦ τουτέστιν τοῦ λς'; ὥστε εἶναι πλευρὰς ιη'.

τῶν δὲ τετρακαιδεκαέδρων τὸ πρῶτον περιέχεται τριγώνοις η' καὶ τετραγώνοις ς', ὥστε ἔχειν στερεᾶς μὲν γωνίας ιβ' (ἐκάστη γὰρ αὐτοῦ γωνία ὑπὸ τεσσάρων ἐπιπέδων γωνιῶν περιέχεται), πλευρὰς δὲ ἔχει κδ'. τὸ δὲ δεύτερον τῶν τετρακαιδεκαέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τετραγώνοις ς' καὶ ἑξαγώνοις η', ἔξει στερεᾶς μὲν γωνίας κδ' (ἐκάστη γὰρ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ περιέχεται ὑπὸ γ' γωνιῶν ἐπιπέδων), πλευρὰς δὲ ἔχει λς'.<sup>1)</sup>

τῶν δὲ ἑκκαιεικοσαέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε η' καὶ τετραγώνοις ιη', ἔξει στερεᾶς μὲν γωνίας κδ', πλευρὰς δὲ μη'. τὸ δὲ δεύτερον τῶν

1) Lacunam cum Eisenmanno sic expluit Hultschius: τὸ δὲ τρίτον τῶν τετρακαιδεκαέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις ς', ἔξει στερεᾶς μὲν γωνίας κδ', πλευρὰς δὲ λς'. aliter scholiastes; u. p. 468.

ἑκκαίδεκάεδρων, ἐπεὶ περιέχεται τετραγώνοις ιβ' καὶ ἑξαγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις ε', ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας μη', πλευρὰς δὲ οβ'.

τῶν δὲ δυοκαϊτριακονταέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε κ' καὶ πενταγώνοις ιβ', ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας λ', πλευρὰς δὲ ξ'. τὸ δὲ δεύτερον τῶν δυοκαϊτριακονταέδρων, ἐπεὶ περιέχεται πενταγώνοις ιβ' καὶ ἑξαγώνοις κ', ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ', πλευρὰς δὲ ρ'. τὸ δὲ τρίτον τῶν δυοκαϊτριακονταέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε κ' καὶ δεκαγώνοις ιβ', ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ', πλευρὰς δὲ ρ'.

τὸ δὲ ὀκτωκαϊτριακοντάεδρον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε λβ' καὶ τετραγώνοις ἔξ, ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας κδ', πλευρὰς δὲ ξ'.

τῶν δὲ δυοκαϊεξηκονταέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε κ' καὶ τετραγώνοις λ' καὶ πενταγώνοις ιβ', ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ', πλευρὰς δὲ ρκ'. τὸ δὲ λοιπὸν τῶν δυοκαϊεξηκονταέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τετραγώνοις λ' καὶ ἑξαγώνοις κ' καὶ δεκαγώνοις ιβ', ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας ρκ', πλευρὰς δὲ ρπ'.

τὸ δὲ δυοκαϊεννηκοντάεδρον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε π' καὶ πενταγώνοις ιβ', ἔξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ', πλευρὰς δὲ ρν'.

Haec omnia sine dubio iam ipse Archimedes proposuerat. cfr. de his polyedris Keppler: Harmon. mundi p. 62.

Scholia Vaticana in Pappum III p. 1171<sup>1)</sup>: 2

α'. ὀκτάεδρον ἔχει τρίγωνα δ', ἑξάγωνα δὲ δ', πλευρὰς ιη', γωνίας δὲ στερεὰς ιβ', ἐκάστη δὲ στερεὰ

1) Hoc scholium in cod. Vaticano pravo ordine scriptum

γωνία περιέχεται ὑπὸ γ' γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο μὲν ἑξαγωνικά, μία δὲ τριγωνική, ὥστε λείπειν τῶν δ' ὀρθῶν μιᾶς ὀρθῆς γωνίας δύο τριτημορίοις. τοῦτο γεννᾶται ἐκ τῆς πρώτης πυραμίδος διαιρουμένων τῶν πλευρῶν αὐτῆς εἰς γ' ἴσα καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπιπέδων ἐκβαλλομένων καὶ τῶν γωνιῶν ἐκπιπτουσῶν.

β'. τεσσαρεςκαιδεκάεδρον (scil. τὸ πρῶτον) περιέχεται ὑπὸ μὲν τριγώνων η', ὑπὸ δὲ τετραγώνων ε', ἔχει δὲ πλευρὰς κδ', γωνίας δὲ στερεὰς ιβ', ἐκάστη δὲ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ δ' γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο μὲν τετραγωνικά, β' δὲ τριγωνικά, ὥστε λείπειν τῶν δ' ὀρθῶν μιᾶς γωνίας ὀρθῆς δύο τριτημορίοις. τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ κύβου διαιρουμένων δίχα τῶν πλευρῶν αὐτοῦ καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπιπέδων ἐκβαλλομένων, τῶν η' γωνιῶν ἐκπιπτουσῶν.

γ'. τεσσαρεςκαιδεκάεδρον (scil. τὸ δεύτερον) περιέχεται ὑπὸ μὲν τετραγώνων ε', ὑπὸ δὲ ἑξαγώνων η', ἔχει δὲ πλευρὰς λς', γωνίας δὲ στερεὰς κδ', ἐκάστη δὲ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ γ' γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο μὲν ἑξαγωνικά, μία δὲ τετραγωνική. τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ ὀκταέδρου τεμνομένης τρίχα ἐκάστης τῶν αὐτοῦ πλευρῶν καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπιπέδων ἐκβαλλομένων καὶ τῶν ε' γωνιῶν ἐκπιπτουσῶν.

δ'. τὸ δὲ τρίτον (scil. τῶν τετρακαιδεκάεδρων), ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις ε', ἔχει στερεὰς μὲν γωνίας κδ' (ἐκάστη δὲ περιέχεται

digessit Hultschius, quem secuti sumus, nisi quod δ' lin. 1—5 suo loco reposuimus (cfr. III p. 1170).

ὑπὸ γ' γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο ὀκταγωνικάι, μία δὲ τριγωνική), πλευρᾶς δὲ ἔχει 15'.<sup>1)</sup> τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ κύβου τεμνομένης ἐκάστης αὐτοῦ πλευρᾶς οὕτως, ὥστε γίνεσθαι τρία τμήματα, ὧν τὸ μέσον ἐκατέρου τῶν ἄκρων διαπλάσιόν ἐστιν δυνάμει.

ε'. ἑκκαιεικοσάεδρον (scil. τὸ πρῶτον) γεννᾶται ἐκ τοῦ τεσσαρεσκαίδεκαέδρου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ ἡ' τριγώνων καὶ 5' τετραγώνων, τεμνομένης ἐκάστης αὐτοῦ πλευρᾶς δίχα καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐκβαλλομένων ἐπιπέδων καί†.

Originem huius fragmenti Archimedeam agnovit Hultschius III p. 1241.

Hinc satis adparet, Heronem definit. 101 p. 29 3 male narrare: Ἀρχιμήδης δὲ τρισκαίδεκα ὄλα (ὄλως?) φησὶν εὐρίσκεσθαι σχήματα δυνάμενα ἐγγραφῆναι τῇ σφαίρᾳ προστιθεὶς ὀκτὼ μετὰ τὰ εἰρημένα πέντε. non octo, sed tredecim noua polyedra Platonicis quinque adiecit Archimedes, quae omnia, ut illa quinque, sphaerae inscribi possunt.

Ad hunc librum Archimedis spectare puto Simpli- 4 cium in Aristot. IV p. 494 a (ed. Berol.): ἐλαχίστη δὲ τῶν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἐπὶ τὸ αὐτό, τούτέστι τῶν σχήμα περιεχουσῶν τι καὶ ὀριζουσῶν διαστάσεων, ἐν μὲν ἐπιπέδοις ἢ κυκλικῇ, ἐν δὲ στερεοῖς ἢ σφαιρικῇ, διότι δέδεικται καὶ πρὸ Ἀριστοτέλους μὲν πάντως, εἴπερ αὐτὸς ὡς δεδειγμένῳ συγκέχρηται, καὶ παρὰ Ἀρχιμήδους καὶ παρὰ Ζηνοδώρου πλατύτερον, ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων πολυχωρητότερός ἐστιν ἐν μὲν τοῖς ἐπιπέδοις ὁ κύκλος, ἐν δὲ τοῖς στερεοῖς ἢ σφαῖρα.

1) His uerbis scholiastes expleuerat lacunam p. 460 not. 1.

- 5 Eadem fere habet Proclus in Timaeum p. 384: τοσοῦτον δὲ ὅμως ἱστορητέον, ὅτι τῶν ἰσοπλευρῶν τε καὶ ἰσογωνίων καὶ ἴσην περίμετρον ἔχόντων τὸ πολυγωνότερον μείζον ἀποδείξαντες πρῶτον καὶ τὸν κύκλον ἑξῆς μείζονα οὐ τῶν ἰσοπλευρῶν καὶ ἰσογωνίων, ἰσοπεριμέτρων δέ, δεικνῦσι καὶ τὴν σφαῖραν τῶν ἴσην ἐπιφάνειαν ἔχόντων στερεῶν σωμάτων ἐπομένως μείζονα καὶ διαφερόντως τῶν παρὰ Πλάτωνι λεγομένων πολυέδρων ἰσοπλευρῶν καὶ ἰσογωνίων, τὰ μὲν χρώμενοι τοῖς παρὰ τῷ Εὐκλείδῃ δειχθεῖσι, τὰ δὲ τοῖς παρὰ τῷ Ἀρχιμήδῃ.

fieri tamen potest, ut his duobus locis (4—5) tantum ad dimensionem circuli et librum I de sphaera et cylindro respicitur.

#### Appendix libri II de sphaera et cylindro.

- 6 Archimedes uol. I p. 214, de sph. et cyl. II, 4 solutionem problematis: δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν  $\Delta B$ ,  $BZ$  καὶ διπλασίας οὔσης τῆς  $\Delta B$  τῆς  $BZ$  καὶ σημείου ἐπὶ τῆς  $BZ$  τοῦ  $\Theta$  τεμεῖν τὴν  $\Delta B$  κατὰ τὸ  $X$  καὶ ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ  $B\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta X$ , τὴν  $XZ$  πρὸς  $Z\Theta$  et uniuersalis et specialis daturum se promittit (p. 214, 25), sed solutio intercidit. postea uero Eutocius eam inuenit et suis uerbis proposuit Comm. ad librum de sph. et cyl. II, 4. cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 51 not.

#### Ἀρχαί.

- 7 Archimedes Ψαμμίτ. I, 7 (uol. II p. 246): καὶ οὕτως τινὰς δειχθήσειν τῶν ἐν Ἀρχαῖς τὰν κατονομα-

ξίαν ἐχόντων ὑπερβαλλόντας τῷ πλήθει τὸν ἀριθμὸν τοῦ ψάμμου. cfr. I, 3 p. 242: τῶν ὑφ' ἀμῶν κατονομασμένων ἀριθμῶν καὶ ἐνδεδομένων ἐν τοῖς ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένοις. summam huius libri habemus Ψαμμ. III, 1—4 p. 266 sq. (III, 1 p. 266, 12: τῷ βιβλίῳ τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ).

### Ἐφόδιον.

Suidas s. u. Θεοδόσιος p. 495, 1 ed. Bekker: Θεοδόσιος φιλόσοφος ἔγραψε . . ὑπόμνημα εἰς τὸ Ἀρχιμήδους Ἐφόδιον.

### Περὶ ζυγῶν.

Pappus VIII, 24 p. 1068: ἀπεδείχθη γὰρ ἐν τῷ 9 περὶ ζυγῶν Ἀρχιμήδους καὶ τοῖς Φίλωνος καὶ Ἡρώνος μηχανικοῖς, ὅτι οἱ μείζονες κύκλοι κατακρατοῦσιν τῶν ἐλασσόνων κύκλων, ὅταν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ἢ κύλις αὐτῶν γίνηται.

Pappus VIII, 19 p. 1060: τῆς αὐτῆς δέ ἐστὶν θεωρίας τὸ δοθὲν βᾶρος τῇ δοθείσῃ δυνάμει κινῆσαι· τοῦτο γὰρ Ἀρχιμήδους μὲν εὔρημα λέγεται μηχανικόν, ἐφ' ᾧ λέγεται εἰρηκέναι· δός μοί, φησι, ποῦ στῶ, καὶ κινῶ τὴν γῆν. cfr. Quaest. Arch. p. 10 not. 6.

Archimedes ἐπιπ. ἰσορρ. I, 4 p. 148: ὅτι γὰρ ἐστὶν 11 ἐπὶ τᾶς  $AB$ , προεδείκται. cfr. I, 13 p. 182, 3; II, 2 p. 194, 6; II, 5 p. 204, 10.

Archimedes τετραγ. παραβ. 6 p. 306, 23: ἕκαστον γὰρ 12 τῶν κρεμαμένων, ἐξ οὗ σαμείου καὶ κατασταθῆ, μένει, ὥστε κατὰ κάθετον εἴμεν τό τε σαμείου τοῦ κρεμαστοῦ

καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ κρεμαμένου. δεδείται γὰρ καὶ τοῦτο.

In hoc libro sine dubio definitionem centri grauitatis dederat, quae in libris de planorum aequilibriis desideratur.

### Κατοπτρικά.

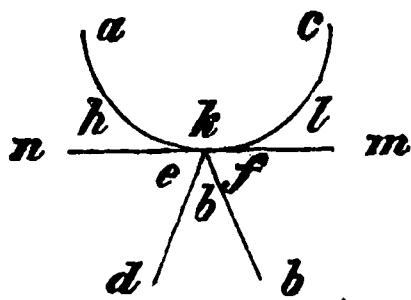
- 13 Theon in Ptolemaei συντ. I p. 10 ed. Basil.: καὶ τῶν ἀπ' αὐτῆς (τῆς ὀψεως) ἐπὶ τὸν ἀέρα προσπιπτουσῶν ἀκτίνων κλάσιν ὑπομενουσῶν καὶ μείζονα ποιουσῶν τὴν πρὸς τῇ ὀψει γωνίαν, καθὰ καὶ Ἀρχιμήδης ἐν τοῖς περὶ κατοπτρικῶν ἀποδεικνύων φησίν, ὅτι [καθάπερ]<sup>1)</sup> καὶ τὰ εἰς ὕδωρ ἐμβαλλόμενα μείζονα φαίνεται, καὶ ὅσῳ κάτῳ χωρεῖ, μείζονα. et paullo infra: καὶ κεκλάσθωσαν ἐπὶ τὰ *A, B*, ὡς *EΘA, EKB*, καθὰ καὶ Ἀρχιμήδης ἐν τοῖς περὶ κατοπτρικῶν, ὡς ἔφαμεν.
- 14 Olympiodorus in Aristotelis Meteorolog. II p. 94 ed. Ideler: ἄλλως τε καὶ Ἀρχιμήδης αὐτὸ τοῦτο δείκνυσιν, ὅτι κλάται ἢ ὀψις, ἐκ τοῦ δακτυλίου τοῦ ἐν ἀγγείῳ βαλλομένου.
- 15 Georgius Ualla de expetendis et fugiendis rebus XV. 2<sup>2)</sup>: Sane Archimedes inquit, quod *f* angulus ipsi *e* aut aequalis est aut minor aut maior. sit sane

1) Delendum puto.

2) Hunc virum codices Graecos habuisse, qui nunc uel latent uel interciderint, breui spero, me pluribus demonstraturum. quamquam hoc fragmentum ita mutilum est ac deprauatum, ut neque sententia constet neque dignoscatur, quantum eius Archimedi tribuendum sit, tamen reiiciendum non existimaui. non dubito, quin Graece inueniri possit in aliquo codice catoptricornum Euclidis scholiis instructo.



prius maior  $f$  quam  $e$ . ponatur itaque oculus  $d$ , et



ab oculo rursus refringatur in rem uisam  $b$ . erit igitur  $e$  angulus maior quam  $f$ . atqui erat minor, quod plane absurdum est, uel quod cera- toides angulus omni angulo minor,

uel si a centro iungamus ad contactum, totus qui est sub  $kl$ , aequalis erit qui semicirculi ei qui est semicirculi aequalis superimpositus et ei accommodatus. reliquus igitur  $h$  ipsi  $l$  aequalis. sumpto  $e$  non amplius spectatur spectatum, quod plane extrorsus spectatur  $d$ . censetur uero spectari incoincidentia. ipso  $e$  sumpto non amplius spectatur spectatum, quod est  $d$ , quod certe spectatur in loco  $e$  regione posito ipsius  $b$ . apparens autem in coincidentia.

Apuleius Apolog. 16: alia praeterea eius modi plu- 16 rima (sc. de speculis), quae tractat ingenti uolumine Archimedes Syracusanus. cfr. Tzetzes Chiliad. XII, 973: κατόπτρων τὰς ἐξάψεις (inter scripta Archimedis relatum).

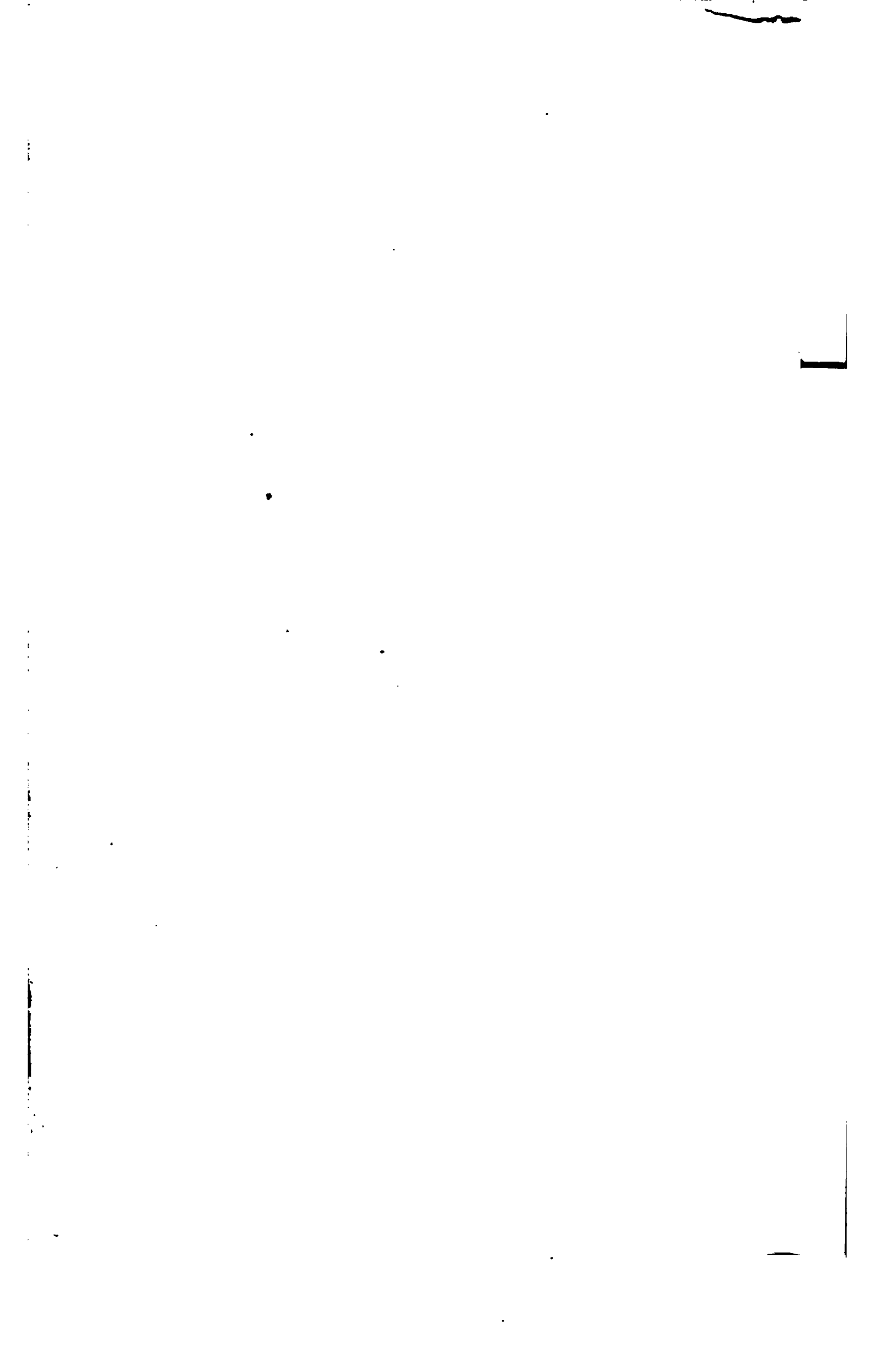
### Περὶ σφαιροποιίας.

Carpus apud Pappum VIII, 3 p. 1026: Κάριπος δὲ 17 πού φησιν ὁ Ἀντιοχεὺς Ἀρχιμήδη τὸν Συρακόσιον ἐν μόνον βιβλίον συντεταχέναι μηχανικὸν τὸ κατὰ τὴν σφαιροποιίαν, τῶν δὲ ἄλλων οὐδὲν ἠξιοκέναι συντάξαι. cfr. Proclus in Eucl. p. 41, 16: ἡ σφαιροποιία κατὰ μίμησιν τῶν οὐρανίων περιφορῶν, οἷαν καὶ Ἀρχιμήδης ἐπραγματεύσατο. huc refero Macro- bii locum in Somn. Scipion. II, 3: et Archimedes quidem stadiorum numerum deprehendisse se credidit,

quibus a terrae superficie luna distaret et a luna Mercurius, a Mercurio Venus, sol a Venere, Mars a sole, a Marte Iupiter, Saturnus a Ioue; sed et a Saturni orbe usque ad ipsum stelliferum caelum omne spatium se ratione emensum putavit. quae tamen Archimedis dimensio a Platonice repudiata est quasi dupla et tripla interualla non seruans.

### De anni magnitudine.

- 18 Hipparchus apud Ptolemaeum *συντ.* I p. 153 ed. Halma: *ἐκ μὲν οὖν τούτων τῶν τηρήσεων δῆλον, ὅτι μικραὶ παντάπασιν γέγονασιν αἱ τῶν ἐνιαυτῶν διαφοραί· ἀλλ' ἐπὶ μὲν τῶν τροπῶν οὐκ ἀπελπίζω καὶ ἡμᾶς καὶ τὸν Ἀρχιμήδη καὶ ἐν τῇ τηρήσει καὶ ἐν τῷ συλλογισμῷ διαμαρτάνειν καὶ ἕως τετάρτου μέρους ἡμέρας.* cfr. Ammianus Marcellinus XXVI, 1, 8: spatium anni uertentis id esse periti mundani motus et siderum definiunt ueteres, inter quos Meton et Euctemon et Hipparchus et Archimedes excellent, cum sol perenni rerum sublimium lege polo percurso signifero, quem Zodiacum sermo Graecus adpellat, trecen-tis et sexaginta quinque diebus emensis et noctibus ad eundem redierit cardinem.
-



ἡ ἑξῆς ἀποστολή καὶ ἡ ἀποστολή.

† ο παρὰ τοῦ θεοῦ ἡμεῖς